

Les systèmes de vote par évaluation : revue de littérature

(Document de travail)

Hatem Smaoui
CEMOI, Université de La Réunion

Résumé : *Les difficultés inhérentes à l'agrégation des préférences ordinales ont conduit certains auteurs à remettre en cause le modèle arrowien et à opter pour des règles de décision cardinales. En termes de procédures électorales, cette position se traduit par le rejet des systèmes de vote par classement et par la proposition de nouvelles méthodes dites de vote par évaluation (ou par valeur). Nous proposons, dans ce bref tour d'horizon, de présenter les principales contributions à cette approche.*

1. Introduction :

Les systèmes de vote (ou procédures électorales) peuvent être définis comme des mécanismes qui permettent de dériver une décision collective (l'élection d'un ou plusieurs candidats) à partir des préférences individuelles. Ces mécanismes sont souvent formalisés et analysés dans un contexte ordinal : chaque individu est supposé capable d'exprimer ses préférences en classant, sans contradiction, l'ensemble des options de celle qu'il juge meilleure à celle qu'il apprécie le moins¹. Ainsi la préférence d'un individu est représentée par un classement (relation d'ordre) des différentes options. Les méthodes d'agrégation (ou règles de décision) sont alors représentées mathématiquement par des fonctions qui à chaque combinaison (ou profil) de préférences individuelles envisageables font correspondre un classement (ou une sélection) des options soumises au jugement collectif.

Dans le cas où il n'y a que deux options, le choix collectif peut s'obtenir par le moyen d'un vote à la majorité : un candidat A est considéré comme collectivement préféré à un candidat B s'il y a plus d'individus qui préfèrent A à B . L'emploi de cette règle trouve sa justification théorique dans le résultat de caractérisation décrit par le théorème de May (1952) : dans un choix binaire, la règle de décision à la majorité est la seule méthode neutre (elle ne favorise aucun candidat), anonyme (elle traite tous les votants de la même manière) et monotone (un candidat qui bénéficie d'un soutien accru des votants ne doit pas voir se dégrader sa position au regard de la décision collective).

Le problème de l'agrégation des préférences se complique de manière très significative dès que le nombre d'options à départager est supérieur ou égal à trois. Les travaux des deux académiciens français Borda (1781) et Condorcet (1785) ont fait ressortir, dès la fin du XVIII^{ème} siècle, la complexité de la tâche qui consistait à définir des règles de vote incontestables. Par exemple, le principe de majorité, généralement bien accepté, pouvait conduire à des conclusions complètement incohérentes : lorsque trois candidats A , B et C sont soumis à des comparaisons à la majorité des voix, il existe des situations où A bat B qui bat C qui à son tour bat A . Cette configuration contradictoire, connue sous le nom de paradoxe de Condorcet, montre qu'il n'est pas possible de déduire la préférence collective des résultats obtenus par l'application du vote majoritaire à toutes les paires d'options. Le vote à la majorité simple (ou règle de la pluralité), où les candidats sont classés selon le nombre de premières places que leurs accordent les votants, peut alors paraître comme une généralisation naturelle de la notion de majorité. Cependant, l'emploi de cette règle peut conduire à l'opposé exact de ce qui est attendu de l'application du principe majoritaire (paradoxe de Borda). Il existe d'autres méthodes qui prolongent le vote à la majorité au cas où trois candidats ou plus sont à départager.

¹ Plusieurs hypothèses, plus ou moins restrictives, peuvent être envisagées dans la modélisation ordinaire des préférences individuelles. En particulier, les situations d'ex æquo peuvent (ou non) y être autorisées

L'une de ces méthodes, le vote séquentiel, aboutit à une préférence collective sur m candidats, au bout d'une série de $m-1$ duels majoritaires consécutifs, en suivant un ordre (du jour) sur l'ensemble des candidats. Après chaque confrontation, le perdant est éliminé et le gagnant est opposé au candidat suivant. Malheureusement, une anomalie de taille entache l'usage du vote séquentiel : il peut arriver que tous les votants préfèrent une option A à une option B et que B soit préférée collectivement à A . L'option B peut même figurer seule à la première position du classement collectif et donc être choisie comme étant l'unique vainqueur. Le scrutin majoritaire à deux tours (utilisé en France pour élire le président de la République) souffre, lui aussi, de plusieurs défauts. Par exemple, il ne vérifie pas la condition de monotonie, n'incite pas à la participation (certains électeurs peuvent avoir intérêt à ne pas voter) et ne respecte pas le critère de Condorcet qui indique qu'un candidat qui bat tous ses concurrents dans des duels majoritaires doit être élu.

