# FACULTÉ DE DROIT ET D'ÉCONOMIE

Année Universitaire 2014-2015

**FILIERE L2 ÉCONOMIE**

## ÉPREUVE DE MICROÉCONOMIE

Durée : 2H00

Session 1 : 24 novembre 2014

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits. **Il sera tenu compte de la rédaction**. **Barême non contractuel**.

## 1 Fonction de coût (3 points)

On considère une industrie dans laquelle la technologie peut être représentée par la fonction de production suivante : $f(k,l) = 2\sqrt{k} + \sqrt{l}$ où $k$ est la quantité de capital utilisée par une firme et $l$ la quantité de travail employée. Le coût unitaire du capital est égal à $r$ et celui du travail à $w$.

**Question 1 (3 points) :** Quelle est la fonction de coût d'une firme ?

## 2 Équilibre de long terme (5 points)

On considère une industrie dans laquelle la fonction de coût de long terme des firmes est égale à :

$$c(w,r,y) = \begin{cases} \frac{2}{5}y^2 + 20 & \text{si} \quad y > 0 \\ 0 & \text{si} \quad y = 0 \end{cases}$$

Le bien produit par les firmes est vendu sur un marché concurrentiel à un prix $p$.

**Question 2 (3 points) :** Quelle est la fonction d'offre de long terme d'une firme ?

**Question 3 (2 points) :** Quel est l'équilibre de long terme de cette industrie si la demande est égale à $Q(p) = 1024\sqrt{2} - p$ ?

## 3 Équilibre de court terme (4 points)

On considère une industrie comprenant 5 firmes. 2 firmes ont une fonction de coût égale à $c_1(y) = y^2$. Les 3 autres firmes ont une fonction de coût égale à $c_2(y) = 2y^2$.

**Question 4 (4 points) :** Quel est l'équilibre de court terme de cette industrie (prix, quantités produites par type de firmes et profits par firme) si la demande est égale à $Q(p) = 1000 - \frac{33}{4}p$ ?

# 4 Monopole (8 points)

Une firme en situation de monopole possède deux sites de production dont les fonctions de coût respectives sont égales à $c_1(q_1) = 2q_1^2$ et $c_2(q_2) = 5q_2^2$.

**Question 5 (2 points) :** Quelle est la fonction de coût de ce monopole ?

**Question 6 (2 points) :** Déterminer le prix et la quantité choisis par le monopole si la fonction de demande est égale à $D(p) = 1000 - p$.

**Question 7 (2 points) :** Quelle somme maximale le monopole est-il prêt à investir pour moderniser son second site de production et réduire les coûts de ce site à $c_2(q_2) = 2q_2^2$ ?

**Question 8 (2 points) :** Quelle somme maximale le monopole est-il prêt à investir pour améliorer la qualité de son produit, ce qui augmenterait la fonction de demande à $D_2(p) = 2000 - p$ ? [Pour cette question, on revient à la fonction de coût de la question 5].

# 5 Eléments de correction

## 5.1 Fonction de coût (3 points)

**Question 1 (3 points) :** Demandes conditionnelles de facteurs :

$$\left\{ \begin{array}{c} Tmst\left(k,l\right) = \frac{r}{w} \\ 2\sqrt{k}+\sqrt{l} = y \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \frac{2\frac{1}{2\sqrt{k}}}{\frac{1}{2\sqrt{l}}} = \frac{r}{w} \\ 2\sqrt{k}+\sqrt{l} = y \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \frac{2\sqrt{l}}{\sqrt{k}} = \frac{r}{w} \\ 2\sqrt{k}+\sqrt{l} = y \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2\sqrt{l}\frac{w}{r} = \sqrt{k} \\ 2\sqrt{k}+\sqrt{l} = y \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2\sqrt{l}\frac{w}{r} = \sqrt{k} \\ 4\sqrt{l}\frac{w}{r}+\sqrt{l} = y \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \sqrt{k} = 2\sqrt{l}\frac{w}{r} \\ \left(4\frac{w}{r}+1\right)\sqrt{l} = y \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \sqrt{k} = 2\sqrt{l}\frac{w}{r} \\ \frac{4w+r}{r}\sqrt{l} = y \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \sqrt{k} = 2\sqrt{l}\frac{w}{r} \\ \sqrt{l} = \frac{r}{4w+r}y \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \sqrt{k} = 2\frac{w}{r}\frac{r}{4w+r}y \\ \sqrt{l} = \frac{r}{4w+r}y \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} k = 4\left(\frac{w}{4w+r}\right)^2 y^2 \\ l = \left(\frac{r}{4w+r}\right)^2 y^2 \end{array} \right\}$$

Fonction de coût :

$$\begin{aligned} c\left(w,r,y\right) &= rk\left(w,r,y\right)+wl\left(w,r,y\right) = r4\left(\frac{w}{4w+r}\right)^2 y^2 + w\left(\frac{r}{4w+r}\right)^2 y^2 = \left(4rw^2+wr^2\right)\frac{1}{\left(4w+r\right)^2}y^2 \\ &= \left(4w+r\right)rw\frac{1}{\left(4w+r\right)^2}y^2 = \frac{rw}{4w+r}y^2 \end{aligned}$$

## 5.2 Equilibre de long terme (5 points)

**Question 2 (3 points) :** La fonction d'offre de long terme d'une firme doit remplir trois conditions.

1) prix = coût marginal :

$$p = Cm\left(y\right) \Leftrightarrow p = \frac{4}{5}y \Leftrightarrow y\left(p\right) = \frac{5}{4}p$$

2) Coût marginal croissant : ok.

