FACULTÉ DE DROIT ET D'ÉCONOMIE

Année universitaire 2015-2016

L2 ÉCONOMIE-GESTION

ÉPREUVE DE MICROÉCONOMIE 1

Durée : 1H00

Session 2 : Juin 2016

Les calculatrices NE sont PAS autorisées. Les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits. **Il sera tenu compte de la rédaction et de la calligraphie**.

1 Équilibre concurrentiel (8 points)

On considère un marché concurrentiel avec libre entrée et libre sortie. La technologie dans cette industrie est résumée par la fonction de production :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ \ln(x) & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

La fonction de demande inverse sur ce marché est égale à $p(Q) = 100 - Q$, où Q est la quantité totale vendue sur le marché. Le prix unitaire de l'input est noté w.

Question 1 : Déterminer l'équilibre de long terme (nombre de firmes actives, prix d'équilibre et quantité produite) de ce marché en fonction de w.

2 Monopole (12 points)

Une entreprise est en situation de monopole sur un marché dont la fonction de demande inverse est égale à $p(Q) = 100 - Q$. Cette entreprise possède deux usines dont les fonctions de production sont respectivement égales à $f_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = \min\left(x_1^A, \sqrt{x_2^A}\right)$ et $f_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = \min\left(x_1^B, 2\sqrt{x_2^B}\right)$. Les coûts unitaires des inputs sont égaux à w_1 et w_2.

Question 2 : Calculer la quantité choisie par le monopole et le prix d'équilibre en fonction de w_1 et w_2.

3 Éléments de correction

3.1 Équilibre concurrentiel (8 points)

On commence par rechercher la fonction de coût :

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = \ln(x) \Leftrightarrow e^y = e^{\ln(x)} \Leftrightarrow x = e^y$$

$$c(y) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad y = 0 \\ we^y & \text{si} \quad y > 0 \end{cases}$$

$$CM(y) = \frac{we^y}{y} \qquad \text{et} \qquad Cm(y) = we^y$$

On recherche le minimum de la courbe de coût moyen :

$$CM(y) = Cm(y) \Leftrightarrow \frac{we^y}{y} = we^y \Leftrightarrow e^y = ye^y \Leftrightarrow y = 1$$

autre méthode :

$$CM'(y) = 0 \Leftrightarrow w\frac{e^y y - e^y}{y^2} = 0 \Leftrightarrow e^y(y-1) = 0 \Leftrightarrow y = 1$$

Pour $y = 1$, on a :

$$CM(1) = \frac{we^1}{1} = we \simeq 2,718w$$

A l'équilibre de long terme, on a :

$$p = CM(1) = we \simeq 2,718w$$

Chaque firme active produit $y = 1$.

La demande totale est égale à :

$$Q = 100 - p = 100 - we$$

Le nombre de firmes actives est égal à :

$$n = \frac{Q}{y} = \frac{100 - we}{1} = 100 - we$$

3.2 Monopole (12 points)

On commence par rechercher la fonction de coût de la firme. L'étape préalable consiste à déterminer la fonction de coût de chacune des deux usines.

Usine A :

$$y_A = x_1^A = \sqrt{x_2^A} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} x_1^A = y_A \\ x_2^A = y_A^2 \end{array} \right.$$

$$c_A(y_A) = w_1 y_A + w_2 y_A^2$$

Usine B :

$$y_B = x_1^B = 2\sqrt{x_2^B} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} x_1^B = y_B \\ x_2^B = \frac{1}{4} y_B^2 \end{array} \right.$$

$$c_B(y_B) = w_1 y_B + \frac{1}{4} w_2 y_B^2$$

L'étape suivante consiste à calculer la fonction de coût de la firme. On calcule les coûts marginaux des deux usines :

$$\begin{array}{rcl} Cm_A(y_A) & = & w_1 + 2w_2 y_A \\ Cm_B(y_B) & = & w_1 + \dfrac{1}{2} w_2 y_B \end{array}$$

Les coûts marginaux des deux usines sont égaux lorsque $y_A = 0$ et $y_B = 0$. Les coûts marginaux sont croissants. On a donc un équilibre intérieur, la firme a toujours intérêt à utiliser ses deux usines. La répartition de la production entre les deux sites qui minimise les coûts doit vérifier :

$$\left\{ \begin{array}{c} Cm_A(y_A) = Cm_B(y_B) \\ y = y_A + y_B \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} w_1 + 2w_2 y_A = w_1 + \frac{1}{2} w_2 y_B \\ y_B = y - y_A \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2w_2 y_A = \frac{1}{2} w_2 (y - y_A) \\ y_B = y - y_A \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 4y_A = y - y_A \\ y_B = y - y_A \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 3y_A = y \\ y_B = y - y_A \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} y_A = \frac{1}{3} y \\ y_B = \frac{2}{3} y \end{array} \right\}$$

Fonction de coût :

$$\begin{array}{rcl} c(y) & = & c_A(y_A) + c_B(y_B) = w_1 y_A + w_2 y_A^2 + w_1 y_B + \dfrac{1}{4} w_2 y_B^2 = w_1 \dfrac{1}{3} y + w_2 \left(\dfrac{1}{3} y\right)^2 + w_1 \dfrac{2}{3} y + \dfrac{1}{4} w_2 \left(\dfrac{2}{3} y\right)^2 \\ & = & w_1 y + \dfrac{1}{9} w_2 y^2 + \dfrac{1}{4}\dfrac{4}{9} w_2 y^2 = w_1 y + \dfrac{2}{9} w_2 y^2 \end{array}$$

On peut maintenant écrire la fonction de profit du monopole et chercher la quantité qui permet de la maximiser :

$$\pi(w_1, w_2, y) = (100 - y) y - w_1 y - \frac{2}{9} w_2 y^2$$

$$\frac{\partial \pi(w_1, w_2, y)}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow 100 - 2y - w_1 - \frac{4}{9} w_2 y = 0 \Leftrightarrow 100 - w_1 = 2y + \frac{4}{9} w_2 y$$

$$\Leftrightarrow 18y + 4w_2 y = 9(100 - w_1) \Leftrightarrow y = \frac{9(100 - w_1)}{18 + 4w_2}$$

Production choisie par le monopole :

$$y\left(w_1,w_2\right)=\left\{\begin{array}{ccc}\frac{9(100-w_1)}{18+4w_2} & \text{si} & w_1<100\\ 0 & \text{si} & w_1\geq 100\end{array}\right.$$

Prix de monopole :

$$p=100-\frac{9\left(100-w_1\right)}{18+4w_2}=\frac{1800+400w_2-900+9w_1}{18+4w_2}=\frac{900+9w_1+400w_2}{18+4w_2}$$

$$p\left(w_1,w_2\right)=\left\{\begin{array}{ccc}\frac{900+9w_1+400w_2}{18+4w_2} & \text{si} & w_1<100\\ p\geq 100 & \text{si} & w_1\geq 100\end{array}\right.$$