Il existe évidemment d'autres approches du problème de l'agrégation des préférences individuelles. Il est par exemple assez fréquent de recourir à des méthodes dites de classement par points : attribuer un certain nombre de points à chacun des rangs possibles qu'un candidat peut occuper dans les ordres de préférence des votants et choisir les options qui obtiennent le score le plus élevé. La règle de Borda est l'un des systèmes de classement par points les plus couramment utilisés : lorsque m candidats sont à départager, chacun d'eux obtient $m - i$ points pour chaque i ème position. La règle de la pluralité (1 point pour une première place et 0 point pour toute autre position) fait aussi partie de cette importante classe de méthodes de décision. Ces mécanismes, connus aussi sous le nom de règles positionnelles simples, se distinguent notamment par leur aptitude à garantir la condition de consistance : si l'électorat est partagé en deux groupes et si un candidat est le gagnant dans chaque groupe, il doit gagner lorsque les deux populations sont réunies². Cette propriété semble constituer un puissant argument en faveur de l'usage des classements par points. On sait malheureusement que l'approche positionnelle n'est pas toujours compatible avec les principes majoritaires. En particulier, aucune règle positionnelle simple ne respecte le critère de Condorcet.

La difficulté de construire des méthodes d'agrégation, qui fonctionnent pour n'importe quel nombre de candidats et qui respectent certaines « bonnes » propriétés, n'est pas propre aux règles de décision que nous venons d'évoquer. En effet, le célèbre théorème d'impossibilité d'Arrow (1963) démontre qu'aucun mécanisme d'agrégation des préférences ne pouvait satisfaire simultanément une liste minimale de conditions *a priori* faibles et souhaitables. Seule une dictature serait en mesure d'éviter les incohérences de la décision collective. Les conditions envisagées par Arrow, dont la conjonction mène à la conclusion d'impossibilité, sont l'universalité (tous les profils de préférences sont possibles), le principe d'unanimité (le résultat collectif ne doit pas contredire un avis unanime des votants), l'absence de dictature et l'indépendance par rapport aux options non pertinentes. Cette dernière hypothèse exige que le classement collectif de deux options ne dépende que des préférences individuelles sur cette paire d'options.

Le théorème d'Arrow a engendré une littérature considérable débouchant généralement sur d'autres conclusions négatives³. Par ailleurs, peu de résultats probants ont été obtenus en envisageant d'échapper au constat d'impossibilité en affaiblissant certaines conditions du théorème⁴. Ces difficultés ont conduit certains auteurs à remettre en cause le modèle arrowien basé sur l'agrégation des préférences ordinales et à opter pour des règles de décision cardinales. En termes de procédures électorales, cette position se traduit par un rejet des systèmes de vote par classement (où l'électeur classe les candidats selon son ordre de préférence) et par la proposition de nouvelles méthodes dites de vote par évaluation (ou par valeur).

2. Le vote par approbation :

Ce système de vote, appelé aussi vote par assentiment, a été proposé dans les années 1970 notamment par Brams et Fishburn (1978) et par Weber (voir Weber (1995)). Son principe est simple : l'électeur peut voter pour (approuver) un ou plusieurs candidats, tous ou aucun s'il le souhaite. Le vainqueur est le candidat qui a reçu le plus d'assentiments⁵. De manière équivalente, le vote par approbation peut être défini comme une

² Voir Smith (1973), Young (1975) et Saari (1994).

³ Voir Sen (1970a, 1970b), Gibbard (1973) et Satterthwaite (1975).

⁴ Voir Gibbard (1969), Mas-Collel et Sonnenschein (1972), Wilson (1972) et Salles (1975).

⁵ Le vote par approbation est utilisé, depuis 1987, pour des élections dans des associations scientifiques américaines : Mathematical Association of America (MAA), American Mathematical Society (AMS), Institute for Operations Research and Management Sciences (INFORMS), American Statistical Association (ASA), Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) (Voir Blanchenay (2004)). Il est aussi à noter que l'association Society for Social

procédure où chaque votant à la possibilité d'exprimer une préférence cardinale en attribuant une note d'un point à chacun des candidats qu'il soutient et de zéro point à tous les autres. Cette méthode vérifie des propriétés très intéressantes et se montre en de nombreux points supérieurs au scrutin majoritaire⁶. L'argument principal en faveur de ce mode de scrutin a été avancé par Brams et Fishburn (1978) : lorsque les préférences des électeurs sont dichotomiques⁷, le vote par assentiment est la seule règle de décision non manipulable (les électeurs sont incités à révéler leurs préférences sincères)⁸. Même s'il ne respecte pas toujours le critère de Condorcet⁹, la probabilité d'élire le vainqueur de Condorcet, lorsqu'il existe, est plus élevée avec le vote par assentiment qu'avec la règle de la pluralité (Gehrlein et Lepelley (1998)). Par ailleurs, Brams et Sanver (2003) ont montré que « les vainqueurs de Condorcet » font toujours partie des vainqueurs du vote par approbation. Les situations d'ex æquo étant rares en présence d'un grand nombre de votants, il y a peu de chances que plusieurs vainqueurs de Condorcet émergent ou que le vote par approbation élise plus d'un candidat. On peut donc considérer que, dans le cas d'un électorat nombreux, le vote par assentiment respecte le critère de Condorcet. Ce système de vote vérifie d'autres propriétés souhaitables telles que la monotonie et la consistance.

