FACULTÉ DE DROIT ET D'ÉCONOMIE

Année Universitaire 2015-2016

FILIERE L2 ÉCONOMIE-GESTION

ÉPREUVE DE MICROÉCONOMIE 1

Durée : 2H00

Session 1 : 23 novembre 2015

Les calculatrices **NE** sont **PAS** autorisées. Les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont strictement interdits. **Il sera tenu compte de la rédaction**. **Barême non contractuel**.

1 Équilibre de court terme (6 points)

On considère une industrie comprenant 6 firmes. 2 firmes ont une fonction de production égale à $f_1(x_1, x_2) = \min\left(\sqrt{x_1}, x_2\right)$. Les 4 autres firmes ont une fonction de production égale à $f_2(x_1, x_2) = \min\left(x_1, \sqrt{x_2}\right)$. Les prix des inputs sont égaux à $w_1 = 2$ et $w_2 = 1$.

Question 1 (6 points) : Quel est l'équilibre de court terme de cette industrie (prix, quantités produites par type de firmes) si la demande est égale à $Q(p) = 20 - p$?

2 Équilibre de long terme (7 points)

On s'intéresse à l'équilibre de long terme d'une industrie. La fonction de production d'une firme représentative est égale à :

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \sqrt{x_1 + x_2} - 2 & \text{si} \quad x_1 + x_2 \geq 4 \\ 0 & \text{si} \quad x_1 + x_2 < 4 \end{cases}$$

Les prix unitaires respectifs des facteurs de production sont égaux à $w_1 = 2$ et $w_2 = 3$. Le bien produit par la firme est vendu sur un marché concurrentiel à un prix p.

Question 2 (4 points) : Quelle est la fonction d'offre de long terme d'une firme ?

Question 3 (3 points) : Quel est l'équilibre de long terme de cette industrie si la demande est égale à $Q(p) = 116 - p$?

3 Monopole (7 points)

Une firme en situation de monopole a une fonction de coût égale à $c\left(q\right) = 2q^2 + 7425$. La demande sur ce marché est égale à : $Q\left(p\right) = 300 - p$.

Question 4 (2,5 points) : Quel est le prix et la quantité choisis par un monopole (non réglementé) ?

Question 5 (2,5 points) : Quel prix doit fixer une autorité publique régulant le monopole si elle souhaite atteindre l'optimum de Pareto ?

Question 6 (2 points) : Quel prix doit fixer une autorité publique régulant le monopole si elle souhaite maximiser le surplus social, mais sous la contrainte que la firme ne doit pas être déficitaire ?

4 Eléments de correction

4.1 Équilibre de court terme (6 points)

Question (6 points) : Fonction de coût d'une firme de type 1 :

$$\begin{aligned}
\sqrt{x_1} &= x_2 = y_1 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} x_1 = y_1^2 \\ x_2 = y_1 \end{array} \right\} \\
c_1\left(w_1, w_2, y_1\right) &= w_1 y_1^2 + w_2 y_1
\end{aligned}$$

Fonction de coût d'une firme de type 2 :

$$\begin{aligned}
x_1 &= \sqrt{x_2} = y_2 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} x_1 = y_2 \\ x_2 = y_2^2 \end{array} \right\} \\
c_2\left(w_1, w_2, y_2\right) &= w_1 y_2 + w_2 y_2^2
\end{aligned}$$

Fonction d'offre d'une firme de type 1 :

$$\begin{aligned}
p &= Cm_1\left(w_1, w_2, y_1\right) \Leftrightarrow p = 2w_1 y_1 + w_2 \Leftrightarrow y_1 = \frac{p - w_2}{2w_1} \\
CVM_1\left(w_1, w_2, y_1\right) &= w_1 y_1 + w_2
\end{aligned}$$

On vérifie que $p \geq CVM_1\left(w_1, w_2, y_1\right)$. La fonction CVM_1 atteint son minimum lorsque $y_1 = 0$. Elle est alors égale à w_2.

$$y_1(p) = \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{p-w_2}{2w_1} & \text{si} & p \geq w_2 \\ 0 & \text{si} & p < w_2 \end{array} \right.$$

Fonction d'offre d'une firme de type 2 :

$$\begin{aligned}
p &= Cm_2\left(w_1, w_2, y_2\right) \Leftrightarrow p = w_1 + 2w_2 y_2 \Leftrightarrow y_2 = \frac{p - w_1}{2w_2} \\
CVM_2\left(w_1, w_2, y_2\right) &= w_1 + w_2 y_2
\end{aligned}$$

On vérifie que $p \geq CVM_2\left(w_1, w_2, y_2\right)$. La fonction CVM_2 atteint son minimum lorsque $y_2 = 0$. Elle est alors égale à w_1.

$$y_2(p) = \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{p-w_1}{2w_2} & \text{si} & p \geq w_1 \\ 0 & \text{si} & p < w_1 \end{array} \right.$$

Offre totale :

$$Y(p) = 2\frac{p - w_2}{2w_1} + 4\frac{p - w_1}{2w_2} = \frac{p-1}{2} + 2\frac{p-2}{1} = \frac{p - 1 + 4p - 8}{2} = \frac{5p - 9}{2}$$

