L2 Economie - micro-économie 2 - Examen 2

29 avril 2013 (Durée 2 heures)

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, les téléphones portables sont strictement interdits. **Il sera tenu compte de la rédaction et de la calligraphie**.

1 Equilibre général (14 points)

Soit une économie avec deux biens de consommation (notés C_1 et C_2) et un unique facteur de production, le travail (h). Il y a deux agents travailleurs-consommateurs (notés A et B) et deux entreprises (chacune étant spécialisée dans la production de l'un des biens). L'offre de travail de chacun des deux agents est exogène et égale à 10 heures. Les fonctions d'utilité respectives des deux agents sont : $U_A(C_1, C_2) = C_1^{1/2}C_2^{1/2}$ et $U_B(C_1, C_2) = C_1^{1/2}C_2^{1/2}$. L'agent 1 est propriétaire de l'entreprise produisant le bien 1 et l'agent 2 est propriétaire de celle produisant le bien 2. La fonction de production de l'entreprise produisant le bien 1 est $F_1(h_1) = \sqrt{h_1}$. La fonction de production de l'entreprise produisant le bien 2 est $F_2(h_2) = 2\sqrt{h_2}$. On note p_1 le prix du bien 1, p_2 le prix du bien 2 et w le taux de salaire.

Question 1 (3 points) : Déterminer les fonctions de demande de biens des deux agents.

Question 2 (3 points) : Déterminer la fonction d'offre de chacune des deux entreprises, sa fonction de demande de travail et sa fonction de profit.

Question 3 (2 points) : Déterminer les conditions d'équilibre sur les trois marchés[1].

Question 4 (1 point) : On normalise $w = 1$. Rappeler pourquoi cette normalisation est possible.

Question 5 (3 points) : Déterminer les prix d'équilibre.

Question 6 (1 point) : Déterminer l'équation de la frontière de production de l'économie.

Question 7 (1 point) : Indiquer les conditions à remplir pour calculer l'ensemble des optima de Pareto[2].

[1] Ecrire les trois équations qui doivent être vérifiées, sans les résoudre.
[2] Ecrire le système sans le résoudre.

2 Externalité (11 points)

Une entreprise produit un bien y à partir de deux inputs x_1 et x_2 avec la fonction de production $y = \min\left(\sqrt{x_1}, \sqrt{x_2}\right)$. Les prix respectifs des inputs sont $w_1 = 1$ et $w_2 = 1$. L'output obtenu est vendu sur un marché concurrentiel au prix unitaire $p = 10$.

Le vent pousse la fumée produite par l'entreprise vers une maison voisine. Le propriétaire subit une désutilité liée à la fumée ayant un équivalent monétaire égal à $2x_1$.

Question 1 (2 points) : Quels sont les choix (quantités d'inputs et d'output) de l'entreprise si elle ne prend pas en compte les nuisances infligées au propriétaire de la maison voisine ?

Question 2 (1 point) : Déterminer les quantités d'inputs et d'output socialement optimales.

Question 3 (1 point) : Comparer les résultats obtenus avec ceux de la question précédente et commenter.

Question 4 (1 point) : L'Etat décide d'introduire une taxe unitaire t sur la production de cette entreprise. Quelle est la valeur de t qui permet d'atteindre la situation socialement optimale ?

Question 5 (1 point) : Alternativement, l'Etat décide d'introduire une taxe unitaire τ sur l'utilisation de l'input 1. Quelle est la valeur de τ qui permet d'atteindre la situation socialement optimale ?

Question 6 (1 point) : Une règle de responsabilité stricte, imposant à l'entreprise de verser au propriétaire de la maison voisine $2x_1$ en dédommagement des nuisances causées, permet-elle d'atteindre l'optimum social ?

Question 7 (2 points) : L'Etat décide de ne pas utiliser la taxation mais de mettre en place un marché de droits à polluer. Le propriétaire de la maison voisine peut émettre autant de droits qu'il le souhaite. L'entreprise doit acheter un droit à polluer pour chaque unité de x_1 utilisée. On note q le prix d'un droit à polluer.

a) Déterminer la demande de droits à polluer de la firme.

b) Déterminer l'offre de droits à polluer de l'individu.

c) Déterminer le prix q des droits à polluer et le nombre de droits émis.

Question 8 (1 point) : Comment les résultats seraient-ils modifiés si une partie des droits à polluer étaient initialement attribués à la firme (par exemple si la firme était initialement dotée de 12 droits)[3] ?

Question 9 (1 point) : L'entreprise et le propriétaire de la maison voisine auraient-il pu atteindre une solution socialement optimale en négociant sans intervention de l'Etat[4] ?

[3] Répondre sans faire de calculs.
[4] Rappeler le théorême vu en cours et les conditions de son application.