La procédure de vote par assentiment a aussi fait l'objet de nombreuses caractérisations axiomatiques¹⁰. Fishburn (1978a) a montré que cette méthode est caractérisée par les conditions de neutralité, anonymat, consistance et égalité disjointe¹¹. Dans un autre résultat, Fishburn (1978b) propose une axiomatisation du vote par approbation par les conditions de neutralité, consistance, loyauté (lorsqu'il n'y a qu'un seul votant, le résultat collectif reproduit le choix de ce votant) et annulation (si tous les candidats obtiennent le même nombre de voix, ils sont tous gagnants). Alòs-Ferrer (2006) a amélioré cette dernière caractérisation en éliminant la condition de neutralité (cet axiome s'obtient comme conséquence de la conjonction des autres conditions). D'autres dérivations axiomatiques du vote par assentiment ont été obtenues notamment par Sertel (1988) et Baigent et Xu (1991).

En plus de ses propriétés théoriques intéressantes, le vote par approbation offre aux électeurs une grande flexibilité dans la manière avec laquelle ils peuvent exprimer leurs choix : l'électeur peut voter pour un seul candidat comme dans un scrutin à la pluralité, sanctionner un candidat (en approuvant tous les candidats sauf un) ou encore faire un choix multiple s'il n'a pas de préférence forte pour un candidat en particulier. Les « petits » candidats (ceux qui ont peu de chances d'être élus) peuvent donc recevoir des voix et gagner une certaine légitimité politique : leurs électeurs ont la possibilité de voter pour eux et pour des candidats mieux à même de l'emporter¹².

Le vote par approbation n'est évidemment pas exempt de toute critique. Brams et Fishburn (1983), qui furent parmi les premiers à proposer cette méthode, ont dû répondre à des reproches selon lesquels ce mode de scrutin détruit la structure bipolaire de la vie politique, conduit à la prolifération des candidats aux positions volontairement ambiguës et crée des inégalités entre les électeurs (en donnant plus de pouvoir à ceux qui donnent le plus d'assentiments)¹³. La critique principale a cependant été formulée par Saari et Van Newenhizen (1988) : les votants ne peuvent pas exprimer leurs préférences de manière exacte. Par exemple,

Choice and Welfare a récemment adopté ce système de vote.

⁶ Une expérience menée par Laslier et Van Der Straeten (2002) a, par ailleurs, montré que le vote par approbation est facile à mettre en place et qu'il est bien compris par les électeurs.

⁷ Une préférence individuelle est dichotomique s'il existe une partition de l'ensemble des candidats en deux classes (d'indifférence) X et Y telles que toutes les options de X (resp. de Y) sont équivalentes et l'individu préfère strictement chaque option de X à chaque option de Y .

⁸ Ce résultat n'est plus valable lorsque les préférences ne sont pas dichotomiques : si les électeurs n'ont que des préférences strictes, le vote par assentiment est théoriquement manipulable. Cependant, Laslier (2004) montre que ce n'est pas le cas lorsque le nombre de votants est très grand.

⁹ Il est à noter que lorsque les préférences sont dichotomiques, le vainqueur de Condorcet existe toujours et il est toujours le gagnant du vote par approbation (voir Brams et Fishburn (1983)).

¹⁰ Dans ces résultats de caractérisation, les règles de décision sont définies comme des fonctions agrégeant des préférences individuelles représentées non pas par des classements des candidats mais par des parties (non vides) de l'ensemble des candidats.

¹¹ Traduction du terme Anglais « disjoint equality » : s'il n'y a que deux votants et s'ils choisissent (approuvent) deux groupes disjoints de candidats, alors les candidats appartenant à l'union de ces deux groupes doivent gagner.

¹² Pour d'autres avantages « pratiques » du vote par approbation, voir Brams et Fishburn (1983, 2005) et Blanchenay (2004).

¹³ Pour une réponse à ces critiques adressés au vote par assentiment, voir aussi Blanchenay (2004).

lorsque trois options A , B et C sont soumises à la décision collective, les individus qui préfèrent strictement A à B et B à C sont contraints à choisir (arbitrairement) entre deux alternatives : voter pour A ou approuver A et B . Cette remarque a conduit Saari et Van Newenhizen à considérer que le résultat collectif produit par cette procédure électorale peut-être « complètement indéterministe » : il dépend de la manière choisie par les votants pour traduire leurs préférences strictes en termes d'assentiment¹⁴. En réponse à cet argument, Brams, Fishburn et Merrill III (1988) soutiennent que, loin d'être un défaut, le non déterminisme du vote par approbation est une propriété désirable qui a pour conséquence d'inciter les électeurs à ne pas déformer leurs préférences sincères par des calculs stratégiques.

