

FACULTE DE DROIT ET D'ECONOMIE

Année Universitaire 2012-2013

FILIERE L2 ECONOMIE

EPREUVE DE MICROECONOMIE n°1

Durée : 2H00

Session 1 : 15 octobre 2012

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits. **Il sera tenu compte de la rédaction. Barème non contractuel.**

1 Exercice 1 (5 points)

Une firme dispose d'une technologie représentée par la fonction de production : $f(k, l) = k^{2/5}l^{2/5}$ où k est la quantité de capital utilisée par la firme et l la quantité de travail employée. Le coût unitaire du capital est égal à r et celui du travail w . Le bien produit par la firme est vendu sur un marché concurrentiel à un prix p .

Question 1 (3 points) : Calculer la fonction de demande conditionnelle de travail de la firme et sa fonction de demande conditionnelle de capital.

Question 2 (1 point) : Calculer le ratio k/l choisi par la firme pour produire un niveau de production y . Que remarquez-vous ? Etait-ce prévisible ?

Question 3 (1 point) : Calculer la fonction de coût de la firme.

2 Exercice 2 (5 points)

Une firme dispose d'une technologie représentée par la fonction de production :

$$f(k, l) = \begin{cases} k(l-1) & \text{si } l > 1 \\ 0 & \text{si } l \leq 1 \end{cases}$$

Le coût unitaire du capital est égal à r et celui du travail w . Le bien produit par la firme est vendu sur un marché concurrentiel à un prix p .

Question 4 (3 points) : Calculer la fonction de demande conditionnelle de travail de la firme et sa fonction de demande conditionnelle de capital.

Question 5 (1 point) : Calculer le ratio k/l choisi par la firme pour produire un niveau de production y . Commenter.

Question 6 (1 point) : Calculer la fonction de coût de la firme.

3 Exercice 3 (4 points)

Une firme dispose d'une technologie représentée par la fonction de production :

$$f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

Les prix unitaires respectifs des facteurs de production sont égaux à w_1 et w_2 . Le bien produit par la firme est vendu sur un marché concurrentiel à un prix p .

Question 7 (4 points) : Calculer les fonctions de demande de facteurs de production de la firme.

4 Questions de cours (6 points)

Question 8 (3 points) : Quelle(s) forme(s) peut prendre la fonction de coût variable moyen ? Donner des arguments économiques permettant de justifier les différentes formes possibles.

Question 9 (2 points) : Quelles relations peut-on établir entre le coût moyen de court terme et le coût moyen de long terme ?

Question 10 (1 point) : Rappeler la définition des rendements d'échelle croissants.

5 Eléments de correction

5.1 Exercice 1 (5 points)

Question 1 (3 points) : Les fonctions de demande conditionnelles de facteurs sont obtenues en résolvant le système suivant :

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} |Tmst(k, l)| = \frac{w}{r} \\ y = k^{2/5} l^{2/5} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{5} k^{2/5} l^{-3/5} = \frac{w}{r} \\ y = k^{2/5} l^{2/5} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{l} = \frac{w}{r} \\ y = k^{2/5} l^{2/5} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = \frac{w}{r} l \\ y = \left(\frac{w}{r} l\right)^{2/5} l^{2/5} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow & \left\{ \begin{array}{l} k = \frac{w}{r} l \\ y = \left(\frac{w}{r}\right)^{2/5} l^{4/5} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = \frac{w}{r} l \\ l^{4/5} = \left(\frac{r}{w}\right)^{2/5} y \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = \frac{w}{r} l \\ l = \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{2}{5} \times \frac{5}{4}} y^{\frac{5}{4}} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = \frac{w}{r} l \\ l = \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{2}} y^{\frac{5}{4}} \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow & \left\{ \begin{array}{l} k = \frac{w}{r} \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{2}} y^{\frac{5}{4}} \\ l = \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{2}} y^{\frac{5}{4}} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = \sqrt{\frac{w}{r}} y^{\frac{5}{4}} \\ l = \sqrt{\frac{r}{w}} y^{\frac{5}{4}} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

Question 2 (1 point) :

$$\frac{k}{l} = \frac{\sqrt{\frac{w}{r}} y^{\frac{5}{4}}}{\sqrt{\frac{r}{w}} y^{\frac{5}{4}}} = \frac{w}{r}$$

La fonction de production est homothétique. Le ratio $\frac{k}{l}$ est donc indépendant de y .

Question 3 (1 point) :

$$c(w, r, y) = wl(w, r, y) + rk(w, r, y) = w \sqrt{\frac{r}{w}} y^{\frac{5}{4}} + r \sqrt{\frac{w}{r}} y^{\frac{5}{4}} = \sqrt{wry}^{\frac{5}{4}} + \sqrt{wry}^{\frac{5}{4}} = 2\sqrt{wry}^{\frac{5}{4}}$$

5.2 Exercice 2 (5 points)

Question 4 (3 points) : On égalise le Tmst au rapport des prix des inputs :

$$Tmst(l, k) = \frac{w}{r} \Leftrightarrow \frac{k}{l-1} = \frac{w}{r} \Leftrightarrow l-1 = \frac{r}{w} k$$

On substitue dans la fonction de production :

$$y = k(l-1) \Leftrightarrow y = k \frac{r}{w} k \Leftrightarrow k^2 = \frac{w}{r} y \Leftrightarrow k = \sqrt{\frac{w}{r}} y$$

$$l-1 = \frac{r}{w} k \Leftrightarrow l = \frac{r}{w} \sqrt{\frac{w}{r}} y + 1 \Leftrightarrow l = \sqrt{\frac{r}{w}} y + 1$$

On a trouvé les fonctions de demande conditionnelles de facteurs.

Question 5 (1 point) :

$$\frac{k}{l} = \frac{\sqrt{\frac{w}{r}y}}{\sqrt{\frac{r}{w}y} + 1}$$

Ce ratio dépend de la valeur de y car la fonction de production n'est pas une fonction homothétique.

Question 6 (1 point) :

$$c(w, r, y) = w \left(\sqrt{\frac{r}{w}y} + 1 \right) + r \sqrt{\frac{w}{r}y} = \sqrt{wry} + w + \sqrt{wry} = 2\sqrt{wry} + w$$

5.3 Exercice 3 (4 points)

Question 7 (4 points) : Calculer les fonctions de demande de facteurs de production de la firme.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} pPm_1(x_1, x_2) = w_1 \\ pPm_2(x_1, x_2) = w_2 \end{array} \right\} &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = w_1 \\ p \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = w_2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p \frac{1}{2\sqrt{x_1}} = w_1 \\ p \frac{1}{2\sqrt{x_2}} = w_2 \end{array} \right\} \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x_1} = \frac{p}{2w_1} \\ \sqrt{x_2} = \frac{p}{2w_2} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \left(\frac{p}{2w_1} \right)^2 \\ x_2 = \left(\frac{p}{2w_2} \right)^2 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

5.4 Questions de cours (6 points)

Question 8 (3 points) : Voir cours chapitre 4.

Question 9 (2 points) : Voir cours chapitre 4.

Question 10 (1 point) : Voir cours chapitre 1.