FACULTÉ DE DROIT ET D'ÉCONOMIE

Année Universitaire 2016-2017

L2 ÉCONOMIE-GESTION

ÉPREUVE DE MICROÉCONOMIE 1

Durée : 2H00

Session 1 : 30 novembre 2016

Les calculatrices sont autorisées. Les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont strictement interdits. **Il sera tenu compte de la rédaction**. **Barême non contractuel**.

1 Équilibre de long terme (7 points)

On s'intéresse à l'équilibre de long terme d'une industrie. La fonction de coût d'une firme représentative est égale à :

$$c(y) = \frac{2}{3}y^3 - 10y^2 + 50y$$

Le bien produit par la firme est vendu sur un marché concurrentiel à un prix p.

Question 1 (4 points) : Quelle est la fonction d'offre de long terme d'une firme ?

Question 2 (1 point) : Calculer l'élasticité prix de la fonction d'offre pour $p = 200$.

Question 3 (2 points) : Quel est l'équilibre de long terme de cette industrie si la demande est égale à $Q(p) = \frac{625-2p}{2}$?

2 Impact d'une fusion (10 points)

On considère une industrie comprenant 2 firmes. La première a une fonction de coût égale à $C_1(q_1) = q_1^2$. La seconde firme a une fonction de coût égale à $C_2(q_2) = 2q_2^2$. La demande est égale à $Q(p) = 70 - p$.

Question 4 (3 points) : Quel est l'équilibre (concurrentiel de court terme) de cette industrie (prix, quantité produite par chacune des firmes, profit de chacune des firmes) ?

Question 5 (2 points) : On suppose que les deux firmes fusionnent. Calculer la fonction de coût de la firme issue de la fusion.

Question 6 (3 points) : Quel est le nouvel équilibre de l'industrie (prix, quantité produite par le monopole, profit du monopole).

Question 7 (2 points) : Calculer les surplus des consommateurs et les surplus sociaux avant et après la fusion. Commenter.

3 Question de cours (4 points)

Question 8 (4 points) : Expliquer pourquoi un équilibre concurrentiel est socialement optimal.

4 Eléments de correction

4.1 Équilibre de long terme (7 points)

Question 1 (4 points) : Fonction d'offre de long terme d'une firme.

Condition 1 : $p = Cm(y)$.

$$\begin{aligned} c(y) &= \frac{2}{3}y^3 - 10y^2 + 50y \\ Cm(y) &= 2y^2 - 20y + 50 \end{aligned}$$

$$p = Cm(y) \Leftrightarrow p = 2y^2 - 20y + 50 \Leftrightarrow 2y^2 - 20y + 50 - p = 0$$

On cherche les racines de ce polynôme :

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac = 20^2 - 8(50 - p) = 8p + 400 - 400 = 8p \\ y_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{20 - 2\sqrt{2p}}{4} = \frac{10 - \sqrt{2p}}{2} = 5 - \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{p} \\ y_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{20 + 2\sqrt{2p}}{4} = \frac{10 + \sqrt{2p}}{2} = 5 + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{p} \end{aligned}$$

Condition 2 : $Cm(y)$ croissant.

$$\frac{dCm(y)}{dy} = 4y - 20 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 5$$

Le coût marginal est croissant en y_2, mais décroissant en y_1.

Condition 3 : $p \geq CM(y)$.

$$CM(y) = \frac{2}{3}y^2 - 10y + 50$$

On recherche le minimum de cette fonction.

$$CM(y) = Cm(y) \Leftrightarrow \frac{2}{3}y^2 - 10y + 50 = 2y^2 - 20y + 50 \Leftrightarrow 10y = \frac{4}{3}y^2 \Leftrightarrow \frac{30}{4} = y \Leftrightarrow y = \frac{15}{2} = 7,5$$

$$CM\left(\frac{15}{2}\right) = 2\left(\frac{15}{2}\right)^2 - 20 \times \frac{15}{2} + 50 = \frac{1}{2} \times 15^2 - 150 + 50 = \frac{225 - 300 + 100}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$

Fonction d'offre de long terme :

$$y(p) = \begin{cases} 5 + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{p} & \text{si} \quad p > 12,5 \\ 0 \text{ ou } 7,5 & \text{si} \quad p = 12,5 \\ 0 & \text{si} \quad p < 12,5 \end{cases}$$

Question 2 (1 point) : L'élasticité-prix est égale à :

$$\varepsilon = \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\Delta y}{\Delta p}\frac{p}{y} = \frac{\partial y\left(p\right)}{\partial p}\frac{p}{y\left(p\right)} = \frac{1}{2\sqrt{2}\sqrt{p}} \times \frac{p}{5 + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{p}} = \frac{\sqrt{p}}{10\sqrt{2} + 2\sqrt{p}}$$