3. Les systèmes de vote par valeur :

Cette famille de systèmes de vote constitue une alternative à l'approche ordinale. Le principe de ces méthodes est de fixer une échelle (finie) de valeurs et de proposer aux votants d'évaluer l'ensemble des candidats en se référant à cette échelle. Les valeurs proposées sont généralement des nombres entiers (par exemple des notes entre 0 et 10), l'électeur peut alors exprimer son opinion dans ce contexte cardinal en attribuant une note à chaque candidat. La même note peut bien entendu être attribuée à différents candidats. L'échelle d'évaluation peut aussi correspondre à des degrés d'appréciation (excellent, très bon, moyen, médiocre, ...), qui, au dépouillement, seront transformés en nombres réels, afin de pouvoir comparer les résultats obtenus par les différentes options. Les systèmes de vote par valeur font donc appel, implicitement ou explicitement, aux préférences cardinales des votants. Formellement, une procédure de vote par valeur (par évaluation, par note) à k niveaux, est décrite par la donnée d'une série (ou plage) de k valeurs numériques, $S_1 < S_2 < \dots < S_k$, formant l'échelle d'évaluation. Le score d'une option est calculé en additionnant les notes que les votants lui ont accordées. Sont alors déclarés gagnants les candidats qui obtiennent le score le plus élevé. Ce formalisme est celui qui a été retenu notamment par Hillinger (2004), l'un des premiers auteurs à avoir proposé le vote par note comme étant le cadre adéquat de la décision collective¹⁵. Cet auteur impose une condition supplémentaire au choix des nombres S_1, S_2, \dots, S_k : ils doivent former une progression arithmétique (i.e. $S_{j+1} = S_j + d$, où d est une constante positive). Avec cette précision, pour chaque entier k , il existe une seule règle de vote par valeur à k niveaux, notée $UV-k$. Ainsi, le vote par approbation correspond à la méthode $UV-2$ ($S_1 = 0, S_2 = 1$) et le système d'évaluation à trois niveaux peut être défini indistinctement à partir des échelles (0, 1, 2), (-1, 0, 1) ou n'importe quel autre triplet formant une progression arithmétique croissante¹⁶.

Dans ses quatre papiers de discussion consacrés aux règles de vote cardinales (2004a, 2004b, 2004c, 2005), Hillinger utilise, pour qualifier les méthodes que nous venons de décrire, deux termes que nous traduisons respectivement par « vote utilitariste » et « procédures de vote non restrictives »¹⁷. Le choix de la première expression n'est pas anodin. Hillinger se montre en effet très critique envers l'approche ordinale et se situe clairement dans la continuité des travaux des auteurs utilitaristes tels que Fleming (1952) et Harsanyi (1953, 1955, 1976)¹⁸. En particulier, les méthodes qu'il propose sont présentées comme étant des mécanismes qui rendent opérationnels, dans le contexte du vote, les résultats abstraits issus de la théorie de l'agrégation des préférences cardinales¹⁹. Le terme de procédures de vote non restrictives renvoie à l'un des principaux arguments en faveur de l'adoption de l'approche cardinale. L'auteur développe l'idée que tous les systèmes de vote par classement (du moins ceux utilisés dans la pratique) sont, en fait, des méthodes cardinales qui imposent des restrictions (non justifiées) à l'expression des préférences individuelles. Par exemple, la règle

¹⁴ Saari et Van Newenhizen (1988) ont montré que tous les résultats collectifs possibles peuvent s'obtenir en appliquant le vote par approbation à un même profil de préférences strictes.

¹⁵ Une variante du vote par valeur, avec une échelle numérique infinie (l'intervalle $[0, 1]$), a été proposée par Smith (2002).

¹⁶ Dans la pratique, la constante d est fixée à 1. Cependant, il est clair que les systèmes de vote par note sont invariants aux transformations affines positives de l'échelle d'évaluation. En particulier, le choix de d n'a aucun effet sur les résultats produits par ces mécanismes.

¹⁷ Les termes anglais sont « utilitarian voting » et « unrestricted voting ».

¹⁸ Dans la tradition utilitariste, les préférences des individus sont représentées par des fonctions (d'utilité) numériques définies sur l'ensemble des options. Les jugements sur l'intérêt collectif s'obtiennent par la maximisation de la somme des utilités individuelles.

¹⁹ En parallèle avec l'approche ordinale, il existe une théorie cardinale des choix collectifs. L'un des résultats les plus significatifs de cette théorie est la dérivation par Harsanyi (1953) d'une méthode d'agrégation cardinale ne souffrant pas de contradictions du type arrowien.

de la pluralité n'est autre que la version restrictive du vote par assentiment (la règle *UV-2*) : la restriction est que l'électeur ne peut accorder la note de 1 point qu'à un seul candidat. De la même manière, appliquer la règle de Borda à un ensemble de m candidats revient à utiliser la méthode *UV-m*, mais en imposant à l'électeur la contrainte (arbitraire) de faire usage de toutes les valeurs et donc de ne pas attribuer la même note à des options différentes²⁰.

