FACULTE DE DROIT ET D'ECONOMIE

Année Universitaire 2011-2012

FILIERE L2 ECONOMIE

EPREUVE DE MICROECONOMIE

Durée : 2H00

Session 1 : 17 octobre 2011

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits. **Il sera tenu compte de la rédaction**. **Barême non contractuel**.

1 Exercice 1 (8 points)

Une firme dispose d'une technologie représentée par la fonction de production : $f(k, l) = \sqrt{k}\sqrt{l}$ où k est la quantité de capital utilisée par la firme et l la quantité de travail employée. Le coût unitaire du capital est égal à r et celui du travail w. Le bien produit par la firme est vendu sur un marché concurrentiel à un prix p.

Question 1 (2 points) : Calculer la fonction de demande de travail de la firme à court terme si la quantité de capital est fixée à 25.

Question 2 (2 points) : Calculer la fonction de coût de la firme à court terme.

Question 3 (3 points) : Calculer la fonction de coût de la firme à long terme.

Question 4 (1 point) : Comparer les coûts marginaux de court et de long terme.

2 Exercice 2 (8 points)

Une entreprise dispose de deux usines. La fonction de production de la première est : $y_1 = \min\left(l_1, \sqrt{k_1}\right)$. La fonction de production de la seconde usine est $y_2 = \sqrt{l_2} + \sqrt{k_2}$. l_i et k_i sont respectivement les quantités de travail et de capital utilisées dans l'usine i. Les prix des inputs sont égaux à $w = 2$ pour le travail et $r = 1$ pour le capital.

Question 5 (3 points) : Calculer la fonction de demande de travail de la firme à court terme (les quantités de capital sont fixées à $k_1 = 36$ et $k_2 = 144$).

Question 6 (1,5 point) : Calculer la fonction de coût marginal de l'usine 1 à court terme.

Question 7 (1,5 point) : Calculer la fonction de coût marginal de l'usine 2 à court terme.

Question 8 (2 points) : Calculer la fonction de coût marginal de l'entreprise à court terme.

3 Questions de cours (4 points)

Question 9 (1 point) : Représenter graphiquement comment on peut déterminer la quantité d'input 1 maximisant le profit d'une firme à court terme (les quantités des autres inputs étant fixées).

Question 10 (1 point) : On a observé que lorsque les prix des inputs étaient égaux à $w_1 = 5$ et $w_2 = 10$ et que le prix de l'ouput était égal à $p = 50$, la firme avait utilisé 5 unités de l'input 1 et 10 unités de l'input 2 et qu'elle avait produit 40 unités du bien. Que peut-on dire sur le niveau de production pouvant être obtenu avec 10 unités de l'input 1 et 5 unités de l'input 2 ?

Question 11 (1 point) : Représenter graphiquement comment on peut déterminer la combinaison d'inputs minimisant les coûts d'une firme pour un niveau de production donné.

Question 12 (1 point) : Représenter sur un même graphique les fonctions de coût moyen, de coût variable moyen et de coût marginal d'une firme.

4 Eléments de correction

4.1 Exercice 1 (8 points)

Question 1 (2 points) : La demande de travail de la firme à court terme est déterminée par la condition :

$$p\frac{\partial f\left(k,l\right)}{\partial l}=w\Leftrightarrow p\frac{\sqrt{k}}{2\sqrt{l}}=w\Leftrightarrow\sqrt{l}=\frac{p}{w}\frac{\sqrt{k}}{2}\Leftrightarrow l=\left(\frac{p}{w}\right)^{2}\frac{k}{4}\Leftrightarrow l=\frac{25}{4}\left(\frac{p}{w}\right)^{2}$$

Question 2 (2 points) : On recherche la quantité de travail nécessaire à la production de y unités d'output :

$$y=\sqrt{k}\sqrt{l}\Leftrightarrow\sqrt{l}=\frac{y}{\sqrt{k}}\Leftrightarrow l=\frac{y^{2}}{k}\Leftrightarrow l=\frac{y^{2}}{25}$$

