Oligopoles

Armel JACQUES*

Première mise en ligne : 10 septembre 2006
Cette version : 18 août 2017

Contents

1 Introduction **4**

2 Concurrence à la Cournot **4**
2.1 Condition de premier ordre de la maximisation du profit 4
2.2 Duopole 6
2.3 Oligopole 7
2.3.1 Impact du nombre de firmes 7
2.3.2 Un exemple avec des propriétés contre-intuitives 10
2.4 Coûts fixes et libre entrée 10
2.4.1 Nombre de firmes à l'équilibre et à l'optimum social 11
2.4.2 Etude empirique 15
2.5 Différence de coûts 15
2.5.1 Duopole avec coûts différents 15
2.5.2 Coûts marginaux croissants et différents 16
2.5.3 Impact sur le surplus social d'une diminution de coût 18
2.5.4 Impact sur les profits d'une variation du coût marginal 19
2.5.5 Production totale et somme des coûts marginaux 21
2.5.6 Les profits croissent avec la variance des coûts 21
2.5.7 Taille des firmes et diversification 23
2.6 Existence, unicité, stabilité 24

3 Stackelberg **26**
3.1 Duopole : un leader et un *follower* 26
3.2 Oligopole : m leaders et $n-m$ *followers* 28
3.3 Impact du timing sur le surplus social 29
3.4 Stackelberg généralisé 30
3.5 Entrée de nouvelles firmes 30
3.5.1 Impact sur la production et le profit des firmes en place 30
3.5.2 Entrée excessive ou insuffisante ? 31

4 Timing endogène : Cournot vs Stackelberg **32**
4.1 Sans incertitude 32
4.2 Avec incertitude 34

*CEMOI, Université de La Réunion, Faculté de Droit et d'Economie, 15, avenue René Cassin, 97715 Saint-Denis messag cedex 9. Email : Armel.Jacques@univ-reunion.fr.

5 Concurrence à la Bertrand **36**
5.1 Coût marginal constant . . . 36
5.1.1 Equilibre de Bertrand . . . 36
5.1.2 Possibilité d'un équilibre en stratégies mixtes ? . . . 38
5.1.3 Solutions du paradoxe de Bertrand . . . 38
5.1.4 Firmes avec coûts différents . . . 39
5.2 Coût fixe et entrée . . . 40
5.2.1 Equilibre en stratégies mixtes . . . 40
5.2.2 Choix d'entrée et de prix simultanés . . . 41
5.3 Fonctions de coût non linéaires . . . 41
5.3.1 Fonctions de coûts convexes . . . 42
5.3.2 Coût moyen en U . . . 46
5.3.3 Fonctions de coût sous-additives . . . 47
5.3.4 Coût quasi-fixe . . . 48
5.3.5 Comportement limite et entrée . . . 48
5.4 Règles de partage lorsque les prix sont égaux . . . 49
5.5 Concurrence en prix avec contraintes de capacité . . . 49
5.5.1 Deux règles de rationnement . . . 50
5.5.2 Capacités fortes . . . 51
5.5.3 Capacités faibles et équilibres en stratégies pures . . . 51
5.5.4 Capacités intermédiaires et équilibres en stratégies mixtes . . . 52
5.5.5 Convergence vers l'équilibre concurrentiel dans un grand marché . . . 53
5.5.6 Contraintes de capacités non rigides . . . 54
5.5.7 Coûts de recherche et disponibilité des biens . . . 54
5.5.8 Acheter pour revendre . . . 55
5.6 Biens différenciés . . . 55
5.7 Coûts incertains . . . 57

6 Leadership en prix **58**
6.1 Biens homogènes . . . 58
6.2 Contraintes de capacités . . . 58
6.3 Leadership en prix et en quantités . . . 59
6.4 Fonctions de coûts convexes . . . 60
6.5 Biens différenciés . . . 61
6.5.1 Concurrence monopolistique . . . 61
6.5.2 Concurrence spatiale . . . 63

7 Timing endogène : leadership en prix **64**
7.1 Choix du moment de l'annonce du prix . . . 64
7.2 Capacités différentes . . . 65
7.3 Coût d'attente . . . 66
7.4 Coûts marginaux différents . . . 67
7.5 Coûts convexes et différents . . . 69
7.6 Qualités différentes . . . 70

8 Autres modélisations **70**
8.1 Modèle de Cournot-Bertrand . . . 70
8.1.1 Biens homogènes . . . 70
8.1.2 Biens différenciés . . . 72
8.2 Bertrand-Edgeworth . . . 72
8.3 *Supply function* (en projet) . . . 74
8.4 Variations conjecturales (en projet) . . . 74

9 Comparaison : Cournot vs Bertrand **75**
9.1 Résultat général . . . 75
9.2 Exceptions et limites du résultat général . . . 76
9.2.1 Quelques exceptions . . . 76
9.2.2 Limites . . . 78
9.3 Extensions . . . 79
9.3.1 Timing séquentiels . . . 79
9.3.2 Timing endogène . . . 79

10 Choix d'un modèle : Cournot ou Bertrand ? **80**
10.1 Choix de capacité puis concurrence en prix . . . 81
10.1.1 Résultat de Kreps et Scheinkman . . . 81
10.1.2 Le résultat dépend de la règle de rationnement . . . 81
10.1.3 Variantes . . . 82
10.1.4 Même résultat avec une autre règle de fixation du prix . . . 83
10.2 Possibilité de produire au delà de la capacité . . . 84
10.3 Engagement préalable sur des quantités d'input . . . 85
10.3.1 Engagement sur la quantité de capital . . . 85
10.3.2 Choix de s'engager ou non sur une capacité . . . 86
10.4 Choix endogène de la variable stratégique . . . 87
10.5 Marchés à terme . . . 89
10.6 Pré-capacité et marchés à terme . . . 89
10.7 Estimations économétriques . . . 90

11 Taxonomie animalière **91**

12 Etudes empiriques **93**
12.1 Relation entre concentration et prix . . . 93
12.2 Promotions . . . 93
12.3 *"Menu costs"* et rigidité des prix . . . 95
12.3.1 Evaluation des *"menu costs"* dans les supermarchés . . . 96
12.3.2 Rigidité ou flexibilité des prix du jus d'orange ? . . . 97
12.4 Prix pro ou contra-cycliques ? . . . 99
12.5 Cycles de prix . . . 101
12.6 Marché à terme du jus d'orange . . . 102

13 Principaux points à retenir **103**

14 Lectures conseillées **103**

15 Quelques notions de mathématiques **104**

1 Introduction

Le fonctionnement des industries oligopolistiques est un problème complexe. Il existe plusieurs théories concurrentes, qui aboutissent, généralement, à des résultats différents, entre lesquelles la science économique n'a pas tranché[1].

Les résultats obtenus diffèrent beaucoup selon que l'on suppose que la variable choisie par les firmes est le prix (concurrence à la Bertrand) ou la quantité (concurrence à la Cournot).

Les résultats dépendent aussi de l'ordre des choix des firmes. On peut supposer que les firmes choisissent leurs actions simultanément ou séquentiellement. Lorsque les choix sont séquentiels, on parle de modèles de Stackelberg.

Les résultats varient aussi en fonction du degré de coopération autorisé entre les firmes. Ces dernières peuvent, dans certaines circonstances, s'entendre pour limiter la concurrence et augmenter les prix. On parle alors de collusion ou de cartel. L'étude de la collusion tacite sera l'objet d'un chapitre ultérieur.

On va d'abord étudier la concurrence en quantités, avant d'analyser la concurrence en prix. Pour chacune de ces formes de concurrence, on étudie d'abord le cas où les choix des firmes sont simultanés puis celui où ces choix sont séquentiels. On recherche, ensuite, à rendre endogène le timing des choix des firmes. On discute, enfin, les liens entre la concurrence à la Cournot et la concurrence à la Bertrand et on présente quelques uns des travaux qui ont cherché à rendre endogène le mode de concurrence entre les firmes.

2 Concurrence à la Cournot

On commence par l'étude des modèles d'oligopoles où les firmes choisissent les quantités qu'elles souhaitent produire et où le prix est déterminé par l'égalisation de l'offre et de la demande.

On étudie, d'abord, le cas où les firmes choisissent leur niveau de production **simultanément** (concurrence à la Cournot). On analyse, ensuite, comment les résultats sont modifiés lorsque certaines firmes choisissent leur niveau de production avant d'autres firmes (modèles de Stackelberg). On présente, enfin, quelques travaux, qui ont essayé de rendre endogène l'ordre de choix des firmes.

2.1 Condition de premier ordre de la maximisation du profit

On suppose que le marché comprend n firmes. Les firmes produisent des biens homogènes.

La fonction de coût de la firme i est égale à $C_i(q_i)$ où q_i est le niveau de production choisi par la firme i.

La fonction de demande inverse est égale à $P(Q)$ où Q est la quantité totale produite.

[1] Vives (1989) présente un tour d'horizon des différentes théories.

On va noter Q_{-i} la quantité totale produite par les firmes autres que la firme i.

Sous ces hypothèses, le profit de la firme i est égal à :

$$\pi_i\left(q_i, Q_{-i}\right) = P\left(q_i + Q_{-i}\right) q_i - C_i\left(q_i\right)$$

La firme i choisit le niveau de production qui maximise son profit.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_i\left(q_i, Q_{-i}\right)}{\partial q_i} &= 0 \Leftrightarrow P\left(q_i + Q_{-i}\right) + \frac{\partial P\left(q_i + Q_{-i}\right)}{\partial q_i} q_i - \frac{\partial C_i\left(q_i\right)}{\partial q_i} = 0 \\
&\Leftrightarrow P\left(q_i + Q_{-i}\right) + \frac{\partial P\left(q_i + Q_{-i}\right)}{\partial q_i} q_i = \frac{\partial C_i\left(q_i\right)}{\partial q_i}
\end{aligned}$$

On trouve une condition de premier ordre assez semblable à celle du monopole[2]. La recette marginale (terme de gauche) doit être égale au coût marginal (terme de droite). La recette marginale est composée de deux termes. Lorsque la firme i produit une unité supplémentaire, elle reçoit le prix de la vente de cette unité ($P\left(q_i + Q_{-i}\right)$) mais cela réduit le prix d'équilibre de $\frac{\partial P\left(q_i + Q_{-i}\right)}{\partial q_i}$ et cette réduction doit être appliquée sur toutes les unités vendues par la firme (q_i).

Ce qui change par rapport au monopole et que les termes $P\left(q_i + Q_{-i}\right)$ et $\frac{\partial P\left(q_i + Q_{-i}\right)}{\partial q_i}$ dépendent de Q_{-i}. Or, la production des autres firmes n'est pas observable par la firme i lorsqu'elle choisit son niveau de production. La firme i doit donc "tenter de déviner" ce que vont faire les autres firmes. Pour anticiper les choix de ses concurrentes, chaque firme suppose que les autres firmes maximisent leur profit et supposent elles-même que les autres firmes se comportent de la même façon.

En utilisant la terminologie de la **théorie des jeux**, on va chercher l'**équilibre de Nash** de ce jeu. Un équilibre de Nash est un ensemble de stratégies (une par joueur) telles que la stratégie choisie par chacun des joueurs est celle qui maximise sa fonction de gain pour les stratégies choisies par les autres joueurs. Dans un équilibre de Nash, aucun joueur n'a intérêt à changer de stratégie compte tenu des stratégies choisies par les autres joueurs.