Hillinger (2004a, 2004b) conçoit le vote comme un problème de mesure. Avant d'être agrégées, les préférences individuelles doivent être mesurées. Il oppose alors la notion de mesure cardinale à celle de classement par ordre de préférence. Le recours à une échelle cardinale permet une évaluation indépendante, puisque la note accordée à un candidat ne dépend pas des notes obtenues par ses concurrents. En revanche, dans le contexte ordinal, l'échelle est dépendante : le rang occupé par une option dans un classement individuel dépend du nombre d'options qui lui sont préférées²¹. Le caractère dépendant de la mesure ordinale, constitue, d'après l'auteur, la raison principale du viol, par toutes les méthodes d'agrégation par classement, de la condition d'indépendance par rapport aux options non pertinentes. Pour lui, le théorème d'Arrow, qui n'est valable que lorsque les préférences sont exprimées sous forme ordinale, ne doit pas s'appliquer dans le contexte du vote : les procédures électorales n'étant que des méthodes cardinales restrictives, il suffit de lever les restrictions pour retrouver les systèmes de vote par évaluation et dépasser le paradoxe arrowien (voir Hillinger (2004a, 2004c, 2005))²². L'adhésion des théoriciens du vote à l'approche ordinale - malgré le constat d'impossibilité établi par le théorème d'Arrow - constitue, selon lui, le « paradoxe » fondamental de la théorie du choix social²³. Cette position lui paraît d'autant plus paradoxale que la théorie est en décalage total avec la pratique où le recours aux échelles d'évaluation cardinales est quasiment systématique : notes attribuées aux élèves, scores attachés aux performances sportives, degrés (ou niveaux) de satisfaction des consommateurs, etc.

Dans une récente et importante contribution, Balinski et Laraki (2006) mettent l'accent sur cette divergence entre la théorie et la pratique, et proposent une nouvelle règle de décision collective baptisée « méthode de la valeur majoritaire ». Cette procédure de vote appartient à une famille de méthodes d'agrégation par valeur, définies dans un contexte assez proche de celui des systèmes de vote par note décrits par Hillinger : des compétiteurs (ou candidats) sont évalués par des juges (votants) en se référant à un langage commun (qui peut toujours être transformé en une échelle d'évaluation numérique). Cependant, contrairement aux systèmes de vote utilitaristes, le score d'un candidat n'est pas forcément égal au total des points accordés par les différents juges. Ce score peut correspondre à la moyenne des notes, à la note la plus élevée, à la note la plus basse, etc. Il peut, en fait, être défini au moyen de n'importe quelle fonction f qui transforme toute combinaison de notes (r_1, \dots, r_n) , attribuées à un compétiteur par un jury de n juges, en une note finale $r = f(r_1, \dots, r_n)$. Les auteurs imposent aux méthodes d'agrégation, notées F , définies à partir des fonctions f , une liste de conditions incluant les axiomes de neutralité, anonymat, unanimité, monotonie et indépendance par rapport aux options non pertinentes²⁴. En introduisant une condition de résistance à la manipulation par sur-notation et par sous-notation²⁵, ils parviennent à caractériser une sous-classe de méthodes F définies par des fonctions f particulières appelées fonctions d'ordre et notées f^k : pour un entier k compris entre 1 et n , la fonction f^k associe à la combinaison de notes (r_1, \dots, r_n) la $k^{\text{ème}}$ note la plus élevée. Par exemple, les fonctions f^1, f^2 et f^n sélectionnent respectivement la note maximale, la deuxième plus

²⁰ Hillinger (2004a, 2004b) cite aussi l'exemple du vote cumulatif où chaque électeur dispose d'une somme m de points, généralement égale au nombre d'options, qu'il distribue librement entre les candidats. Ceux qui récoltent le plus de points sont élus. Cette procédure est équivalente à une version restrictive de la méthode *UV-m* : la restriction est que le total des points attribués par chaque électeur doit être égal à m .

²¹ De la même manière, l'intensité de préférence (ou la distance) entre deux options, définie par le nombre d'options intermédiaires, peut changer lorsque des options sont introduites ou supprimées.

²² L'auteur soutient que toutes les procédures électorales correspondent à des versions restrictives du vote par valeur, mais ne donne pas de preuve rigoureuse de cette affirmation. Il se contente de citer les cas du vote cumulatif, de la règle de la pluralité et de la méthode de Borda. À ces exemples, nous pouvons ajouter toute la classe des règles positionnelles simples. Cependant, il n'est pas clair comment cette idée peut s'étendre au scrutin majoritaire à deux tours ou à des méthodes basées sur les résultats des duels majoritaires.

²³ Hillinger (2004a) donne sa propre explication de ce « paradoxe » en remontant aux origines historiques de la théorie du choix social.

²⁴ Bien entendu, la formulation de ces axiomes est adaptée au contexte cardinal.