Application numérique :

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{p}}{10\sqrt{2} + 2\sqrt{p}} = \frac{\sqrt{200}}{10\sqrt{2} + 2\sqrt{200}} = \frac{10\sqrt{2}}{10\sqrt{2} + 20\sqrt{2}} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Question 3 (2 points) : Les firmes entrent sur ce marché jusqu'à ce que le profit d'une firme tombe à 0. Le prix d'équilibre de long terme est donc égal au minimum du coût moyen des firmes. On a donc :

$$p = 12,5$$

La demande pour ce prix est égale à :

$$Q\left(p\right) = \frac{625 - 2p}{2} = \frac{625 - 25}{2} = 300$$

Chaque firme active produit $\frac{15}{2}$. Le nombre de firmes actives à long terme est égal à :

$$n = \frac{Q\left(p\right)}{\frac{15}{2}} = \frac{300 \times 2}{15} = 40$$

4.2 Impact d'une fusion (10 points)

Question 4 (3 points) : Chacune des deux firmes choisit son niveau de production en égalisant son coût marginal au prix :

$$\begin{aligned} Cm_1\left(q_1\right) &= p \Leftrightarrow 2q_1 = p \Leftrightarrow q_1\left(p\right) = \frac{1}{2}p \\ Cm_2\left(q_2\right) &= p \Leftrightarrow 4q_2 = p \Leftrightarrow q_2\left(p\right) = \frac{1}{4}p \end{aligned}$$

L'offre totale de l'industrie est égale à :

$$Y\left(p\right) = q_1\left(p\right) + q_2\left(p\right) = \frac{1}{2}p + \frac{1}{4}p = \frac{3}{4}p$$

On détermine le prix d'équilibre en égalisant l'offre et la demande :

$$Y\left(p\right) = Q\left(p\right) \Leftrightarrow \frac{3}{4}p = 70 - p \Leftrightarrow \frac{7}{4}p = 70 \Leftrightarrow p = \frac{4}{7} \times 70 = 40$$

On en déduit les quantités produites par les deux firmes :

$$q_1 = \frac{1}{2} \times 40 = 20 \qquad \text{et} \qquad q_2 = \frac{1}{4} \times 40 = 10$$

et les profits des firmes :

$$\pi_1 = 40 \times 20 - 20^2 = 400 \qquad \text{et} \qquad \pi_2 = 40 \times 10 - 2 \times 10^2 = 200$$

Question 5 (2 points) : On trouve la répartition optimale de la production entre les deux usines en résolvant le système :

$$\left\{ \begin{array}{c} Cm_1(q_1) = Cm_2(q_2) \\ q_1 + q_2 = q \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2q_1 = 4q_2 \\ q_1 + q_2 = q \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = 2q_2 \\ 2q_2 + q_2 = q \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{2}{3}q \\ q_2 = \frac{1}{3}q \end{array} \right\}$$

La fonction de coût de la firme issue de la fusion est donc égale à :

$$C(q) = C_1(q_1) + C_2(q_2) = \left(\frac{2}{3}q\right)^2 + 2\left(\frac{1}{3}q\right)^2 = \frac{4}{9}q^2 + \frac{2}{9}q^2 = \frac{6}{9}q^2 = \frac{2}{3}q^2$$

Question 6 (3 points) : Profit du monopole :

$$\pi(q) = P(q)\,q - c(q)$$

On a besoin de déterminer la fonction de demande inverse :

$$Q(p) = 70 - p \Leftrightarrow P(q) = 70 - q$$

$$\begin{aligned} \pi(q) &= (70 - q)\,q - \frac{2}{3}q^2 \\ \frac{\partial \pi(q)}{\partial q} &= 70 - 2q - \frac{4}{3}q = 0 \Leftrightarrow \frac{10}{3}q = 70 \Leftrightarrow q = \frac{3}{10} \times 70 = 21 \end{aligned}$$

On en déduit le prix de monopole :

$$p = 70 - q = 70 - 21 = 49$$

et son profit :

$$\pi = 49 \times 21 - \frac{2}{3} \times 21^2 = (49 - 14) \times 21 = 35 \times 21 = 735$$

Question 7 (2 points) : Surplus des consommateurs :

$$SC(Q) = \frac{1}{2}Q^2 \qquad ; \qquad SC(30) = \frac{30^2}{2} = 450 \qquad ; \qquad SC(21) = \frac{21^2}{2} = 220,5$$

Surplus sociaux :

$$W = \sum \pi + SC \qquad ; \qquad W^{avant} = 600 + 450 = 1050 \qquad ; \qquad W^{apres} = 735 + 220,5 = 955,5$$