Autre présentation de la condition de premier ordre :

$$\frac{\partial \pi_i\left(q_i, Q_{-i}\right)}{\partial q_i} = 0 \Leftrightarrow P\left(q_i + Q_{-i}\right) + \frac{\partial P\left(q_i + Q_{-i}\right)}{\partial q_i} q_i - \frac{\partial C_i\left(q_i\right)}{\partial q_i} = 0$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \quad P\left(q_i + Q_{-i}\right) - \frac{\partial C_i\left(q_i\right)}{\partial q_i} = -\frac{\partial P\left(q_i + Q_{-i}\right)}{\partial q_i} q_i \Leftrightarrow \frac{P\left(q_i + Q_{-i}\right) - \frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i}}{P\left(q_i + Q_{-i}\right)} = -\frac{\frac{\partial P(q_i + Q_{-i})}{\partial q_i} Q}{P\left(q_i + Q_{-i}\right)} \frac{q_i}{Q} \\
&\Leftrightarrow \quad \frac{p - C_{m_i}\left(q_i\right)}{p} = -\frac{s_i}{\varepsilon}
\end{aligned}$$

[2]La façon "normale" de résoudre un équilibre de Cournot est d'écrire les conditions de premier ordre en dérivant la fonction de profit par rapport à la quantité produite par la firme. Cependant, Orbay (2009) propose une méthode alternative dans laquelle les conditions de premier ordre sont exprimées par rapport aux prix. Cette méthode alternative peut s'avérer utilie lorsque le système de fonctions de demande est trop complexe pour être inversé afin d'obtenir un système de demandes inverses.

L'indice de Lerner[3] de la firme i est égal à la part de marché de la firme i ($s_i = \frac{q_i}{Q}$) divisée par l'élasticité de la demande ($\varepsilon = \frac{\partial P}{\partial q_i} \frac{Q}{P}$).

2.2 Duopole

On va commencer par un cas simple où il n'y a que deux firmes.

La fonction de demande inverse est linéaire : $p = A - \beta Q$.

Les deux firmes sont identiques et ont un coût marginal constant égal à c.

Fonctions de meilleures réponses : Le profit de la firme 1 est égal à :

$$\pi_1(q_1, q_2) = p(q_1, q_2) q_1 - cq_1 = (A - \beta q_1 - \beta q_2 - c) q_1$$

La firme 1 n'observe pas la quantité choisie par la firme 2. Elle va, cependant, faire une supposition sur cette quantité. Elle va, alors, déterminer la quantité q_1 qui maximise son profit compte tenu de la quantité q_2 choisie par la firme 2.

$$\frac{\partial \pi_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow A - 2\beta q_1 - \beta q_2 - c = 0 \Leftrightarrow q_1 = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_2 - c) \equiv R_1(q_2)$$

La quantité q_1 choisie par la firme 1 est une fonction de la quantité anticipée produite par l'autre firme. On note cette **fonction**, dite **de meilleure réponse** ou de réaction, $R_1(q_2)$.

On remarque que $R_1(q_2)$ est une fonction décroissante de q_2. Donc, si la firme 1 anticipe que la production de la firme 2 va augmenter, elle diminue sa production. Les quantités, dans ce modèle, sont donc des **substituts stratégiques**[4]. C'est généralement le cas dans les modèles de concurrence à la Cournot, mais certaines fonctions de demande peuvent générer des résultats différents (on va voir un exemple un peu plus loin).

La quantité q_1 est une fonction croissante de A et décroissante de c. La firme produit donc plus lorsque la demande est plus élevée et produit moins lorsque le coût unitaire de production est plus élevé.

On obtient la fonction de meilleure réponse de la firme 2, en procédant de la même manière :

$$q_2 \equiv R_2(q_1) = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_1 - c)$$

Equilibre : Il y a équilibre si les comportements des deux firmes sont cohérents. La quantité que la firme 1 [firme 2] anticipe que la firme 2 [firme 1] va produire doit correspondre à la quantité effectivement produite par la firme 2 [firme 1]. (q_1^*, q_2^*) sont, donc, les quantités d'équilibre si et seulement si :

$$\left\{ \begin{array}{c} q_1^* = R_1(q_2^*) \\ q_2^* = R_2(q_1^*) \end{array} \right\}$$

[3] Qui mesure le pouvoir de marché de la firme i.

[4] La distinction entre substituts stratégiques et compléments stratégiques est due à Bulow, Geanakoplos et Klemperer (1985).

L'équilibre est, donc, déterminé par un système composé des deux fonctions de meilleures réponses des firmes.

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1^* = R_1(q_2^*) \\ q_2^* = R_2(q_1^*) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} q_1^* = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_2^* - c) \\ q_2^* = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_1^* - c) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} q_1^* = \frac{1}{3\beta}(A - c) \\ q_2^* = \frac{1}{3\beta}(A - c) \end{array} \right\}$$

On en déduit le prix d'équilibre :

$$p = A - \beta q_1 - \beta q_2 = A - \beta \frac{1}{3\beta}(A - c) - \beta \frac{1}{3\beta}(A - c) = c + \frac{1}{3}(A - c)$$

Et les profits des firmes :

$$\pi_1 = (p - c)\, q_1 = \frac{1}{9\beta}(A - c)^2 \quad \text{et} \quad \pi_2 = (p - c)\, q_2 = \frac{1}{9\beta}(A - c)^2$$

Dans cet exemple, les firmes réalisent des profits strictement positifs. Les profits des firmes augmentent lorsque la demande augmente et diminuent lorsque le coût unitaire de production augmente. Cela paraît assez intuitif, mais, ce n'est pas toujours le cas avec des fonctions de coût et de demande plus générales.

Efficacité au sens de Pareto ? Une fois l'équilibre déterminé, il est naturel de se demander si cet équilibre est un optimum de Pareto. Le prix d'équilibre est égal à :

$$p = c + \frac{1}{3}(A - c)$$

On constate que le prix d'équilibre est supérieur au coût marginal des firmes. L'équilibre du duopole de Cournot n'est donc pas un optimum de Pareto. **Les firmes produisent trop peu par rapport à ce qui est socialement souhaitable**. La valeur pour les consommateurs d'une unité supplémentaire est égale à p tandis que le coût de production de cette unité est égal à c. On peut donc augmenter le surplus social de $p - c$ en augmentant la production d'une unité. Les firmes réaliseraient une marge strictement positive sur cette unité supplémentaire mais elles préfèrent ne pas la produire car elles devraient alors réduire leur marge sur toutes les unités infra-marginales. On retrouve le même mécanisme que dans le cas du monopole. Lorsque les firmes ont un pouvoir de marché, c'est-à-dire la capacité d'influencer le niveau des prix, elles produisent trop peu. On va voir, un peu plus loin, une seconde divergence possible entre l'équilibre de Cournot et l'optimum de Pareto.

2.3 Oligopole

2.3.1 Impact du nombre de firmes

On étudie, maintenant, comment évolue les résultats lorsque le nombre de firmes augmente.

On conserve la même fonction de demande inverse : $P(Q) = A - \beta Q$. Mais on suppose, maintenant, qu'il y a n firmes identiques. Le coût marginal est constant et égal à c. Il n'y a pas de coût fixe.

Résolution : On procède comme pour le duopole.

Le profit d'une firme i est égal à :

$$\pi_i(q_i, Q_{-i}) = P(q_i, Q_{-i})\, q_i - cq_i = (A - \beta q_i - \beta Q_{-i})\, q_i - cq_i$$

On cherche la fonction de meilleure réponse de cette firme :

$$\frac{\partial \pi_i(q_i, Q_{-i})}{\partial q_i} = 0 \Leftrightarrow A - 2\beta q_i - \beta Q_{-i} - c = 0 \Leftrightarrow q_i = \frac{A - \beta Q_{-i} - c}{2\beta}$$

On pourrait chercher les fonctions de meilleure réponse de chacune des firmes et résoudre un système avec n équations et n inconnues, mais c'est un peu long. On va utiliser le fait que toutes les firmes sont identiques pour aller plus vite. Comme toutes les firmes sont identiques, il paraît assez intuitif qu'elles produisent toutes la même quantité à l'équilibre. On va donc chercher un équilibre symétrique. Si l'équilibre est symétrique, on a :

$$Q_{-i} = (n-1)\, q_i$$

Remarque 1 : Dans certains modèles d'oligopole, l'équilibre peut ne pas être symétrique bien que les firmes soient initialement identiques. Cela peut notamment être le cas lorsqu'il y a des coûts fixes.

Remarque 2 : Il faut utiliser la symétrie **après** avoir dérivé la fonction de profit pour trouver la fonction de meilleure réponse d'une firme. Si on remplace Q_{-i} par $(n-1)\, q_i$ **avant** de dériver, on calcule le niveau de production choisi par un **cartel**.

En remplançant Q_{-i} par $(n-1)\, q_i$ dans la fonction de meilleure réponse, on obtient :

$$A - 2\beta q_i - \beta Q_{-i} - c = 0 \Leftrightarrow A - 2\beta q_i - \beta(n-1)\, q_i - c = 0 \Leftrightarrow \beta(n+1)\, q_i = A - c \Leftrightarrow q_i = \frac{A-c}{\beta(n+1)}$$

Résultats : La quantité produite par chacune des firmes est égale à :

$$q_i = \frac{A-c}{\beta(n+1)}$$

Cette quantité est une fonction décroissante du nombre de firmes. Lorsqu'une nouvelle firme entre sur le marché, chaque firme existante anticipe que Q_{-i} va augmenter. Comme les fonctions de meilleure réponse sont décroissantes en Q_{-i}, chaque firme réduit sa production.

Le prix d'équilibre est égal à :

$$p = A - \beta Q = A - n\beta\frac{A-c}{\beta(n+1)} = A - n\frac{A-c}{n+1} = \frac{n}{n+1}c + \frac{A}{n+1} = c + \frac{A-c}{n+1}$$

Le prix d'équilibre est une fonction décroissante du nombre de firmes. L'augmentation du nombre de firmes augmente la concurrence et réduit les marges des firmes. Le prix reste, cependant, supérieur au coût marginal.

Le prix d'équilibre diminue lorsque n augmente, cela implique que la quantité totale produite par l'industrie Q augmente lorsque n augmente.

Le profit de chacune des firmes est égal à :

$$\pi = (p - c)\, q_i = \frac{A-c}{n+1} \frac{A-c}{\beta\,(n+1)} = \frac{(A-c)^2}{\beta\,(n+1)^2}$$

Le profit des firmes est une fonction décroissante du nombre de firmes. Ce qui est logique puisque chacune des firmes produit moins et vend à un prix plus faible. L'augmentation de la concurrence réduit le profit des firmes.

Convergence vers l'équilibre concurrentiel : Faisons tendre le nombre de firmes vers l'infini. On a :

$$\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty} q_i(n) &= \lim_{n\to\infty} \frac{A-c}{\beta\,(n+1)} = 0 \\
\lim_{n\to\infty} p(n) &= \lim_{n\to\infty} c + \frac{A-c}{n+1} = c \\
\lim_{n\to\infty} \pi(n) &= \lim_{n\to\infty} \frac{(A-c)^2}{\beta\,(n+1)^2} = 0
\end{aligned}$$

Lorsque n tend vers l'infini, l'équilibre de Cournot tend vers l'équilibre concurrentiel de Walras. La quantité produite par chacune des firmes devient très faible par rapport à la taille du marché. Le prix d'équilibre tend vers le coût marginal des firmes. Le profit des firmes tend vers 0, ce qu'on aurait en concurrence pure et parfaite puisque les firmes ont des rendements d'échelle constants.

Les deux modèles ne sont donc pas antinomiques. On peut interpréter l'équilibre concurrentiel comme la limite de l'équilibre de Cournot lorsque le nombre de firmes devient très grand.