²⁵ Plus précisément, un juge qui accorde à un candidat une note strictement supérieure (resp. strictement inférieure) au score final de ce candidat, ne peut pas augmenter (resp. abaisser) ce score en changeant sa note.

grande note et la note minimale. Ils montrent aussi que les méthodes définies à partir de ces fonctions minimisent les possibilités d'une forme de manipulation plus générale, et qu'elles sont les seules à satisfaire certaines conditions de cohérence et de stabilité du résultat final²⁶.

Lorsque le but de l'agrégation est d'attribuer une note finale à chacun des compétiteurs (et donc de désigner les options gagnantes), Balinski et Laraki optent, parmi les mécanismes que nous venons de décrire, pour la méthode de la valeur majoritaire, définie par la fonction d'ordre f qui à chaque combinaison de notes associe une note médiane dépendant de la parité du nombre de juges. Plus formellement, supposons sans perte de généralité que $r_1 \geq r_2 \geq \dots \geq r_n$, la note finale est définie par $f(r_1, \dots, r_n) = r_{(n+1)/2}$ (la valeur médiane) lorsque n est impair, et par $f(r_1, \dots, r_n) = r_{(n+2)/2}$ (la borne inférieure de l'intervalle médian) lorsque n est pair. En plus des propriétés communes aux règles de décision induites par les fonctions d'ordres, cette méthode se distingue notamment par sa capacité à satisfaire le principe majoritaire : lorsqu'une même note est accordée à un candidat par une majorité de juges, cette valeur doit être retenue comme la note finale de ce candidat. En outre, la méthode de la valeur majoritaire permet aussi de minimiser le nombre de situations où certains juges cherchent à manipuler le résultat par une notation volontairement extrémiste.

Il n'est évidemment pas possible d'énumérer ici toutes les avantages (et les défauts) de la méthode de la valeur majoritaire. Nous nous limitons à signaler qu'elle répond favorablement à un grand nombre de « bonnes » propriétés qui sont difficilement conciliables dans le cadre des systèmes de vote par classement. Pour finir, signalons que Balinski et Laraki (2006) ont aussi mis en œuvre une deuxième méthode, dite de classement (ou de rangement) majoritaire, destinée à obtenir, comme résultat de l'agrégation, un ordre de préférence collective sur l'ensemble des candidats.

4. La règle de vote par évaluation à trois niveaux :

La notion d'échelle d'évaluation (ou de langage commun) constitue le principe de base des deux conceptions du vote par valeurs que nous venons de présenter, le vote utilitariste et la méthode de la valeur majoritaire. Pour chacune de ces deux versions, il existe une infinité de possibilités pour le nombre de niveaux que doit comporter l'échelle de référence, et les propriétés évoquées dans la section précédente ne permettent pas de privilégier un choix particulier. Balinski et Laraki laissent ouverte cette question. En revanche, Hillinger opte clairement pour le système de vote par notes à trois niveaux. Cette méthode, qu'il note *UV-3* (ou *EV-3*)²⁷, peut être définie à partir des échelles numériques (1, 0, -1), (2, 1, 0) ou n'importe quel autre système d'évaluation équivalent.

Cette procédure électorale a été peu explorée par les théoriciens du vote. Dans la bibliographie que nous avons consultée, les références concernant le vote par notes à trois niveaux se réduisent essentiellement aux quatre papiers de Hillinger que nous avons déjà cités et à un article de Felsenthal (1989) où une procédure équivalente est proposée. La méthode suggérée par Felsenthal est une combinaison du vote par approbation et du vote par « désapprobation ». Pour chaque option, les électeurs ont le choix entre trois stratégies : approuver, désapprouver ou s'abstenir. Le score d'une option est défini par le nombre d'assentiments diminué du nombre d'avis défavorables, les options gagnantes sont celles qui obtiennent le score le plus élevé. L'auteur montre notamment que lorsque l'information est parfaite et lorsque les votants sont rationnels, l'abstention est une stratégie dominée : chaque votant a intérêt à exprimer un avis favorable ou défavorable par rapport à chaque candidat, le résultat collectif est par conséquent identique à celui du vote par assentiment²⁸. Trois autres procédures, différentes de la méthode définie par Felsenthal mais basées sur le même principe d'approbation-désapprobation, méritent d'être mentionnées. Il s'agit du vote négatif introduit par Boehm (1976) et analysé par Brams (1977), de la règle de vote (par oui ou par non) décrite par Brams et Fishburn (1993) et de la méthode trichotomique proposée par Yilmaz (1999).

²⁶ Par exemple, lorsque tous les juges accordent des notes appartenant à un sous-ensemble S de la plage des notes possibles, la note finale doit appartenir à S .

²⁷ *EV* est l'abréviation de l'expression « Evaluative Voting », autre terme utilisé par Hillinger pour désigner le vote par notes.

²⁸ La méthode proposée par Felsenthal est définie et analysée en termes de théorie des jeux. L'auteur montre aussi que, pour chaque votant, la probabilité d'être décisif est plus grande avec cette procédure qu'avec le vote par assentiment.