On reporte dans la fonction de coût :

$$c_{s}\left(w,r,k,y\right)=wl\left(w,k,y\right)+rk=w\frac{y^{2}}{25}+25r$$

Question 3 (3 points) : On commence par rechercher les fonctions de demande conditionnelles de facteurs. Elles sont obtenues en résolvant le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{c}\left|Tmst\left(k,l\right)\right|=\frac{w}{r}\\ y=\sqrt{k}\sqrt{l}\end{array}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{c}\frac{\frac{\sqrt{k}}{2\sqrt{l}}}{\frac{\sqrt{l}}{2\sqrt{k}}}=\frac{w}{r}\\ y=\sqrt{k}\sqrt{l}\end{array}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{c}\frac{\sqrt{k}}{2\sqrt{l}}\frac{2\sqrt{k}}{\sqrt{l}}=\frac{w}{r}\\ y=\sqrt{k}\sqrt{l}\end{array}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{c}\frac{k}{l}=\frac{w}{r}\\ y=\sqrt{k}\sqrt{l}\end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{c}k=\frac{w}{r}l\\ y=\sqrt{\frac{w}{r}l}\sqrt{l}\end{array}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{c}k=\frac{w}{r}l\\ y=\sqrt{\frac{w}{r}}l\end{array}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{c}k=\frac{w}{r}\sqrt{\frac{r}{w}}y\\ l=\sqrt{\frac{r}{w}}y\end{array}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{c}k=\sqrt{\frac{w}{r}}y\\ l=\sqrt{\frac{r}{w}}y\end{array}\right\}$$

En multipliant par les prix des inputs, on obtient la fonction de coût :

$$c\left(w,r,y\right)=wl\left(w,r,y\right)+rk\left(w,r,y\right)=w\sqrt{\frac{r}{w}}y+r\sqrt{\frac{w}{r}}y=\sqrt{wr}y+\sqrt{wr}y=2\sqrt{wr}y$$

Question 4 (1 point) : La fonction de coût marginal de court terme est égale à :

$$Cm_{s}\left(w,r,k,y\right)=\frac{\partial c_{s}\left(w,r,k=25,y\right)}{\partial y}=\frac{2}{25}wy$$

La fonction de coût marginal de long terme est égale à :

$$Cm\left(w,r,y\right)=\frac{\partial c\left(w,r,y\right)}{\partial y}=2\sqrt{wr}$$

La première est une fonction croissante tandis que la seconde est constante. La fonction de coût marginal de long terme est donc plus "plate" que la fonction de coût marginal de court terme.

$$Cm_s(w,r,k=25,y) \leq Cm(w,r,y) \Leftrightarrow \frac{2}{25}wy \leq 2\sqrt{wr} \Leftrightarrow y \leq 25\sqrt{\frac{r}{w}}$$

Le coût marginal de long terme est supérieur [inférieur] au coût marginal de court terme pour les niveaux de production inférieurs [supérieurs] à $25\sqrt{\frac{r}{w}}$.

4.2 Exercice 2 (8 points)

Question 5 (3 points) : On procède comme dans l'exercice précédent pour chacune des usines. On doit donc comparer $pPm_l(l_i,k_i)$ et w.

Dans l'usine 1, le produit marginal du travail est égal à :

$$Pm_l(l_1,k_1) = \left\{ \begin{array}{c} 1 \text{ si } l_1 < 6 \\ \text{indéterminé si } l_1 = 6 \\ 0 \text{ si } l_1 > 6 \end{array} \right.$$

Si $pPm_l(l_1,k_1) > w$, la firme doit augmenter l_1. Elle doit le réduire si $pPm_l(l_1,k_1) < w$. On en déduit que la firme choisit :

$$l_1 = \left\{ \begin{array}{c} 6 \text{ si } p > 2 \\ x \in [0,6] \text{ si } p = 2 \\ 0 \text{ si } p < 2 \end{array} \right.$$

Dans l'usine 2, l_2 est déterminée par :

$$p\frac{\partial f_2(l_2,k_2)}{\partial l_2} = w \Leftrightarrow p\frac{1}{2\sqrt{l_2}} = w \Leftrightarrow \sqrt{l_2} = \frac{p}{2w} \Leftrightarrow l_2 = \frac{1}{16}p^2$$