Ruffin (1971) et Okuguchi (1973) réalisent le même exercice (faire tendre n vers $+\infty$) mais en supposant que la fonction de coût moyen des firmes est croissante ou a une forme en U.

Généralisation : Seade (1980a) s'intéresse aux effets de l'entrée d'une nouvelle firme dans un oligopole de Cournot[5] avec un bien homogène. Il réalise donc le même exercice que celui que l'on vient de faire mais pour des fonctions de coûts et de demande générales. L'auteur suppose cependant que toutes les firmes sont identiques et que l'équilibre est symétrique. Il se restreint aux fonctions pour lesquelles l'équilibre est stable (voir plus loin). L'entrée d'une nouvelle firme provoque nécessairement une augmentation de la production totale[6]. L'effet sur la production par firme est ambigu. En général, la production par firme diminue. Il est

[5] L'article est en fait un peu plus général. L'auteur travaille avec des variations conjecturales, comprenant l'hypothèse de Cournot d'absence de réaction des concurrents à un extrême et une collusion parfaite à l'autre extrême.

[6] L'entrée provoque donc une baisse du prix d'équilibre. Hollander (1987) montre que l'entrée d'une nouvelle firme peut provoquer une augmentation des prix dans un oligopole de Cournot avec des biens différenciés. L'entrée provoque une recomposition du groupe des consommateurs s'adressant à une firme. L'entrée affecte donc l'élasticité de la demande s'adressant à une firme et peut parfois rendre cette demande moins élastique, conduisant ainsi la firme à augmenter son prix.

cependant possible de trouver des fonctions de demande pour lesquelles elle augmente lorsque n augmente. Le profit par firme diminue toujours lorsque n augmente. En revanche, le profit total de l'industrie peut augmenter lorsque n augmente. C'est par exemple possible avec des fonctions de coût convexes car les possibilités de production totales de l'industrie s'améliorent avec l'augmentation de n.

2.3.2 Un exemple avec des propriétés contre-intuitives

On a noté qu'il était possible de construire des exemples où les quantités choisies par les firmes sont des compléments stratégiques. L'exemple suivant est tiré d'Amir, De Castro et Koutsougeras (2014). Les coûts de production des firmes sont supposés nuls. La fonction de demande inverse est égale à :

$$P(Q) = \frac{1}{(1+Q)^5}$$

Profit d'une firme :

$$\pi_i = P(Q)\, q_i = \frac{1}{(1+q_i+Q_{-i})^5} q_i = (1+q_i+Q_{-i})^{-5} q_i$$

Fonction de meilleure réponse des firmes :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} &= 0 \Leftrightarrow -5(1+q_i+Q_{-i})^{-6} q_i + (1+q_i+Q_{-i})^{-5} = 0 \Leftrightarrow -5(1+q_i+Q_{-i})^{-1} q_i + 1 = 0 \\
&\Leftrightarrow 5(1+q_i+Q_{-i})^{-1} q_i = 1 \Leftrightarrow 5q_i = 1+q_i+Q_{-i} \Leftrightarrow 4q_i = 1+Q_{-i} \Leftrightarrow q_i = \frac{1}{4}(1+Q_{-i})
\end{aligned}$$

On remarque que q_i est une fonction croissante de Q_{-i}. Dans cet exemple, les quantités produites par les firmes sont des compléments stratégiques.

On cherche un équilibre symétrique. On a donc $Q_{-i} = (n-1)\, q_i$. En remplaçant dans la condition précédente, on obtient :

$$\begin{aligned}
4q_i &= 1+(n-1)\, q_i \Leftrightarrow (5-n)\, q_i = 1 \Leftrightarrow q_i = \frac{1}{5-n} \\
P &= \frac{1}{(1+Q)^5} = \frac{1}{\left(1+n\frac{1}{5-n}\right)^5} = \frac{1}{\left(\frac{5-n}{5-n}+\frac{n}{5-n}\right)^5} = \frac{(5-n)^5}{5^5} \\
\pi &= Pq_i = \frac{(5-n)^5}{5^5}\frac{1}{5-n} = \frac{(5-n)^4}{5^5}
\end{aligned}$$

Lorsque le nombre de firmes n augmente (mais en respectant $n \leq 4$), la quantité produite par chacune des firmes augmente. Le prix d'équilibre et le profit de chacune des firmes diminuent.

2.4 Coûts fixes et libre entrée

On a supposé, jusqu'à maintenant, que le nombre de firmes était exogène. Ce qui peut correspondre à un équilibre de court terme ou à une industrie où l'entrée est limitée (par l'existence de brevets, par exemple).

On va s'intéresser, maintenant, à l'équilibre de long terme d'une industrie avec libre entrée.

On reprend les mêmes hypothèses que précédemment à une exception près. On suppose maintenant que, pour pouvoir produire, les firmes doivent préalablement payer un coût fixe F.

La fonction de coût des firmes est donc égale à : $C(q_i) = cq_i + F$.

2.4.1 Nombre de firmes à l'équilibre et à l'optimum social

Equilibre de libre entrée : L'hypothèse de libre entrée a la même implication que dans les modèles de concurrence pure et parfaite. De nouvelles firmes entrent sur ce marché si elles peuvent réaliser un profit strictement positif. Le flux d'entrée s'arrête lorsque le profit des firmes devient égal à 0.

Le nombre de firmes actives à long terme est tel que :

$$\pi(n^*) \geq 0 \text{ et } \pi(n^*+1) \leq 0$$

Pour simplifier la présentation, on va considérer que n est une variable continue. Cette hypothèse n'est pas très génante si n est suffisament grand.

$$\begin{aligned} \pi(n) &= 0 \Leftrightarrow \frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F = 0 \Leftrightarrow \frac{(A-c)^2}{(n+1)^2} = \beta F \Leftrightarrow \frac{(A-c)^2}{\beta F} = (n+1)^2 \\ &\Leftrightarrow \frac{A-c}{\sqrt{\beta F}} = n+1 \Leftrightarrow n^{LE} = \frac{A-c}{\sqrt{\beta F}} - 1 \end{aligned}$$

Comme n est en réalité une variable discrète, le nombre de firmes à l'équilibre est égal à la partie entière de ce nombre.

Le nombre de firmes augmente lorsque la taille du marché (mesurée par A) augmente et lorsque le coût fixe d'entrée F diminue.

On peut reporter ce nombre de firmes dans l'expression du prix d'équilibre trouvée précédemment pour obtenir le prix d'équilibre de long terme :

$$p = c + \frac{A-c}{n+1} = c + \frac{A-c}{\frac{A-c}{\sqrt{\beta F}} - 1 + 1} = c + \frac{A-c}{\frac{A-c}{\sqrt{\beta F}}} = c + \sqrt{\beta F}$$

La production par firme est égale à :

$$q = \frac{A-c}{\beta(n+1)} = \frac{A-c}{\beta\left(\frac{A-c}{\sqrt{\beta F}} - 1 + 1\right)} = \frac{A-c}{\beta\left(\frac{A-c}{\sqrt{\beta F}}\right)} = \frac{\sqrt{\beta F}}{\beta} = \sqrt{\frac{F}{\beta}}$$

Lorsque F devient très faible, le prix tend vers le coût marginal. Le nombre de firmes devient très grand et la production de chaque firme devient très faible. Le marché se rapproche d'un marché concurrentiel.

Nombre optimal de firmes : On recherche le nombre de firmes socialement optimal lorsque les firmes se livrent une concurrence à la Cournot.

Remarque : la situation qu'on va caractériser n'est pas l'optimum de Pareto. L'optimum de Pareto consiste à créer une seule firme (pour minimiser les coûts fixes) et à fixer un prix égal au coût marginal.

Pour différencier les deux situations, on parle d'**optimum de premier rang** lorsque l'Etat peut contrôler le nombre de firmes et le prix et d'**optimum de second rang** lorsque l'Etat contrôle le nombre de firmes mais pas le prix d'équilibre.

Ici, on s'intéresse à l'optimum de second rang.

En l'absence de coût fixe, $F = 0$, le surplus social est une fonction croissante du nombre de firmes. Ce n'est pas nécessairement le cas, s'il existe des coûts fixes.

Un plus grand nombre de firmes actives accroît la concurrence entre les firmes et permet de réduire les prix. Ce qui diminue l'écart entre le prix d'équilibre et le coût marginal des firmes. Une augmentation du nombre de firmes réduit les distorsions dues au pouvoir de marché des firmes. Parallèlement, une augmentation du nombre de firmes provoque une augmentation des coûts fixes de l'industrie et une hausse du coût moyen de production. Le premier effet augmente le surplus social tandis que le second le réduit. On recherche le nombre de firmes qui maximise le surplus social.

Le surplus social est égal à la somme du surplus des consommateurs et des profits des firmes :

$$\begin{aligned} W(n) &= Sc(n) + n\pi(n) = \frac{1}{2}\beta\left(Q(n)\right)^2 + n\left[\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F\right] = \frac{1}{2}\beta\left(n\frac{A-c}{\beta(n+1)}\right)^2 + n\left[\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F\right] \\ &= \frac{1}{2}n^2\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} + n\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - nF = \left(\frac{n^2}{2} + n\right)\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - nF \end{aligned}$$

La dérivée de cette expression est égale à :

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(n)}{\partial n} &= (n+1)\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} + \left(\frac{n^2}{2} + n\right)\frac{-2\beta(n+1)(A-c)^2}{\beta^2(n+1)^4} - F \\ &= (n+1)\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - \left(n^2 + 2n\right)\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^3} - F = \left[(n+1) - \frac{n^2+2n}{n+1}\right]\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F \\ &= \frac{(n+1)^2 - n^2 - 2n}{n+1}\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F = \frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 2n}{n+1}\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F \\ &= \frac{1}{n+1}\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F = \frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^3} - F \end{aligned}$$

En égalisant la dérivée à 0, on obtient le nombre de firmes socialement optimal :

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(n)}{\partial n} &= 0 \Leftrightarrow \frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^3} - F = 0 \Leftrightarrow \frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^3} = F \Leftrightarrow (n+1)^3 = \frac{(A-c)^2}{\beta F} \\ &\Leftrightarrow n+1 = \sqrt[3]{\frac{(A-c)^2}{\beta F}} \Leftrightarrow n^{OP} = \sqrt[3]{\frac{(A-c)^2}{\beta F}} - 1 \end{aligned}$$

Comparaison : La comparaison avec le nombre de firmes de l'équilibre de libre entrée est immédiate :

$$n^{LE} = \frac{A-c}{\sqrt{\beta F}} - 1 = \sqrt{\frac{(A-c)^2}{\beta F}} - 1 > n^{OP} = \sqrt[3]{\frac{(A-c)^2}{\beta F}} - 1$$

Lorsque le nombre de firmes est traité comme une variable continue, le nombre de firmes à l'équilibre de libre-entrée est supérieur à l'optimum social. Sur des marchés oligopolistiques fonctionnant à la Cournot, le nombre de firmes actives à l'équilibre a tendance à être trop élevé.

Intuition et généralisation : Le problème, qu'on vient de traiter sur un exemple, a été étudié de façon plus systématique par Mankiw et Whinston (1986) et Suzumura et Kiyono (1987)[7].

Suzumura et Kiyono (1987) ont montré que, sur un marché où les firmes se livrent une concurrence à la Cournot ou de type quasi-Cournot (variation conjecturale[8] où le paramètre de variation est compris entre 0 et n, où n est le nombre de firmes), le nombre de firmes à l'équilibre de libre-entrée est supérieur à l'optimum social, lorsque le nombre de firmes est traité comme une variable continue. Lorsque le nombre de firmes est traité comme une variable discrète, le nombre de firmes à l'équilibre de libre entrée peut être inférieur au nombre socialement optimal, mais l'écart entre ces deux nombres ne peut alors pas être supérieur à 1. Les auteurs concluent donc que sur des marchés oligopolistiques fonctionnant à la Cournot, le nombre de firmes actives à l'équilibre a tendance à être trop élevé. Il est donc possible d'augmenter le bien-être social en réduisant le nombre de firmes actives, en taxant l'entrée par exemple (ce qui peut être fait en introduisant des licences).