Parmi tous ces auteurs, Hillinger (2004a, 2004b, 2004c, 2005), est le seul à se situer ouvertement dans un cadre cardinal et à présenter sa méthode comme faisant partie de la famille des règles de vote par évaluation. Il ne met pas en évidence des propriétés théoriques propres à la procédure *UV-3* qui pourraient la distinguer des autres systèmes *UV-k* de la classe des règles de vote utilitaristes. Mais il motive son choix par un ensemble d'arguments « pragmatiques » sur l'interprétation que les votants peuvent avoir de l'échelle proposée et leur capacité à donner un sens aux différents niveaux d'évaluation. Selon lui, la plage de valeurs (+1, 0, -1) est la plus appropriée au contexte du vote²⁹ : pour chaque option, les électeurs ont la possibilité de voter pour (+1), contre (-1), ou être neutres (0)³⁰. En plus de sa simplicité, Cette différenciation offre aux votants une plus grande liberté d'exprimer leurs préférences qu'avec la règle de la pluralité ou le vote par assentiment. A titre de comparaison, en présence de cinq candidats, il y a cinq manières différentes de remplir un bulletin de vote avec la pluralité, 32 avec le vote par approbation et 243 avec la méthode *UV-3*. Elle leur permet, en particulier, de satisfaire le besoin « psychologique » de pouvoir sanctionner certaines options tout en soutenant leurs candidats favoris. Par ailleurs, une échelle plus discriminante serait mal assimilée et mal utilisée par les électeurs qui, généralement, ne disposent pas d'assez d'informations pour porter des jugements plus précis.

D'autres propriétés, plus formelles, sont aussi vérifiées par la méthode *UV-3*. Par exemple, il est facile de voir que cette procédure de vote remplit les conditions du théorème de May (anonymat, neutralité et monotonie) et qu'elle satisfait également le système d'axiomes utilisés par d'Aspremont et Gevers (1977) pour obtenir une dérivation axiomatique des méthodes d'agrégation utilitaristes : universalité, anonymat, indépendance par rapport aux options non pertinentes, unanimité et invariance par transformation affine positive de l'échelle d'évaluation. Ces propriétés sont cependant communes à toutes les autres règles de vote par évaluation (Hillinger (2004c, 2005)) et ne constituent donc pas une justification théorique du système de vote par note à trois niveaux.

Conclusion :

Très peu d'études ont été consacrées au vote par évaluation, le cadre de l'agrégation des préférences ordinales reste dominant en théorie du vote et en théorie des choix collectifs. En dehors du cas particulier du vote par approbation, qui a fait l'objet d'un grand nombre d'analyses théoriques, les contributions à l'approche cardinale se réduisent essentiellement aux travaux de Hillinger et de Balinski et Laraki. La caractérisation axiomatique de la méthode de la valeur majoritaire mise en œuvre par ces deux derniers auteurs constitue le résultat le plus significatif et le plus abouti de cette nouvelle démarche. Les arguments, moins formels, avancés par Hillinger en faveur du vote utilitariste soulèvent quelques questions sérieuses sur la notion de classement comme cadre adéquat de la modélisation des préférences individuelles. Parmi les procédures électorales défendues par cet auteur, la méthode de vote par note à trois niveaux paraît la plus attractive et l'étude de ses propriétés théoriques méritent d'être approfondies.

Bibliographie :

Alós-Ferrer, C (2006). A simple characterization of approval voting. *Social Choice and Welfare*, 27: 621-625.

Arrow, K.J (1963). *Social Choice and Individual Values* (2nd. ed.). Wiley, New York.

Baigent, N and Xu, Y (1991). Independent necessary and sufficient conditions for approval voting. *Mathematical Social Sciences*, 21 : 21–29.

Balinski, M and Laraki, R (2006). A theory of measuring, electing and ranking. Ecole polytechnique, CNRS,

²⁹ Pour les décisions prises par un comité d'experts, l'auteur plaide pour une échelle plus discriminante : (2, 1, 0, -1, -2).

³⁰ Hillinger emploie de manière indifférente les termes de neutralité (accorder une note de 0) et d'abstention (ne pas s'exprimer). Il est important de noter que ces deux notions ne sont pas équivalentes lorsque le score d'une option est défini comme une moyenne arithmétique, et non pas comme une simple somme, des notes obtenues.

Cahier n° 2006-11.

Blanchenay, P (2004). *Paradoxes de vote et modes de scrutin en France*. H.E.C, Mémoire réalisé sous la direction de H. Crès.

Boehm, A.W (1976). One fervent vote against wintergreen. Mimeograph.

Borda, J.C (1781). Mémoires sur les Élections au Scrutin. Histoire de l'Académie Royale des Sciences, Paris.

Brams, S.J (1977). When is advantageous to cast a negative vote? In *Mathematical Economics and Game Theory : Essays in Honor of Oscar Morgenstern*. (R. Henn, O. Moeschlin, eds), Springer, Berlin, 564-572.

Brams, S.J and Fishburn, P.C (1978). Approval voting. *American Political Science Review*, 72 : 831–847.