3 Eléments de correction

3.1 Equilibre général (14 points)

Question 1 (3 points) : Fonctions de demande de biens des agents :

$$\left\{\begin{array}{c} Tms\left(C_1, C_2\right) = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1C_1 + p_2C_2 = 10w + \pi_i \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} \frac{\frac{1}{2}C_1^{-1/2}C_2^{1/2}}{\frac{1}{2}C_1^{1/2}C_2^{-1/2}} = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1C_1 + p_2C_2 = 10w + \pi_i \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} \frac{C_2}{C_1} = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1C_1 + p_2C_2 = 10w + \pi_i \end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p_2C_2 = p_1C_1 \\ 2p_1C_1 = 10w + \pi_i \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p_2C_2 = \frac{10w+\pi_i}{2} \\ p_1C_1 = \frac{10w+\pi_i}{2} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} C_2 = \frac{10w+\pi_i}{2p_2} \\ C_1 = \frac{10w+\pi_i}{2p_1} \end{array}\right\}$$

Question 2 (3 points) : Profit de la firme 1 :

$$\pi_1\left(p_1, w, h_1\right) = p_1F_1\left(h_1\right) - wh_1 = p_1\sqrt{h_1} - wh_1$$

On dérive par rapport à la variable que contrôle la firme :

$$\frac{\partial\pi_1\left(p_1, w, h_1\right)}{\partial h_1} = p_1\frac{1}{2\sqrt{h_1}} - w = 0 \Leftrightarrow p_1\frac{1}{2\sqrt{h_1}} = w \Leftrightarrow \frac{p_1}{2w} = \sqrt{h_1} \Leftrightarrow h_1 = \frac{1}{4}\left(\frac{p_1}{w}\right)^2$$

L'offre de bien de la firme 1 est égale à $\frac{p_1}{2w}$; sa demande de travail est égale à $\frac{1}{4}\left(\frac{p_1}{w}\right)^2$. Le profit de cette firme est égal à :

$$\pi_1 = p_1\sqrt{h_1} - wh_1 = p_1\frac{p_1}{2w} - w\frac{1}{4}\left(\frac{p_1}{w}\right)^2 = \frac{p_1^2}{2w} - \frac{1}{4}\frac{p_1^2}{w} = \frac{1}{4}\frac{p_1^2}{w}$$

Profit de la firme 2 :

$$\pi_2\left(p_2, w, h_2\right) = p_2F_2\left(h_2\right) - wh_2 = p_2 2\sqrt{h_2} - wh_2$$

On dérive par rapport à la variable que contrôle la firme :

$$\frac{\partial\pi_2\left(p_2, w, h_2\right)}{\partial h_2} = p_2\frac{2}{2\sqrt{h_2}} - w = 0 \Leftrightarrow p_2\frac{1}{\sqrt{h_2}} = w \Leftrightarrow \frac{p_2}{w} = \sqrt{h_2} \Leftrightarrow h_2 = \left(\frac{p_2}{w}\right)^2$$

L'offre de bien de la firme 2 est égale à $2\frac{p_2}{w}$; sa demande de travail est égale à $\left(\frac{p_2}{w}\right)^2$. Le profit de cette firme est égal à :

$$\pi_2 = p_2 2\sqrt{h_2} - wh_2 = p_2 2\frac{p_2}{w} - w\left(\frac{p_2}{w}\right)^2 = 2\frac{p_2^2}{w} - \frac{p_2^2}{w} = \frac{p_2^2}{w}$$

Question 3 (2 points) : Déterminer les conditions d'équilibre sur les trois marchés.

Sur le marché du bien 1, on doit avoir :

$$\frac{p_1}{2w} = \frac{10w + \pi_1}{2p_1} + \frac{10w + \pi_2}{2p_1} \Leftrightarrow \frac{p_1}{2w} = \frac{10w + \frac{1}{4}\frac{p_1^2}{w}}{2p_1} + \frac{10w + \frac{p_2^2}{w}}{2p_1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{p_1}{2w} = 5\frac{w}{p_1} + \frac{1}{8}\frac{p_1}{w} + 5\frac{w}{p_1} + \frac{1}{2}\frac{p_2^2}{p_1 w} \Leftrightarrow \frac{3}{8}\frac{p_1}{w} = 10\frac{w}{p_1} + \frac{1}{2}\frac{p_2^2}{p_1 w}$$