Mankiw et Whinston (1986) généralisent ce résultat à tous les marchés oligopolistiques où les biens vendus par les différentes firmes sont homogènes. Ce résultat est dû à un **effet de détournement de commerce** (*business-stealing effect*). Lorsqu'une nouvelle firme entre sur le marché, les unités du bien qu'elle vend peuvent provenir de deux sources. Elles peuvent provenir d'une augmentation de la demande globale due à une baisse du prix d'équilibre. Il s'agit alors d'une création de commerce et cela augmente le surplus social. Mais les unités vendues par la firme peuvent aussi être des unités qui auraient été vendues par une autre firme si la première firme n'était pas entrée sur le marché. Il s'agit alors d'un détournement de commerce. Ce détournement de commerce permet à la firme d'augmenter son profit, mais il n'augmente pas le surplus social. A cause de cet effet de détournement de commerce, le profit potentiel de la firme (hors coût fixe) est supérieur à l'augmentation du surplus social (hors coût fixe) que son entrée provoque. Les firmes ont donc trop d'incitations à entrer et le nombre de firmes à l'équilibre est trop élevé (lorsque le nombre de firmes est traité comme une variable continue). Le résultat peut être inversé, si le nombre de firmes est traité comme une variable discrète. Le nombre de firmes à l'équilibre peut alors être inférieur d'une firme (au maximum) au nombre socialement optimal.

[7] Voir Suzumura (2012) pour une synthèse de cette littérature.
[8] Voir section 8.

Mankiw et Whinston (1986) montrent que la perte de surplus social due à la distorsion potentielle sur les incitations à entrer ne dépend pas nécessairement de l'écart entre le nombre de firmes à l'équilibre et le nombre de firmes optimal. Par exemple, dans un marché à la Cournot, lorsque le coût fixe diminue, l'écart entre le nombre de firmes à l'équilibre et le nombre socialement optimal augmente, pourtant la perte de surplus social diminue. Les auteurs montrent, que lorsque les coûts fixes tendent vers zéro et lorsque l'augmentation des firmes tend à rendre leur comportement plus concurrentiel (les incitent à prendre le prix comme donné), la perte de surplus social tend vers zéro (même si l'écart entre le nombre de firmes à l'équilibre et le nombre de firmes socialement optimal peut devenir très grand).

Dans un équilibre de Cournot avec libre entrée, le nombre de firmes à l'équilibre a tendance à être trop élevé lorsque les firmes vendent un bien homogène. Ce n'est plus nécessairement le cas lorsque les firmes vendent des biens différenciés[9].

Amir, De Castro et Koutsougeras (2014) reconsidèrent le problème de la comparaison entre le nombre de firmes à l'équilibre de libre entrée et le nombre socialement optimal avec des formes fonctionnelles plus générales que les articles précédents. Les auteurs permettent notamment des coûts marginaux décroissants. Leurs hypothèses sont très générales. Les auteurs acceptent tous les cas pour lesquels un équilibre de Cournot symétrique existe. Si la fonction de production des firmes présente des rendements d'échelle fortement croissants, on a $n^{OP} = 1$ (n^{OP} est, comme plus haut, le nombre de firmes dans l'optimum de second rang). On a donc nécessairement $n^{LE} \geq n^{OP}$. Si les rendements d'échelle sont décroissants, constants, ou faiblement croissants, les résultats dépendent du fait que les quantités sont des substituts ou des compléments stratégiques. Si les quantités produites par les firmes sont des substituts stratégiques, on retrouve le résultat des articles précédents : $n^{LE} \geq n^{OP} - 1$. En règle générale, le nombre d'entrées dans l'équilibre de libre entrée est excessif. Mais, dans certains cas, du fait de la contrainte que le nombre de firmes doit être un entier, le nombre de firmes dans l'équilibre de libre entrée peut être inférieur d'une firme au nombre de firmes dans l'optimum de second rang. Si les quantités produites par les firmes sont des compléments stratégiques, on a $n^{LE} \leq n^{OP}$.

On a la même intuition que pour les articles précédents, si les quantités produites par les firmes sont des substituts stratégiques, il existe un effet de détournement de commerce et cet effet conduit à une entrée excessive. A l'opposé, si les quantités produites par les firmes sont des compléments stratégiques, on a un *business enhancing effect* et les entrées sont insuffisantes à l'équilibre.

Les auteurs illustrent ce cas par l'exemple qu'on a introduit plus haut :

$$P(Q) = \frac{1}{(1+Q)^5} \quad \text{et} \quad c(q) = 0 \quad \text{ce qui implique} \quad \pi(n) = \frac{(5-n)^4}{5^5} \quad \text{et} \quad W(n) = \frac{1}{4}\left[1 - \frac{(5-n)^4}{5^4}\right]$$

On a donc : $\begin{array}{llll} W(1) = 0,1476 & W(2) = 0,2176 & W(3) = 0,2436 & W(4) = 0,2496 \\ \pi(1) = 0,08192 & \pi(2) = 0,02592 & \pi(3) = 0,00512 & \pi(4) = 0,00032 \end{array}$

[9] Le nombre de firmes peut aussi être trop faible dans une économie ouverte (Marjit et Mukherjee, 2013).

Si on fixe le coût d'entrée $F = 0,026$, on a $n^{LE} = 1$ et $n^{OP} = 4$. Donc $n^{LE} < n^{OP}$.

Les auteurs proposent aussi un exemple dans lequel $n^{LE} = n^{OP}$:

$$P(Q) = ae^{-Q} \quad \text{et} \quad c(q) = 0, \text{ on a donc} \quad \pi_i(q_i) = aq_i e^{-q_i - Q_{-i}}$$

$$\frac{\partial \pi_i(q_i)}{\partial q_i} = 0 \Leftrightarrow ae^{-q_i - Q_{-i}} - aq_i e^{-q_i - Q_{-i}} = 0 \Leftrightarrow a(1 - q_i)e^{-q_i - Q_{-i}} = 0 \Leftrightarrow 1 - q_i = 0 \Leftrightarrow q_i = 1$$

Dans cet exemple, la production par firmes est indépendante du nombre de firmes, on n'a donc ni effet de détournement de commerce, ni effet de *business enhancing*. On a $n^{LE} = n^{OP} = (\ln a)/F$.

Les auteurs comparent ensuite le nombre de firmes à l'équilibre de libre entrée et le nombre de firmes dans l'optimum de premier rang (i.e. lorsque le planificateur contrôle non seulement le nombre de firmes, mais aussi leur niveau de production). On a alors toujours $n^{LE} \geq n^{OP} - 1$.

Comportement limite : Novshek (1980) étudie la limite de l'équilibre de Cournot avec libre entrée, lorsque les firmes ont une fonction de coût moyen en U, en répliquant la demande et en faisant tendre le nombre de répliques vers l'infini.

2.4.2 Etude empirique

Berry et Waldfogel (1999) étudient ce problème pour le marché de la radio aux USA.

2.5 Différence de coûts

On a supposé, jusqu'à présent, que les firmes avaient les mêmes fonctions de coût. On suppose, maintenant, que les firmes ont des coûts différents. De nouveaux effets peuvent, alors, apparaître.

2.5.1 Duopole avec coûts différents

On va supposer que les deux firmes ont des coûts marginaux différents (mais constants) : c_1 pour la firme 1 et c_2 pour la firme 2, avec $c_2 > c_1$. La fonction demande inverse reste égale à : $P(Q) = A - \beta Q$.

Les fonctions de meilleure réponse des firmes s'obtiennent comme précédemment :

$$\begin{aligned} q_1 &\equiv R_1(q_2) = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_2 - c_1) \\ q_2 &\equiv R_2(q_1) = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_1 - c_2) \end{aligned}$$

L'équilibre est donc défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_2 - c_1) \\ q_2 = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_1 - c_2) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} q_2 = \frac{1}{3\beta}(A - 2c_2 + c_1) \\ q_1 = \frac{1}{3\beta}(A - 2c_1 + c_2) \end{array} \right\}$$

Le prix d'équilibre est égal à :

$$p = A - \beta \frac{1}{3\beta}(A - 2c_1 + c_2) - \beta \frac{1}{3\beta}(A - 2c_2 + c_1) = \frac{1}{3}(A + c_1 + c_2)$$

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\pi_1 = (p - c_1) q_1 = \frac{1}{9\beta}(A - 2c_1 + c_2)^2 \quad \text{et} \quad \pi_2 = (p - c_2) q_2 = \frac{1}{9\beta}(A - 2c_2 + c_1)^2$$

A partir de cet exemple, il est possible de construire des modèles de R&D dans lesquels les firmes choisissent des niveaux d'investissements qui déterminent leur coût marginal, avant de se livrer une concurrence en quantités[10].

Biens différenciés : On peut se livrer au même exercice en supposant que les firmes vendent des biens différenciés[11]. Les fonctions de demande inverses sont égales à :

$$p_1(q_1, q_2) = A - q_1 - \gamma q_2 \quad \text{et} \quad p_2(q_1, q_2) = A - q_2 - \gamma q_1$$

Les fonctions de meilleure réponse des firmes sont égales à :

$$q_1 \equiv R_1(q_2) = \frac{1}{2}(A - \gamma q_2 - c_1) \quad \text{et} \quad q_2 \equiv R_2(q_1) = \frac{1}{2}(A - \gamma q_1 - c_2)$$

Les quantités d''équilibre sont égales à :

$$q_1 = \frac{(2-\gamma) A - 2c_1 + \gamma c_2}{4 - \gamma^2} \quad \text{et} \quad q_2 = \frac{(2-\gamma) A - 2c_2 + \gamma c_1}{4 - \gamma^2}$$

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\pi_1 = \left[\frac{(2-\gamma) A - 2c_1 + \gamma c_2}{4 - \gamma^2}\right]^2 \quad \text{et} \quad \pi_2 = \left[\frac{(2-\gamma) A - 2c_2 + \gamma c_1}{4 - \gamma^2}\right]^2$$

2.5.2 Coûts marginaux croissants et différents

On s'intéresse maintenant à un exemple de duopole où les firmes ont des fonctions de coût quadratiques et différentes. On va utiliser cet exemple pour illustrer une seconde source d'inefficience de la concurrence à la Cournot[12]. On suppose :

$$\begin{aligned} C_1(q_1) &= \frac{1}{2} q_1^2 \quad \text{et} \quad C_2(q_2) = \frac{1}{4} q_2^2 \\ P(Q) &= 1 - Q \end{aligned}$$

[10] Voir le chapitre sur la R&D.

[11] Toutes les formules sont tirées de Wang (2002).

[12] La première source d'inefficience étant que la production totale est socialement trop faible (voir plus haut).

Fonctions de meilleure réponse des firmes :

$$q_1 = \frac{1}{3}(1-q_2) \quad \text{et} \quad q_2 = \frac{2}{5}(1-q_1)$$

Quantités produites à l'équilibre :

$$q_1 = \frac{3}{13} \quad \text{et} \quad q_2 = \frac{4}{13}$$

La firme 2, qui a la fonction de coût la plus faible, produit plus que la firme 1 à l'équilibre. Ce qui était prévisible.