Prix d'équilibre :

$$Y(p) = Q(p) \Leftrightarrow \frac{5p-9}{2} = 20 - p \Leftrightarrow 5p - 9 = 40 - 2p \Leftrightarrow 7p = 49 \Leftrightarrow p = 7$$

Quantités produites :

$$y_1(p) = \frac{p - w_2}{2w_1} = \frac{7-1}{4} = \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad y_2(p) = \frac{p - w_1}{2w_2} = \frac{7-2}{2} = \frac{5}{2}$$

4.2 Équilibre de long terme (7 points)

Fonction de coût d'une firme : Les inputs sont des substituts parfaits. Les firmes n'utilisent que l'input le moins cher. Elles n'utilisent donc que l'input 1. On a donc :

$$\begin{aligned} \sqrt{x_1} - 2 &= y \Leftrightarrow \sqrt{x_1} = y + 2 \Leftrightarrow x_1 = (y+2)^2 \\ c(y) &= w_1 (y+2)^2 = 2(y+2)^2 = 2\left(y^2 + 4y + 4\right) = 2y^2 + 8y + 8 \end{aligned}$$

Fonction d'offre de long terme d'une firme : On égale le prix et le coût marginal des firmes :

$$p = Cm(y) \Leftrightarrow p = 4y + 8 \Leftrightarrow p - 8 = 4y \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}p - 2$$

On vérifie que le prix est supérieur ou égal au coût moyen :

$$CM(y) = 2y + 8 + \frac{8}{y}$$

On cherche le minimum de $CM(y)$:

$$\begin{aligned} CM(y) &= Cm(y) \Leftrightarrow 2y + 8 + \frac{8}{y} = 4y + 8 \Leftrightarrow \frac{8}{y} = 2y \Leftrightarrow 8 = 2y^2 \Leftrightarrow 4 = y^2 \Leftrightarrow y = 2 \\ CM(2) &= 2 \times 2 + 8 + \frac{8}{2} = 4 + 8 + 4 = 16 \end{aligned}$$

Offre de long terme d'une firme :

$$y(p) = \begin{cases} \frac{1}{4}p - 2 \quad \text{si} \quad p > 16 \\ 0 \quad \text{ou} \quad 2 \quad \text{si} \quad p = 16 \\ 0 \quad \text{si} \quad p < 16 \end{cases}$$

Equilibre de long terme : Les firmes entrent sur ce marché jusqu'à ce que le profit d'une firme tombe à 0. Le prix d'équilibre de long terme est donc égal au minimum du coût moyen des firmes. On a donc :

$$p = 16$$

La demande pour ce prix est égale à :

$$Q(p) = 116 - 16 = 100$$

Chaque firme active produit 2. Le nombre de firmes actives à long terme est égal à :

$$n = \frac{Q(p)}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

4.3 Monopole (7 points)

Question 4 (2,5 points) : Fonction de demande inverse :

$$Q(p) = 300 - p \Leftrightarrow p = 300 - q$$

Profit du monopole :

$$\pi(q) = (300 - q)\, q - 2q^2 - F$$

Quantité choisie :

$$\frac{\partial \pi(q)}{\partial q} = 0 \Leftrightarrow 300 - 2q - 4q = 0 \Leftrightarrow 6q = 300 \Leftrightarrow q = 50$$

Prix de monopole :

$$p = 300 - q = 300 - 50 = 250$$

Profit :

$$\pi = 250 \times 50 - 2 \times 50^2 - F = (250 - 100) \times 50 - F = 150 \times 50 - F = 7500 - F = 75$$

Question 5 (2,5 points) : L'optimum de Pareto correspond à une tarification au coût marginal :

$$\begin{aligned} p &= Cm(q) \Leftrightarrow 300 - q = 4q \Leftrightarrow 300 = 5q \Leftrightarrow q = 60 \\ p &= 300 - 60 = 240 \end{aligned}$$

Profit :

$$\pi = 240 \times 60 - 2 \times 60^2 - F = (240 - 120) \times 60 - F = 120 \times 60 - F = 7200 - F = -225$$

Question 6 (2 points) : L'autorité publique choisit une tarification au coût moyen :

$$\begin{aligned} p &= CM(q) \Leftrightarrow 300 - q = 2q + \frac{F}{q} \Leftrightarrow 3q - 300 + \frac{F}{q} = 0 \Leftrightarrow 3q^2 - 300q + 7425 = 0 \\ &\Leftrightarrow q^2 - 100q + 2475 = 0 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac = 100^2 - 4 \times 2475 \\
q_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{100 - \sqrt{100^2 - 4 \times 2475}}{2} = 50 - \frac{2\sqrt{50^2 - 2475}}{2} = 50 - \sqrt{50^2 - 2475} = 45 \\
q_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 50 + \sqrt{50^2 - 2475} = 55
\end{aligned}
$$

On retient la quantité la plus grande :

$$
\begin{aligned}
q &= 55 \\
p &= 300 - 55 = 245
\end{aligned}
$$