On additionne les deux quantités. La fonction de demande de travail de la firme à court terme est égale à :

$$l = \left\{ \begin{array}{c} 6 + \frac{1}{16}p^2 \text{ si } p > 2 \\ x \in \left[\frac{1}{4}, 6 + \frac{1}{4}\right] \text{ si } p = 2 \\ \frac{1}{16}p^2 \text{ si } p < 2 \end{array} \right.$$

Question 6 (1,5 point) : Dans l'usine 1, la fonction de production à court terme est égale à : $y_1 = \min(l_1, 6)$. Pour produire chacune des 6 premières unités, il faut utiliser une unité de travail. Le coût marginal est donc égal à $w = 2$ pour $y_1 < 6$. Il n'est pas possible de produire plus de 6 unités à court terme. D'où :

$$Cm_1(y_1) = \left\{ \begin{array}{c} 2 \text{ si } y_1 < 6 \\ \text{indéterminé si } y_1 = 6 \\ \infty \text{ ou indéterminé si } y_1 > 6 \end{array} \right.$$

Question 7 (1,5 point) : Dans l'usine 2, la fonction de production à court terme est égale à : $y_2 = \sqrt{l_2} + 12$. Les facteurs fixes permettent de produire 12 unités. Le coût marginal des 12 premières unités est donc nul. Au delà, on a :

$$y_2 = \sqrt{l_2} + 12 \Leftrightarrow \sqrt{l_2} = y_2 - 12 \Leftrightarrow l_2 = (y_2 - 12)^2$$

La fonction de coût de court terme est donc égale à :

$$c_s(y_2) = \begin{cases} 2(y_2 - 12)^2 + 144 \text{ si } y_2 > 12 \\ 144 \text{ si } y_2 \leq 12 \end{cases}$$

On en déduit la fonction de coût marginal de court terme :

$$Cm_2(y_2) = \begin{cases} 4y_2 - 48 \text{ si } y_2 > 12 \\ 0 \text{ si } y_2 \leq 12 \end{cases}$$

Question 8 (2 points) : Les facteurs fixes de l'usine 2 permettent de produire 12 unités du bien à un coût marginal nul. On utilise ensuite l'usine 2 jusqu'à ce que son coût marginal devienne égal à celui de l'usine 1 :

$$4y_2 - 48 = 2 \Leftrightarrow 4y_2 = 50 \Leftrightarrow y_2 = 12,5$$

A partir de ce niveau de production, la production additionnelle se fait dans l'usine 1 à un coût marginal égal à 2 jusqu'à ce que cette usine atteigne le maximum de sa capacité de production : $y_1 = 6$. La production au delà se fait de nouveau dans l'usine 2. On obtient donc la fonction de coût marginal de court terme de la firme suivante :

$$Cm(y) = \begin{cases} 4(y-6) - 48 = 4y - 72 \text{ si } y \geq 18,5 \\ 2 \text{ si } 12,5 \leq y < 18,5 \\ 4y - 48 \text{ si } 12 \leq y < 12,5 \\ 0 \text{ si } y < 12 \end{cases}$$

4.3 Questions de cours (4 points)

Question 9 (1 point) : Cette quantité est déterminée par le point de tangence entre la fonction de production de court terme et une droite d'isoprofit. C'est le point de la fonction de production pour lequel la tangente à cette fonction a une pente égale à $\frac{p}{w_1}$.

Question 10 (1 point) : Pour $w_1 = 5$ et $w_2 = 10$, la seconde combinaison d'inputs a un coût strictement plus faible que la première. Donc si la firme a choisi d'utiliser la première c'est que la seconde ne permettait pas de produire les 40 unités du bien souhaitées. On peut donc dire que le niveau de production pouvant être obtenu avec 10 unités de l'input 1 et 5 unités de l'input 2 est strictement inférieur à 40.

Question 11 (1 point) : Cette combinaison d'inputs est celle qui correspond au point de tangence entre l'isoquante associé au niveau de production souhaité et une droite d'isocoût.

Question 12 (1 point) : Il faut s'assurer que la courbe de coût variable moyen soit située en dessous de la courbe de coût moyen et que la courbe de coût marginal passe par le minimum des deux autres courbes.