Le point intéressant est la comparaison des coûts marginaux des deux firmes à l'équilibre. Ces coûts sont égaux à :

$$\frac{dC_1(q_1)}{dq_1} = q_1 = \frac{3}{13} \quad \text{et} \quad \frac{dC_2(q_2)}{dq_2} = \frac{1}{2}q_2 = \frac{1}{2}\frac{4}{13} = \frac{2}{13}$$

On constate qu'à l'équilibre **le coût marginal de la firme 2 est inférieur à celui de la firme 1**. L'industrie ne minimise pas le coût total de production. Il serait possible de produire la même quantité totale ($\frac{7}{13}$) à un coût plus faible, en réduisant la production de la firme 1 et en augmentant la production de la firme 2. Pour minimiser le coût de production total, il faut modifier la répartition de la production entre les deux firmes jusqu'à ce que leurs coûts marginaux soient égaux.

La répartition qui minimise le coût de production total de l'industrie est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{dC_1(q_1)}{dq_1} = \frac{dC_2(q_2)}{dq_2} \\ q_1 + q_2 = \frac{7}{13} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{1}{2}q_2 \\ \frac{1}{2}q_2 + q_2 = \frac{7}{13} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{1}{2}q_2 \\ \frac{3}{2}q_2 = \frac{7}{13} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{7}{39} \\ q_2 = \frac{14}{39} \end{array} \right\}$$

On a vu que l'équilibre de Cournot n'était pas un optimum de Pareto, car la production totale était inférieure au niveau de production socialement optimal. On vient d'identifier une deuxième source d'inefficacité de l'équilibre de Cournot. **La répartition de la production entre les firmes est inefficace, si les firmes ont des fonctions de coût différentes**.

On a montré ce résultat sur un exemple, mais on peut vérifier qu'il s'agit d'un résultat général en examinant la condition de premier ordre de maximisation du profit des firmes :

$$P(q_i + Q_{-i}) + \frac{\partial P(q_i + Q_{-i})}{\partial q_i} q_i = \frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i}$$

Les termes $P(q_i + Q_{-i})$ et $\frac{\partial P(q_i+Q_{-i})}{\partial q_i}$ sont identiques pour toutes les firmes. Donc le seul terme du membre de gauche qui varie d'une firme à l'autre est la quantité produite : q_i. Comme $\frac{\partial P(q_i+Q_{-i})}{\partial q_i}$ est négatif, le terme de gauche est plus faible pour les firmes produisant plus. Le coût marginal des firmes étant égal au terme de gauche, on en déduit que les firmes produisant plus ont un coût marginal plus faible que les firmes produisant moins.

On peut aussi retrouver ce résultat en utilisant l'autre présentation de la condition de maximisation du premier ordre qu'on a rencontrée :

$$\frac{p - C_{m_i}(q_i)}{p} = -\frac{s_i}{\varepsilon}$$

L'indice de Lerner de la firme i est égal à sa part de marché divisée par l'élasticité de la demande. Une firme ayant une part de marché plus faible réalise une marge plus petite, ce qui implique qu'elle a un coût marginal plus élevé.

Donc, pour réduire l'inefficacité de la répartition de la production entre les firmes, il faut augmenter la production des "grandes" firmes et réduire la production des "petites" firmes. Si l'Etat souhaite intervenir, il doit taxer la production des petites firmes et subventionner la production des grandes firmes. Dans l'équilibre de Cournot, les grandes firmes sont celles qui ont les coûts les plus faibles.

2.5.3 Impact sur le surplus social d'une diminution de coût

On a vu, dans l'exemple précédent, qu'à l'équilibre les firmes ont des coûts marginaux différents. L'allocation de la production entre les firmes n'est donc pas optimale et il est possible d'augmenter le bien-être en diminuant la production des firmes ayant des coûts marginaux élevés et en augmentant la production des firmes ayant des coûts marginaux faibles. Certaines modifications des paramètres du modèle conduisent à ce type de réallocation. Par exemple, une augmentation du coût marginal d'une firme ayant initialement un coût marginal élevé conduit cette firme à produire moins et ses concurrentes à produire plus. Cette réallocation de la production entre les firmes peut augmenter le bien-être social. Cependant, cette modification entraîne aussi une diminution de la production totale ce qui diminue le surplus des consommateurs et donc le bien-être social. Lahiri et Ono (1988) montrent que, pour certaines valeurs des paramètres du modèle, le premier effet peut dominer le second effet et donc une augmentation du coût marginal d'une firme peut permettre d'augmenter le surplus social.

On va illustrer cette possibilité par un exemple.

On considère un oligopole composé de trois firmes. Le coût marginal des deux premières firmes, 1 et 2, est égal à c_1 ; celui de la troisième firme est égal à $c_2 > c_1$.

La fonction de demande inverse est linéaire : $P(Q) = A - Q$.

Après quelques calculs, on obtient :

$$\begin{aligned}
q_1 &= q_2 = \frac{1}{4}(A - 2c_1 + c_2) \text{ et } q_3 = \frac{1}{4}(A - 3c_2 + 2c_1) \\
p &= \frac{1}{4}(A + 2c_1 + c_2) \\
\pi_1 &= \pi_2 = \frac{1}{16}(A - 2c_1 + c_2)^2 \text{ et } \pi_3 = \frac{1}{16}(A - 3c_2 + 2c_1)^2 \\
Sc &= \frac{1}{2}(A - p)Q = \frac{1}{2}Q^2 = \frac{1}{32}(3A - 2c_1 - c_2)^2
\end{aligned}$$

Le surplus social est égal à :

$$\begin{aligned}
S &= \frac{1}{32}(3A - 2c_1 - c_2)^2 + 2 \times \frac{1}{16}(A - 2c_1 + c_2)^2 + \frac{1}{16}(A - 3c_2 + 2c_1)^2 \\
&= \frac{1}{32}(3A - 2c_1 - c_2)^2 + \frac{1}{8}(A - 2c_1 + c_2)^2 + \frac{1}{16}(A - 3c_2 + 2c_1)^2
\end{aligned}$$

Sa dérivée par rapport à c_2 est égale à :

$$\frac{\partial S}{\partial c_2} = -\frac{2}{32}(3A - 2c_1 - c_2) + \frac{2}{8}(A - 2c_1 + c_2) - \frac{6}{16}(A - 3c_2 + 2c_1) = -\frac{5}{16}A - \frac{18}{16}c_1 + \frac{23}{16}c_2$$

Prenons les valeurs : $c_1 = 0$ et $c_2 = \frac{1}{4}A$, à l'équilibre, on a :

$$\begin{aligned} q_1 &= q_2 = \frac{1}{4}(A - 2c_1 + c_2) = \frac{5}{16}A \text{ et } q_3 = \frac{1}{4}(A - 3c_2 + 2c_1) = \frac{1}{16}A > 0 \\ p &= \frac{1}{4}(A + 2c_1 + c_2) = \frac{5}{16}A > 0 \text{ et } \pi_3 = \frac{1}{16}(A - 3c_2 + 2c_1)^2 = \frac{1}{16^2}A^2 > 0 \end{aligned}$$

et

$$\frac{\partial S}{\partial c_2} = -\frac{5}{16}A - \frac{18}{16}c_1 + \frac{23}{16}c_2 = -\frac{5}{16}A + \frac{23}{16}\frac{1}{4}A = \frac{3}{64}A > 0$$

Pour ces valeurs, on constate qu'une augmentation du coût marginal de la firme 3, toutes choses égales par ailleurs, entraîne une augmentation du surplus social.

Lahiri et Ono (1988) montrent, ensuite, que si une firme est très inefficiente par rapport à ses concurrentes alors la fermeture de cette firme (diminuer sa production à zéro) peut augmenter le surplus social[13],[14].

2.5.4 Impact sur les profits d'une variation du coût marginal

Il semble assez intuitif de penser qu'une augmentation du coût marginal des firmes va provoquer une diminution de leur profit. Cette intuition peut, cependant, se révéler fausse (Kimmel, 1992). En effet, une hausse du coût marginal des firmes va, généralement, entraîner une augmentation du prix d'équilibre et, en fonction de l'élasticité de la demande, cette hausse peut être inférieure ou supérieure à la hausse du coût marginal. Une hausse du coût marginal peut donc provoquer une baisse ou une hausse de la marge des firmes par unité vendue. En outre, si les firmes ont initialement des coûts unitaires différents, une hausse identique des coûts unitaires peut provoquer une réallocation des parts de marché entre les firmes. Kimmel (1992) suppose que la fonction de coût des firmes est égale à $C_i(q_i) = (a_i + b)q_i + F_i$. Le coût marginal des firmes est donc constant. Il est composé d'une partie identique pour chaque firme, b, et d'une partie spécifique à chaque firme, a_i. Kimmel (1992) étudie l'effet d'une augmentation de b sur le profit des firmes. L'auteur montre d'abord qu'une augmentation de b entraîne une diminution de la production totale de l'industrie et une augmentation du prix d'équilibre. Une augmentation peut provoquer une diminution de la marge des firmes, $dp/db < 1$, ou une augmentation de cette marge, $dp/db > 1$. L'effet sur le profit d'une firme i est le suivant :

$$\frac{d\pi_i}{db} = q_i \frac{dp}{db}\left[(ns_i - 2)E(Q) - 2\right]/n$$

où s_i est la part de marché de la firme i, Q est la quantité totale produite par l'industrie et

$$E(Q) \equiv \frac{df'(Q)}{dQ}\frac{Q}{f'(Q)} \equiv Q\frac{f''(Q)}{f'(Q)}$$

[13] On retrouvera ce résultat dans le chapitre sur les fusions, notamment dans le modèle de Farrell et Shapiro (1990).
[14] Voir aussi Zhao (2001).

Lorsque $dp/db > 1$, la part de marché des firmes les plus petites (celles ayant les a_i les plus élevés) augmente ; tandis que, lorsque $dp/db < 1$, ce sont les parts de marché des firmes les plus grandes qui augmentent.

L'auteur illustre le résultat en prenant deux exemples. Il considère d'abord une fonction de demande dont l'élasticité, ε, est constante. Dans ce cas, le profit des firmes dont la part de marché vérifie $s_i < 2/n\,(1-\varepsilon)$ augmente lorsque b augmente. En revanche, pour les firmes dont la part de marché est supérieure, le profit diminue lorsque b augmente. Si toutes les firmes sont identiques, $s_i = 1/n$, le profit des firmes est une fonction croissante de b si $\varepsilon > -1$. Le second exemple est une fonction de demande linéaire. Dans ce cas, le profit de toutes les firmes, petites ou grandes, diminue lorsque b augmente.

De façon plus générale, on peut définir une part de marché seuil, s^*, telle que, lorsque $dp/db > 1$, alors le profit des firmes ayant une part de marché inférieure [supérieure] à s^* augmente [diminue] lorsque b augmente. Tandis que si $dp/db < (n-2)/(n-1)$ alors le profit d'une firme i augmente si et seulement si $s_i < s^*$. Enfin si $(n-2)/(n-1) < dp/db < 1$ alors le profit de toutes les firmes diminue lorsque b augmente.

$$s^* = \frac{2 - 2\frac{dp}{db}}{n - (n+1)\frac{dp}{db}}$$

L'analyse de Kimmel (1992) montre donc que le profit de certaines firmes, et parfois de toutes, peut augmenter lorsque le coût d'un input utilisé par toutes les firmes augmente.

Exemple : La fonction de demande inverse est égale à : $P(Q) = A/Q^2$ (ce qui correspond à une fonction de demande égale à $Q(p) = \sqrt{A}p^{-1/2}$. Il s'agit donc d'une fonction de demande à élasticité constante). L'industrie est composée de n (≥ 3) firmes identiques ayant un coût marginal constant, c.