3) prix supérieur ou égal au minimum du coût moyen. On recherche le minimum de la fonction de coût moyen. Ce minimium est atteint pour la valeur de $y$ telle que $Cm\left(y\right) = CM\left(y\right)$.

$$Cm\left(y\right) = CM\left(y\right) \Leftrightarrow \frac{4}{5}y = \frac{2}{5}y+\frac{20}{y} \Leftrightarrow \frac{2}{5}y = \frac{20}{y} \Leftrightarrow y^2 = 20\times\frac{5}{2} \Leftrightarrow y^2 = 2\times 25 \Leftrightarrow y = 5\sqrt{2}$$

$$CM\left(5\sqrt{2}\right) = \frac{4}{5}5\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

On a donc :

$$y\left(p\right) = \left\{ \begin{array}{c} \frac{5}{4}p \quad \text{si} \quad p > 4\sqrt{2} \\ 0 \text{ ou } 5\sqrt{2} \quad \text{si} \quad p = 4\sqrt{2} \\ 0 \quad \text{si} \quad p < 4\sqrt{2} \end{array} \right.$$

**Question 3 (2 points) :** On a prix = minimum du coût moyen : $p = 4\sqrt{2}$.

La demande totale est égale à : $1024\sqrt{2} - p = 1024\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 1020\sqrt{2}$.

Le nombre de firmes actives est égal à :

$$n = \frac{1020\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{1020}{5} = 204$$

## 5.3 Equilibre de court terme (4 points)

La fonction d'offre des deux premières firmes est donnée par :

$$p = Cm_1(y) \Leftrightarrow p = 2y \Leftrightarrow y_1(p) = \frac{p}{2}$$

La fonction d'offre des trois autres firmes est donnée par :

$$p = Cm_2(y) \Leftrightarrow p = 4y \Leftrightarrow y_2(p) = \frac{p}{4}$$

L'offre de l'industrie est égale à :

$$Y(p) = 2y_1(p) + 3y_2(p) = 2\frac{p}{2} + 3\frac{p}{4} = 4\frac{p}{4} + 3\frac{p}{4} = \frac{7}{4}p$$

A l'équilibre, on a :

$$Y(p) = Q(p) \Leftrightarrow \frac{7}{4}p = 1000 - \frac{33}{4}p \Leftrightarrow \frac{40}{4}p = 1000 \Leftrightarrow p = 100$$

Productions des firmes :

$$y_1(p) = \frac{p}{2} = 50 \quad \text{et} \quad y_2(p) = \frac{p}{4} = 25$$

Profits des firmes :

$$\pi_1 = 100 \times 50 - 50^2 = 2500 \quad \text{et} \quad \pi_2 = 100 \times 25 - 2 \times 25^2 = 1250$$

## 5.4 Monopole (8 points)

Une firme en situation de monopole possède deux sites de production dont les fonctions de coût respectives sont égales à $c_1(q_1) = 2q_1^2$ et $c_2(q_2) = 5q_2^2$.

**Question 5 (2 points) :** Quelle est la fonction de coût de ce monopole ?

$$\left\{ \begin{array}{c} Cm_1(q_1) = Cm_2(q_2) \\ q_1 + q_2 = q \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 4q_1 = 10q_2 \\ q_1 + q_2 = q \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{5}{2}q_2 \\ \frac{5}{2}q_2 + q_2 = q \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{5}{2}q_2 \\ \frac{7}{2}q_2 = q \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{5}{2}\frac{2}{7}q \\ q_2 = \frac{2}{7}q \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{5}{7}q \\ q_2 = \frac{2}{7}q \end{array} \right\}$$

$$c(q) = 2q_1^2 + 5q_2^2 = 2\left(\frac{5}{7}q\right)^2 + 5\left(\frac{2}{7}q\right)^2 = 2\frac{25}{49}q^2 + 5\frac{4}{49}q^2 = \frac{50+20}{49}q^2 = \frac{70}{49}q^2 = \frac{10}{7}q^2$$

**Question 6 (2 points) :** On commence par calculer la fonction de demande inverse :

$$q = 1000 - p \Leftrightarrow p = 1000 - q$$

Profit du monopole :

$$\pi(q) = (1000 - q)\,q - \frac{10}{7}q^2$$

$$\frac{\partial \pi(q)}{\partial q} = 0 \Leftrightarrow 1000 - q - q - \frac{20}{7}q = 0 \Leftrightarrow 1000 = \frac{34}{7}q \Leftrightarrow q = \frac{7000}{34} \simeq 205,88$$

**Question 7 (2 points) :** Quelle somme maximale le monopole est-il prêt à investir pour moderniser son second site de production et réduire les coûts de ce site à $c_2(q_2) = 2q_2^2$ ?

**Question 8 (2 points) :** Quelle somme maximale le monopole est-il prêt à investir pour améliorer la qualité de son produit, ce qui augmenterait la fonction de demande à $D_2(p) = 2000 - p$ ? [Pour cette question, on revient à la fonction de coût de la question 5].