Brams, S.J and Fishburn, P.C (1983). *Approval Voting*. Birkhause, Boston.

Brams, S.J and Fishburn, P.C (1993). Yes-no voting. *Social Choice and Welfare*, 10 : 35–50.

Brams, S.J and Fishburn, P.C (2005). Going from theory to practice : The mixed success of approval voting. *Social Choice and Welfare*, 25 : 457–474.

Brams, S.J, Fishburn, P.C and Merrill III, S (1988). The responsiveness of approval voting : Comments on Saari and Van Newenhizen. *Public Choice*, 59 : 121-131.

Brams, S.J and Sanver, R. (2003). Voter sovereignty and election outcomes. Working paper 2003-07, C.V. Starr Center for Applied Economics, New York.

Condorcet, J.A.N (1785). *Essais sur l'Application de l'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix*. Paris.

D'Aspremont, C and Gevers, L (1977). Equity and informational basis of collective choice. *Review of Economic Studies*, 44 : 199–210.

Felsenthal, D.S (1989). On combining approval with disapproval voting. *Behavioral Science*, 34 : 53–60.

Fishburn, P.C (1978a). Axioms for approval voting : Direct proof. *Journal of Economic Theory*, 19 : 180–185.

Fishburn, P.C (1978b). Symmetric and consistent aggregation with dichotomous preferences. In J. Laffont, editor, *Aggregation and Revelation of Preferences*, North-Holland, Amsterdam.

Fleming, M. A (1952). Cardinal concept of welfare. *Quarterly Journal of Economics*, 66 : 366–384.

Gehrlein, W.V and Lepelley, D (1998). The Condorcet efficiency of approval voting and the probability of electing the Condorcet loser. *Journal of Mathematical Economics*, 29 : 271–283.

Gibbard, A (1969). Intransitive social indifference and the Arrow dilemma. Mimeographed.

Gibbard, A (1973). Manipulation of voting schemes : a general result. *Econometrica*, 41 : 587–601.

Harsanyi, J.C (1953). Cardinal utility in welfare economics and in the theory of risk taking. *Journal of Political Economy*, 61 : 434–435.

Harsanyi, J.C (1955). Cardinal welfare, individualistic ethics, and the interpersonal comparisons of utility. *Journal of Political Economy*, 63 : 309–32.

- Harsanyi, J.C (1976). *Essays on Ethics, Social Behavior, and Scientific Explanation*. D.Reidel, Dordrecht.
- Hillinger, C (2004a). On the possibility of democracy and rational collective choice. Discussion Paper 2004-21, University of Munich.
- Hillinger, C (2004b). Utilitarian collective choice and voting. Discussion Paper 2004-25, University of Munich.
- Hillinger, C (2004c). Voting and the cardinal aggregation of judgments. Discussion Paper 2004-09, University of Munich.
- Hillinger, C (2005). The case for utilitarian voting. *Homo Oeconomicus*, 23 : 295-321.
- Laslier, J.-F (2004). Strategic approval voting in a large electorate. Cahiers du Laboratoire 2004-001, Laboratoire d'Économétrie, École polytechnique, Paris.
- Laslier, J.-F and Van der Straeten, K (2004). Une expérience de vote par assentiment. *Revue française de science politique*, 54 : 99–130.
- Mas-Collel, A and Sonnenschein, H (1972). General possibility theorems for group decisions. *The Review of Economic Studies*, 39 : 185–192.
- May, K.O (1952). A set of independent necessary and sufficient conditions for simple majority decision. *Econometrica*, 20 : 680–684.
- Saari, D.G (1994). *Geometry of Voting*. Springer Verlag, Heidelberg.
- Saari, D.G and Van Newenhizen, J (1988). The problem of indeterminacy in approval, multiple, and truncated voting systems. *Public Choice*, 59 : 101–120.
- Salles, M (1975). A general possibility theorem for group decision rules with Pareto-transitivity. *Journal of Economic Theory*, 11 : 110–118.
- Satterthwaite, M.A (1975). Strategy-proofness and Arow's conditions : Existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions. *Journal of Economic Theory*, 10 : 187–217.
- Sen, A.K (1970a). *Collective choice and social welfare*. San-Francisco, Holden-Day.
- Sen, A.K (1970b). The impossibility of a paretian liberal political economy. *Journal of Political Economy*, 78 : 152–157.
- Sertel, M (1988). Characterizing approval voting. *Journal of Economic Theory*, 45: 207–221.
- Smith, W.D (2000). Range voting. Available at : <http://www.math.temple.edu/~wds/hompage/works.html>.
- Weber, R.J (1995). Approval voting. *Journal of Economic Perspectives*, 9: 39–49.
- Wilson, R (1972). Social choice theory without the pareto principle. *Journal of Economic Theory*, 5 : 478–486.
- Yilmaz, M.R (1999). Can we improve upon approval voting? *European Journal of Political Economy*, 15 : 89–100.
- Young, H.P (1975). Social choice scoring functions. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 28 : 824–838.