Le profit d'une firme i est égal à :

$$\pi_i = \frac{A}{(q_i + Q_{-i})^2} q_i - cq_i$$

La condition de premier ordre de la maximisation du profit est :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = A(q_i + Q_{-i})^{-2} - 2Aq_i(q_i + Q_{-i})^{-3} - c = 0$$

On cherche un équilibre symétrique. On a donc :

$$Q_{-i} = (n-1)q_i$$

La condition de premier ordre devient :

$$A(nq_i)^{-2} - 2Aq_i(nq_i)^{-3} - c = 0 \Leftrightarrow A\frac{1}{n^2q_i^2} - 2A\frac{1}{n^3q_i^2} = c$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{n^2q_i^2}\left(1 - 2\frac{1}{n}\right) = c \Leftrightarrow \frac{A}{n^2q_i^2}\frac{n-2}{n} = c \Leftrightarrow q_i^2 = \frac{A}{c}\frac{n-2}{n^3} \Leftrightarrow q_i = \sqrt{\frac{A}{c}\frac{n-2}{n^3}}$$

On peut, maintenant, calculer le profit de chacune des firmes à l'équilibre :

$$\begin{aligned}\pi_i &= \frac{A}{(q_i+Q_{-i})^2}q_i - cq_i = \frac{A}{\left(n\sqrt{\frac{A}{c}\frac{n-2}{n^3}}\right)^2}\sqrt{\frac{A}{c}\frac{n-2}{n^3}} - c\sqrt{\frac{A}{c}\frac{n-2}{n^3}} = \left(\frac{A}{n^2\frac{A}{c}\frac{n-2}{n^3}} - c\right)\sqrt{\frac{A}{c}\frac{n-2}{n^3}} \\ &= \left(\frac{1}{\frac{1}{c}\frac{n-2}{n}} - c\right)\frac{1}{n}\sqrt{\frac{A}{c}\frac{n-2}{n}} = \left(\frac{n}{n-2}c - c\right)\frac{1}{n}\sqrt{\frac{A}{c}\frac{n-2}{n}} = \frac{n-n+2}{n-2}c\frac{1}{n}\sqrt{\frac{A}{c}\frac{n-2}{n}} = \frac{2}{n}\sqrt{\frac{Ac}{n(n-2)}}\end{aligned}$$

On constate que le profit des firmes à l'équilibre est une fonction croissante du coût marginal. Une augmentation du prix des inputs est donc accueillie comme une bonne nouvelle dans cette industrie !

2.5.5 Production totale et somme des coûts marginaux

Bergstrom et Varian (1985a et b) démontrent que, lorsque les firmes ont des coûts marginaux constants, la production totale à l'équilibre de Cournot ne dépend que de la somme des coûts marginaux des firmes et non de leur répartition (si la solution est intérieure, i.e. si toutes les firmes produisent une quantité strictement positive). Pour le voir, il suffit d'écrire la condition de premier ordre de maximisation du profit de chacune des firmes :

$$P(Q) + P'(Q)\,q_i - c_i = 0$$

et de les sommer :

$$nP(Q) + P'(Q)\,Q = \sum_{i=1}^{n} c_i$$

Si le membre gauche de l'égalité est une fonction décroissante de Q (ce qui est une hypothèse facilement vérifiée), il existe une seule quantité Q qui vérifie cette dernière équation. Dans ce cas, la quantité totale, à l'équilibre, ne dépend que de la somme totale des coûts marginaux et pas de leur distribution. Le prix d'équilibre et le surplus des consommateurs sont eux aussi indépendants de la distribution des coûts marginaux.

2.5.6 Les profits croissent avec la variance des coûts

En revanche, le coût total de production dépend de la distribution des coûts marginaux et pas seulement de leur somme. Bergstrom et Varian (1985a) montrent que le coût total de production est une fonction décroissante de la variance des coûts unitaires des firmes. Le coût de production est donc maximum lorsque les firmes sont identiques.

Dans l'étude de Bergstrom et Varian (1985a), les différences de coût des firmes sont dues à des taxes différentes selon les firmes. La modification de ces taxes n'a donc pas d'impact sur le surplus social mais uniquement sur les recettes fiscales. Si, au contraire, on interprête les différences de coût comme des différences technologiques (Salant et Shaffer, 1999) alors le surplus social est une fonction croissante de la variance des coûts marginaux des firmes. Pour une même somme des coûts marginaux, il est préférable qu'une industrie soit composée de firmes très différentes plutôt que de firmes ayant des coûts identiques. Salant et Shaffer (1999) en déduisent que dans des jeux en deux étapes dans lesquels les firmes choisissent une action qui détermine leur coût marginal avant de se livrer une concurrence à la Cournot, il est socialement souhaitable que les firmes choisissent des actions différentes lors de la première étape même si elles sont initialement identiques.

Salant et Shaffer (1999) montrent aussi que ces résultats se généralisent aux cas où le coût marginal des firmes est de la forme : $Cm_i(q_i) = a_i + mq_i$, et où les actions entreprises lors de la première étape déterminent le montant des a_i. La production totale ne dépend que la somme des a_i et le coût total de la production est une fonction décroissante de la variance des a_i.

Février et Linnemer (2004) proposent une synthèse des approches de Kimmel (1992) et Bergstrom et Varian (1985). Ils supposent que le coût marginal d'une firme i est égal à $c_i + \gamma_i w$. Dans ce modèle, il existe donc un choc commun à toutes les firmes mesuré par w, mais chacune des firmes ressent ce choc différemment, γ_i est spécifique à chaque firme. Si γ_i est indépendant de i, on retrouve le modèle de Kimmel et si la moyenne des valeurs de γ_i est égale à 0, on retrouve le modèle de Bergstrom et Varian (1985). Les auteurs recherchent sous quelles conditions, une augmentation de la valeur de w provoque une augmentation du profit de la firme i, une augmentation des profits agrégés de l'industrie, une augmentation du surplus des consommateurs et/ou une augmentation du surplus social. Ils obtiennent une série de conditions assez techniques.

Long et Soubeyran (2001) étudient une problématique assez proche de celle de Salant et Shaffer (1999). Ils étudient un modèle comprenant deux étapes. Lors de la seconde étape, les firmes se livrent une concurrence en quantités à la Cournot. Lors de cette seconde étape, les profits totaux de l'industrie sont une fonction croissante de la variance des coûts marginaux des firmes. Lors de la première étape, les firmes peuvent "manipuler" leurs coûts en "transférant" une partie du coût marginal d'une firme vers une autre firme[15]. Ces transferts engendrent, cependant, un coût qui est une fonction croissante et convexe du niveau des manipulations de coûts. Les auteurs montrent que, si les coûts de manipulation sont nuls, la fonction objectif des firmes est convexe et les firmes choisissent la configuration de coût la plus asymétrique possible. En revanche, si les coûts de transferts sont élevés et convexes, la fonction objectif des firmes devient concave et les firmes choisissent une configuration de coûts symétrique.

Toutes les études précédentes ne s'intéressaient qu'à des firmes monoproduits, Lapan et Hennessy (2006) se penchent sur les firmes multiproduits. Ils considèrent un oligopole comprenant n firmes produisant chacune deux produits. Les auteurs montrent que la production totale sur les deux marchés ne dépend pas de la distribution des coûts marginaux entre les firmes mais uniquement de leur somme sur chacun des marchés. En revanche, les profits totaux de l'industrie et le surplus social dépendent de ces distributions. Les auteurs s'intéressent surtout à des permutations de coût marginal entre les différentes firmes. Ils montrent que

[15] Ces manipulations peuvent correspondre à des transferts d'actifs entre les firmes, à des transferts de droit à polluer, à une modification de la répartition des droits à utiliser des actifs développés en commun, etc.

des permutations qui permettent d'obtenir le même classement des coûts marginaux des firmes sur les deux marchés augmentent les profits totaux de l'industrie si les deux biens sont des compléments mais les diminuent si les deux biens sont des substituts. L'intuition est qu'une permutation des coûts marginaux de deux firmes a un effet sur les productions des firmes sur les deux marchés. Si le coût de la firme i diminue sur le marché A, elle augmente sa production sur le marché A et l'augmente [la diminue] sur le marché B si les biens sont des compléments [substituts]. Cela entraîne une réduction des coûts de production sur le marché B si la firme i a un coût faible sur le marché B. Il est donc socialement souhaitable que les firmes qui ont les coûts les plus faibles sur un marché aient aussi les coûts les plus faibles sur l'autre marché lorsque les biens sont des compléments et que les firmes ayant les coûts les plus faibles sur un marché soient celles qui aient les coûts les plus élevés sur l'autre marché lorque les biens sont des substituts. Les auteurs montrent aussi que du fait de cet effet inter-marché, l'augmentation de la variance des coûts sur un marché n'augmente pas toujours le profit total de l'industrie et le surplus social. Les résultats deviennent aussi moins clairs lorsque le nombre de marchés devient supérieurs à deux.

2.5.7 Taille des firmes et diversification

Grossmann (2007) s'intéresse au lien entre la taille des firmes (mesurée par leur production totale) et le nombre de produits différents qu'elles offrent. La littérature empirique a régulièrement trouvé une corrélation positive entre ces deux variables : les grandes firmes proposent un plus grand nombre de produits que les petites. Grossmann (2007) s'efforce d'obtenir cette relation de façon endogène dans un modèle de concurrence oligopolistique. Il suppose qu'il existe un grand nombre de produits potentiels. La fonction de demande inverse pour un produit k est égale à :

$$p_k = a_k - \beta q_k - \gamma \sum_{j \neq k} q_j$$

L'auteur suppose aussi qu'il y a un très grand nombre d'entrepreneurs potentiels. La nature assigne aléatoirement à chacun des entrepreneurs potentiels un coût marginal c_i et une qualité de produit A_i (on pose $\alpha_i = A_i - c_i$). La qualité des produits va déterminer le paramètre a_k de la fonction de demande : $a_k = A_i$. Le jeu comprend trois étapes. Lors de la première, chacun des entrepreneurs potentiels accepte ou non de payer un coût fixe F pour créer une firme et entrer dans cette industrie. Lors de la deuxième, chacune des firmes choisit le nombre de produits, N_i, qu'elle souhaite produire. La firme subit alors un coût $C(N_i)$, où $C(.)$ est une fonction convexe. Lors de la troisième et dernière étape, les firmes se livrent une concurrence à la Cournot.

L'auteur commence par étudier la troisième étape du jeu. Il montre que le profit d'une firme i (hors coût fixe) est une fonction croissante et concave du nombre de biens qu'elle produit et une fonction décroissante du nombre de biens produit par les autres firmes. Il trouve aussi que le profit de la fime i est une fonction croissante de α_i et décroissante des α_j.

L'auteur s'intéresse, ensuite, aux deux premières étapes. Il montre que le nombre de biens choisi par la firme i est une fonction croissante de α_i, décroissante des α_j et décroissante de γ (si les biens sont des substituts plus proches, les firmes offrent moins de produits). Lors de la première étape, les firmes ayant un α_i supérieur à un certain seuil (dépendant des α_j réalisés) entrent dans l'industrie tandis que celles qui ont un α_i plus faible n'entrent pas.

La proposition centrale de l'article est de montrer que $\alpha_i > \alpha_j \Rightarrow N_i > N_j$ et que $\alpha_i > \alpha_j$ implique que la production totale de la firme i est supérieure à celle de la firme j. Il existe donc une corrélation positive entre la production totale des firmes et le nombre de produits qu'elles offrent[16].

2.6 Existence, unicité, stabilité

Dans les sous-sections précédentes, on a utilisé des fonctions de demande et de coût particulières pour lesquelles un équilibre de Cournot existait et était unique. Ce n'est pas le cas avec toutes les formes fonctionelles[17].