Sur le marché du bien 2, on doit avoir :

$$2\frac{p_2}{w} = \frac{10w + \pi_1}{2p_2} + \frac{10w + \pi_2}{2p_2} \Leftrightarrow 2\frac{p_2}{w} = \frac{10w + \frac{1}{4}\frac{p_1^2}{w}}{2p_2} + \frac{10w + \frac{p_2^2}{w}}{2p_2}$$

$$\Leftrightarrow 2\frac{p_2}{w} = 5\frac{w}{p_2} + \frac{1}{8}\frac{p_1^2}{p_2 w} + 5\frac{w}{p_2} + \frac{1}{2}\frac{p_2}{w} \Leftrightarrow \frac{3}{2}\frac{p_2}{w} = 10\frac{w}{p_2} + \frac{1}{8}\frac{p_1^2}{p_2 w}$$

Sur le marché du travail, on doit avoir :

$$10 + 10 = \frac{1}{4}\left(\frac{p_1}{w}\right)^2 + \left(\frac{p_2}{w}\right)^2 \Leftrightarrow 20 = \frac{1}{4}\left(\frac{p_1}{w}\right)^2 + \left(\frac{p_2}{w}\right)^2$$

Question 4 (1 point) : On rappelle la loi de Walras et ses implications.

Question 5 (3 points) : Déterminer les prix d'équilibre.

$$\left\{\begin{array}{c} \frac{3}{8}\frac{p_1}{w} = 10\frac{w}{p_1} + \frac{1}{2}\frac{p_2^2}{p_1 w} \\ \frac{3}{2}\frac{p_2}{w} = 10\frac{w}{p_2} + \frac{1}{8}\frac{p_1^2}{p_2 w} \\ 20 = \frac{1}{4}\left(\frac{p_1}{w}\right)^2 + \left(\frac{p_2}{w}\right)^2 \\ w = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} \frac{3}{8}p_1 = 10\frac{1}{p_1} + \frac{1}{2}\frac{p_2^2}{p_1} \\ \frac{3}{2}p_2 = 10\frac{1}{p_2} + \frac{1}{8}\frac{p_1^2}{p_2} \\ 20 = \frac{1}{4}p_1^2 + p_2^2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} \frac{3}{8}p_1^2 = 10 + \frac{1}{2}p_2^2 \\ \frac{3}{2}p_2^2 = 10 + \frac{1}{8}p_1^2 \\ 20 = \frac{1}{4}p_1^2 + p_2^2 \end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} \frac{3}{8}p_1^2 = 10 + \frac{1}{2}\left(20 - \frac{1}{4}p_1^2\right) \\ \frac{3}{2}p_2^2 = 10 + \frac{1}{8}p_1^2 \\ p_2^2 = 20 - \frac{1}{4}p_1^2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} \frac{3}{8}p_1^2 = 10 + 10 - \frac{1}{8}p_1^2 \\ \frac{3}{2}p_2^2 = 10 + \frac{1}{8}p_1^2 \\ p_2^2 = 20 - \frac{1}{4}p_1^2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} \frac{4}{8}p_1^2 = 20 \\ \frac{3}{2}p_2^2 = 10 + \frac{1}{8}p_1^2 \\ p_2^2 = 20 - \frac{1}{4}p_1^2 \end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p_1^2 = 40 \\ \frac{3}{2}p_2^2 = 10 + \frac{1}{8}p_1^2 \\ p_2^2 = 20 - 10 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p_1^2 = 40 \\ \frac{3}{2}10 = 10 + \frac{1}{8}40 \\ p_2^2 = 10 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p_1^2 = 40 \\ 15 = 10 + 5 \\ p_2^2 = 10 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p_1 = 2\sqrt{10} \\ p_2 = \sqrt{10} \end{array}\right\}$$

Question 6 (1 point) : Déterminer l'équation de la frontière de production de l'économie.

$$\left\{\begin{array}{c} h_1 + h_2 = 20 \\ C_1 = \sqrt{h_1} \\ C_2 = 2\sqrt{h_2} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} h_1 + h_2 = 20 \\ C_1^2 = h_1 \\ \frac{1}{4}C_2^2 = h_2 \end{array}\right\} \Rightarrow C_1^2 + \frac{1}{4}C_2^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}C_2^2 = 20 - C_1^2 \Leftrightarrow C_2^2 = 4\left(20 - C_1^2\right) \Leftrightarrow C_2 = 2\sqrt{20 - C_1^2}$$

Question 7 (1 point) : Indiquer les conditions à remplir pour calculer l'ensemble des optima de Pareto [Ecrire le système sans le résoudre].

3.2 Externalité (11 points)

Questions 1 à 5 : Voir TD4.

Question 6 (1 point) : Oui, cette règle incite la firme à internaliser l'externalité.

Questions 7 et 8 : Voir TD4.

Question 9 (1 point) : Théorème de Coase. En l'absence de coût de transaction, on atteint toujours l'optimum social. S'il y a des coûts de transaction, c'est nettement moins sûr.