Existence : Dans le cours de microéconomie de seconde année, on a dû vous apprendre que l'existence de rendements d'échelle croissants ou de coûts fixes pouvait entraîner la non-existence d'un équilibre concurrentiel. De même, l'équilibre de Cournot peut ne pas exister. Frayssé (1986) propose une synthèse de la question. Le problème est assez technique, on va donc se contenter de l'effleurer en indiquant quelques uns des résultats présentés par Frayssé (1986). L'idée générale est que **l'existence peut devenir problématique si les fonctions de réaction des firmes ne sont pas décroissantes**. Plusieurs ensembles d'hypothèses permettent de s'assurer que ces fonctions sont bien décroissantes.

- Un équilibre existe si la fonction de profit de chaque firme est quasi concave par rapport à sa propre production. Cette quasi-concavité est toujours vérifiée si la fonction de demande est concave et les fonctions de coûts convexes.

- La quasi-concavité des fonctions de profit n'est pas nécessaire si les fonctions de coûts sont convexes et identiques. En supposant les fonctions de coût identiques pour toutes les firmes, on peut relacher les hypothèses sur la fonction de demande.

- Ces hypothèses peuvent être relachées lorsque la taille du marché est "grande" par rapport à la taille des firmes. Lorsque le niveau de production des firmes est borné et faible par rapport à la taille du marché, la recette marginale des firmes est une fonction décroissante du niveau de production des autres firmes. Ce

[16] L'auteur montre, ensuite, que la même relation est obtenue dans un modèle de concurrence en prix avec une structure de demande de type *nested logit*. Le même résultat peut aussi être établi dans un modèle de concurrence en prix avec des biens différenciés. Mais, dans ce dernier cas, la démonstration est moins évidente car le profit d'une firme peut décroître lorsque le nombre de biens qu'elle produit augmente.

[17] Cette sous-section est plus technique que les autres. Il n'est pas nécessaire de retenir les résultats présentés. Cependant, les références mentionnées peuvent s'avérer utiles pour comprendre (ou écrire !) certains articles rédigés avec des formes fonctionnelles très générales.

qui assure que les fonctions de réaction des firmes sont décroissantes et que l'équilibre de Cournot existe quelle que soit la forme des fonctions de coût des firmes.

- On peut s'abstenir de supposer que la taille des firmes est bornée en supposant que les firmes sont nombreuses. Chacune des firmes a alors une taille faible par rapport à la demande.

Amir (1996) reconsidère ce problème en utilisant la théorie des jeux super-modulaires. Il commence par étudier le cas du duopole. Si les fonctions de gain des deux firmes sont super-modulaires alors le jeu admet un équilibre de Nash en stratégies pures. En outre, si les fonctions de coûts des firmes sont convexes, cet équilibre est unique. L'auteur montre aussi que les duopoles de Cournot avec une fonction de demande log-concave et des fonctions de coût croissantes sont des jeux supermodulaires. Les duopoles de Cournot avec des fonctions de coût linéaires, des capacités de production des firmes bornées et des fonctions de demande nettes des coûts log-convexes sont des jeux log-supermodulaires. Enfin, il montre que les oligopoles symétriques avec des coûts linéaires admettent des équilibres de Cournot symétriques.

Unicité : Si on utilise des fonctions de coûts et de demande très générales, l'unicité de l'équilibre de Cournot n'est pas garantie. Sous certaines hypothèses, il est, cependant, possible de démontrer que l'équilibre de Cournot est unique.

Szidarovsky et Yakowitz (1977) montrent que si le coût marginal des firmes est croissant et si la fonction de demande inverse est décroissante et concave alors l'équilibre de Cournot existe et est unique.

Gaudet et Salant (1991) présentent une condition, plus facile à vérifier, qui est suffisante pour assurer l'unicité de l'équilibre de Cournot. La condition suivante doit être vérifiée au point d'équilibre :

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{P'\left(Q^E\right) + q_i^E P''\left(Q^E\right)}{C_i''\left(q_i^E\right) - P'\left(Q^E\right)} < 1$$

Stabilité : La stabilité est une propriété de certains systèmes dynamiques. Un équilibre est stable, si après une perturbation[18] qui a écarté l'état du système du point d'équilibre, il revient spontanément (après quelques périodes) aux valeurs d'équilibre. Un équilibre est instable, si à la suite d'une légère perturbation, l'état du système s'écarte de plus en plus et de façon définitive de l'équilibre initial[19].

L'équilibre de Cournot est un concept statique. Le jeu de Cournot n'est pas un système dynamique. On peut, cependant, le transformer en système dynamique. On fixe, par exemple, arbitrairement la quantité produite par la firme 1. On suppose, ensuite, que la firme 2 choisit la quantité qui est sa meilleure réponse à la quantité produite par la firme 1. On suppose, ensuite, que la firme 1 ajuste sa quantité pour qu'elle

[18] Une perturbation faible si la stabilité est locale. Une perturbation importante si la stabilité est globale.

[19] Un ballon sur une colline est en équilibre instable. Il peut être en équilibre, mais, si le vent le pousse légèrement, il va dévaler la colline et son nouveau point d'équilibre sera très éloigné de son équilibre initial. Il s'agit d'un équilibre instable. En revanche, si initialement le ballon se trouve dans un creux, le vent peut l'éloigner de son emplacement initial, mais, dès que le vent aura cessé, le ballon reviendra à son emplacement initial. Il s'agit d'un équilibre stable.

soit égale à sa meilleure réponse à la quantité produite par la firme 2. Etc. Si le système admet un équilibre stable, ce processus doit converger vers cet équilibre.

Généralement, l'équilibre de Cournot n'est pas interprêté comme le résultat d'un processus de tatonnement itératif. On n'a donc pas à vérifier la stabilité de l'équilibre. Cependant, certaines études se restreignent aux valeurs des paramètres qui permettent l'émergence d'équilibres stables. L'une des principales raisons de cette restriction est que lorsque l'équilibre est instable une légère perturbation des conditions de départ ou une légère intervention de l'Etat entraîne une modification très importante du résultat.

Hahn (1962) s'intéresse à la stabilité de l'équilibre de Cournot.

3 Stackelberg

Dans la section précédente, on a supposé que les firmes choisissaient leurs niveaux de production simultanément. On peut envisager d'autres timing de choix. Il est possible que les firmes n'entrent pas à la même date sur un marché. Une firme peut avoir terminé la mise au point de son produit avant ses concurrentes et profiter de cette avance pour s'engager sur un niveau de production élevé avant que ses concurrentes ne puissent agir. Il est aussi possible qu'une firme choisisse de retarder le choix de son niveau de production pour observer ce que font ses concurrentes ou pour obtenir plus d'informations sur le niveau de la demande et les goûts des consommateurs. Il existe probablement beaucoup de situations dans lesquelles les firmes choisissent leurs niveaux de production séquentiellement plutôt que simultanément. L'étude de ce timing séquentiel est généralement associée à Von Stackelberg (1934) ; plusieurs articles[20] notent, cependant, qu'Edgeworth l'avait déjà initiée. On commence par présenter le cas du duopole avant de traiter un cas avec un plus grand nombre de firmes.

3.1 Duopole : un leader et un *follower*

Pour pouvoir comparer les effets du timing sur la concurrence entre deux firmes, on reprend les mêmes hypothèses que dans le cas du duopole de Cournot de la section 2.2. On modifie uniquement l'hypothèse faite sur le timing des choix des firmes. On suppose que le jeu comprend, maintenant, deux étapes. Lors de la première, la firme 1 choisit son niveau de production. Lors de la seconde, la firme 2 **observe** la quantité produite par la firme 1 et choisit, ensuite, son niveau de production. Le "marché" détermine, ensuite, le prix d'équilibre en égalisant l'offre et la demande. Il est important que la firme 2 observe le choix de la firme 1 avant de choisir son niveau de production. Si ce n'était pas le cas, le jeu serait identique au jeu de Cournot. Ce qui différencie les deux jeux, ce n'est pas le fait que les choix soient séquentiels plutôt que simultanés mais le fait que la firme 2 observe le choix de la firme 1 avant de faire son choix et que la firme 1 ne puisse plus modifier son choix.

[20] Notamment, Robson (1990a et b).

La résolution de ce jeu séquentiel se fait par récurrence amont, en commençant donc par la seconde étape.

Seconde étape : La seconde étape consiste à déterminer le comportement de la firme 2 en fonction du comportement de la firme 1. Cela revient à calculer la fonction de meilleure réponse de la firme 2 à la quantité choisie par la firme 1. Ce qu'on a déjà fait dans la section 2.2.

$$q_2\left(q_1\right)=\frac{1}{2\beta}\left(A-\beta q_1-c\right)$$

Il existe, cependant, une différence. Dans le duopole de Cournot, la quantité q_1 est **anticipée** par la firme 2. La firme 2 n'observe pas cette quantité mais suppose que c'est celle que la firme 1 va produire. Tandis que dans le duopole de Stackelberg, la quantité q_1 est **observée** par la firme 2.

Première étape : Lors de la première étape, la firme 1 va prendre en compte que la quantité que la firme 2 choisira lors de la seconde étape est une fonction de la quantité choisie par la firme 1. La firme 2 réagit au choix de la firme 1. La firme 1 prend en compte cette réaction et va volontairement influencer le choix de la firme 2. Le profit de la firme 1 est égal à :

$$\pi_1\left(q_1\right)=\left[A-\beta q_1-\beta q_2\left(q_1\right)-c\right]q_1=\left[A-\beta q_1-\beta\frac{1}{2\beta}\left(A-\beta q_1-c\right)-c\right]q_1=\frac{1}{2}\left(A-\beta q_1-c\right)q_1$$

$$\frac{\partial\pi_1\left(q_1\right)}{\partial q_1}=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left(A-2\beta q_1-c\right)=0\Leftrightarrow q_1=\frac{1}{2\beta}\left(A-c\right)$$

Résultats : Pour obtenir la quantité produite par la firme 2, il suffit de reporter le choix de 1 dans la fonction de réaction de la firme 2 :

$$q_2=\frac{1}{2\beta}\left(A-\beta q_1-c\right)=\frac{1}{2\beta}\left(A-\beta\frac{1}{2\beta}\left(A-c\right)-c\right)=\frac{1}{4\beta}\left(A-c\right)$$

Le prix d'équilibre s'obtient en reportant les quantités produites dans la fonction de demande inverse :

$$p=A-\beta Q=A-c+c-\beta\frac{1}{2\beta}\left(A-c\right)-\beta\frac{1}{4\beta}\left(A-c\right)=c+\frac{1}{4}\left(A-c\right)$$

Les profits des firmes sont respectivement égaux à :

$$\begin{aligned}\pi_1 &= \left(p-c\right)q_1=\frac{1}{4}\left(A-c\right)\times\frac{1}{2\beta}\left(A-c\right)=\frac{1}{8\beta}\left(A-c\right)^2\\ \pi_2 &= \left(p-c\right)q_2=\frac{1}{4}\left(A-c\right)\times\frac{1}{4\beta}\left(A-c\right)=\frac{1}{16\beta}\left(A-c\right)^2\end{aligned}$$

Comparaison Cournot-Stackelberg : En comparant avec les résultats du duopole de Cournot, on constate que la production du leader de Stackelberg est plus élevée que la production d'une firme en Cournot, tandis que la production de la firme follower est plus faible qu'en Cournot. Le profit du leader augmente et le profit du follower diminue par rapport au profit obtenu dans le duopole de Cournot. Les profits totaux de l'industrie sont plus élevés dans le duopole de Cournot que dans le duopole de Stackelberg. Le prix d'équilibre est plus faible dans le duopole de Stackelberg que dans le duopole de Cournot, ce qui implique que le surplus des consommateurs est plus élevé en Stackelberg qu'en Cournot. Le surplus social est, lui aussi, plus élevé en Stackelberg qu'en Cournot car l'écart entre le prix d'équilibre et le coût marginal de production des firmes est plus faible. La production totale reste, cependant, plus faible que le niveau socialement optimal.

La firme 1 met à profit son statut de leader pour influencer le comportement de la firme 2. La firme 1 souhaite que la firme 2 réduise sa production. Or, les quantités sont des substituts stratégiques. Pour inciter la firme 2 à réduire sa production, la firme 1 doit augmenter la sienne. La réduction de la production de la firme 2 est inférieure à l'augmentation de celle de la firme 1. La quantité totale augmente, ce qui provoque une réduction du prix d'équilibre et une augmentation du surplus des consommateurs.

3.2 Oligopole : m leaders et $n-m$ *followers*

Il est possible de mélanger choix simultanés et choix séquentiels lorsque le nombre de firmes est supérieur à 2. On suppose qu'une industrie contient n firmes produisant un bien homogène avec un coût marginal constant c. m firmes sont des leaders (notés avec un exposant L) et choisissent leur production lors de la première étape du jeu. Les $n-m$ autres firmes sont des *followers* (notés avec un exposant F) et elles choisissent leur production lors de la seconde étape du jeu après avoir observé la production des firmes leaders.

Seconde étape : Le profit d'une firme i de type F est égal à :

$$\pi_i^F\left(q_i^F\right) = \left(A - \beta q_i^F - \beta Q_{-i}^F - \beta Q^L - c\right) q_i^F$$

Fonction de réaction de cette firme :

$$\frac{d\pi_i^F\left(q_i^F\right)}{dq_i^F} = 0 \Leftrightarrow A - 2\beta q_i^F - \beta Q_{-i}^F - \beta Q^L - c = 0 \Leftrightarrow q_i^F = \frac{1}{2\beta}\left(A - \beta Q_{-i}^F - \beta Q^L - c\right)$$

Par symétrie, on a :

$$Q_{-i}^F = (n-m-1)\, q_i^F$$

D'où :

$$2\beta q_i^F = A - \beta(n-m-1)\, q_i^F - \beta Q^L - c \Leftrightarrow (n-m+1)\,\beta q_i^F = A - \beta Q^L - c \Leftrightarrow q_i^F = \frac{A - \beta Q^L - c}{(n-m+1)\,\beta}$$

Première étape : Le profit d'une firme i de type L est égal à :

$$\begin{aligned}
\pi_i^L\left(q_i^L\right) &= \left(A - \beta q_i^L - \beta Q_{-i}^L - \beta Q^F - c\right) q_i^L \\
&= \left(A - \beta q_i^L - \beta Q_{-i}^L - c - \beta(n-m)\frac{A - \beta q_i^L - \beta Q_{-i}^L - c}{(n-m+1)\,\beta}\right) q_i^L \\
&= \left(1 - \frac{n-m}{n-m+1}\right)\left(A - \beta q_i^L - \beta Q_{-i}^L - c\right) q_i^L = \frac{1}{n-m+1}\left(A - \beta q_i^L - \beta Q_{-i}^L - c\right) q_i^L
\end{aligned}$$

Fonction de réaction de cette firme :

$$\frac{d\pi_i^L\left(q_i^L\right)}{dq_i^L}=0\Leftrightarrow\frac{1}{n-m+1}\left(A-2\beta q_i^L-\beta Q_{-i}^L-c\right)=0\Leftrightarrow A-2\beta q_i^L-\beta Q_{-i}^L-c=0\Leftrightarrow q_i^L=\frac{A-\beta Q_{-i}^L-c}{2\beta}$$

Par symétrie, on a :

$$Q_{-i}^L=(m-1)\,q_i^L$$

D'où :

$$2\beta q_i^L=A-\beta\,(m-1)\,q_i^L-c\Leftrightarrow(m+1)\,\beta q_i^L=A-c\Leftrightarrow q_i^L=\frac{A-c}{(m+1)\,\beta}$$

Résultats :

$$\begin{aligned}q_i^L&=\frac{A-c}{(m+1)\,\beta}\\ q_i^F&=\frac{A-\beta Q^L-c}{(n-m+1)\,\beta}=\frac{A-m\frac{A-c}{(m+1)}-c}{(n-m+1)\,\beta}=\frac{A-c}{(m+1)\,(n-m+1)\,\beta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q&=m\frac{A-c}{(m+1)\,\beta}+(n-m)\,\frac{A-c}{(m+1)\,(n-m+1)\,\beta}=\left[m+\frac{n-m}{n-m+1}\right]\frac{A-c}{(m+1)\,\beta}\\ p-c&=A-c-\beta\left[m+\frac{n-m}{n-m+1}\right]\frac{A-c}{(m+1)\,\beta}=\left[1-\frac{n-m}{n-m+1}\right]\frac{A-c}{(m+1)}=\frac{A-c}{(n-m+1)\,(m+1)}\\ \pi_i^L&=(p-c)\,q_i^L=\frac{A-c}{(m+1)\,\beta}\frac{A-c}{(n-m+1)\,(m+1)}=\frac{(A-c)^2}{\beta\,(n-m+1)\,(m+1)^2}\\ \pi_i^F&=(p-c)\,q_i^F=\frac{A-c}{(m+1)\,(n-m+1)\,\beta}\frac{A-c}{(n-m+1)\,(m+1)}=\frac{(A-c)^2}{\beta\,(n-m+1)^2\,(m+1)^2}\end{aligned}$$

3.3 Impact du timing sur le surplus social

Le prix d'équilibre est égal à :

$$p=c+\frac{A-c}{(n-m+1)\,(m+1)}$$

Le prix est donc supérieur au coût marginal des firmes. Les firmes produisent donc trop peu par rapport à l'optimum social et le surplus social est une fonction décroissante du prix d'équilibre. On peut rechercher le timing qui maximise le surplus social en recherchant la valeur de m qui minimise le prix. Le prix est minimal lorsque $g\,(m)\equiv(n-m+1)\,(m+1)$ est maximal.

$$\frac{dg\,(m)}{dm}=0\Leftrightarrow-m-1+n-m+1=0\Leftrightarrow 2m=n\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}n$$

Le prix est minimal et le surplus social est maximum lorsque la moitié des firmes produit lors de la première période et l'autre moitié des firmes produit lors de la seconde période.

3.4 Stackelberg généralisé

Dans la sous-section précédente, on a limité à deux le nombre de périodes où les firmes pouvaient produire. On peut augmenter le nombre de ces périodes. On peut par exemple construire des modèles avec n firmes et n sous-périodes dans lesquels les n firmes choisissent leur production une par une séquentiellement.

Boyer et Moreaux (1986a) et Robson (1990b) ont étudié les propriétés de ce type de jeu et montré que leurs équilibres tendaient vers l'équilibre concurrentiel sous certaines hypothèses.

Robson (1990b) étudie l'équilibre de ce type de jeux pour deux types de fonctions de coût. Il suppose d'abord que toutes les firmes ont la même fonction de coût moyen en U. Le minimum du coût moyen est atteint lorsque le niveau de production des firmes est égal à αq^*. Les premières firmes à choisir leur niveau de production choisissent des quantités positives et réalisent des profits positifs. Si n est grand, les dernières firmes à choisir leur production décident de produire 0 et de rester en dehors du marché. L'auteur montre que lorsque $\alpha \to 0$, le nombre de firmes actives devient très grand, la production de chaque firme tend vers αq^* et le prix d'équilibre tend vers le prix concurrentiel.

L'auteur suppose ensuite que le coût marginal des firmes est décroissant. Dans ce cas, seule la première firme a joué produit une quantité positive. Elle produit suffisamment pour dissuader les autres firmes d'entrer sur ce marché.

3.5 Entrée de nouvelles firmes

Voir Etro (2008).

3.5.1 Impact sur la production et le profit des firmes en place

Mukherjee et Zhao (2009) montrent que, dans certains cas, l'entrée d'une nouvelle firme se comportant comme un suiveur de Stackelberg peut accroître le profit d'une firme en place si cette dernière possède un avantage technologique sur les autres firmes en place.

Initialement, deux firmes se livrent une concurrence à la Cournot. Les firmes ont des coûts marginaux constants, mais différents. Le coût unitaire de la firme 1 est normalisé à 0. Celui de la firme 2 est égal à c_2. La fonction de demande inverse est linéaire $P(Q) = a - Q$. Les firmes produisent $q_1 = \frac{a+c_2}{3}$ et $q_2 = \frac{a-2c_2}{3}$. Les profits sont égaux à $\pi_1 = \frac{(a+c_2)^2}{9}$ et $\pi_2 = \frac{(a-2c_2)^2}{9}$.

Une troisième firme entre sur le marché et se comporte comme un suiveur de Stackelberg tandis que les deux premières firmes partagent le rôle de leader[21]. L'entrant a un coût unitaire $c_3 \geq c_2$. Les productions des firmes deviennent $q_1 = \frac{a+2c_2+c_3}{3}$, $q_2 = \frac{a-4c_2+c_3}{3}$ et $q_3 = \frac{a+2c_2-5c_3}{3}$. La production de la firme 1 augmente suite à l'entrée de la firme 3. Les firmes 1 et 2 sont incitées à augmenter leur production afin d'inciter à

[21] Les auteurs notent que leur document de travail contient une analyse avec un nombre de firmes plus élevé et que les résultats sont similaires.

la firme 3 à produire moins. Parallèlement, comme les quantités sont des substituts stratégiques, les firmes ont tendance à produire moins lorsque les autres produisent plus. Pour la firme 1, le premier effet domine et elle augmente sa production. Pour la firme 2, l'effet dominant dépend des valeurs respectives de c_2 et c_3. Les profits des firmes deviennent égaux à $\pi_1 = \frac{(a+2c_2+c_3)^2}{18}$, $\pi_2 = \frac{(a-4c_2+c_3)^2}{18}$ et $\pi_3 = \frac{(a+2c_2-5c_3)^2}{18}$. Le profit de la firme 1 peut augmenter après l'entrée de la firme 3 si l'avantage en coût de la firme 1 est suffisamment fort par rapport aux autres firmes. Le prix d'équilibre baisse, mais la firme 1 vend plus. Si son coût est suffisamment faible, son profit augmente. Le profit de la firme 2 baisse nécessairement lorsque la firme 3 entre.

3.5.2 Entrée excessive ou insuffisante ?

Mukherjee (2012) reprend la problématique de Mankiw et Whinston (1986), mais en supposant que l'une des firmes se comporte comme un leader de Stackelberg. L'auteur montre que, dans certains cas, le nombre d'entrants est inférieur au nombre socialement optimal.

Le modèle comprend une firme leader et un grand nombre d'entrants potentiels. La firme leader dispose d'un avantage technologique. Son coût marginal de production, supposé constant, est normalisé à 0, tandis que celui des entrants potentiels est égal à $c > 0$. Toutes les firmes doivent payer un coût fixe F pour entrer sur ce marché. La firme leader est la première à décider d'entrer ou non. Les entrants potentiels choisissent ensuite d'entrer ou non. Enfin, les firmes se livrent une concurrence en quantités[22]. Lors de cette dernière étape, la firme leader se comporte comme un leader de Stackelberg et les n autres firmes comme des *followers*. Les firmes produisent des biens homogènes et la demande inverse est linéaire $P(Q) = a - Q$.

Lors de l'étape de concurrence en quantités, la firme leader produit $q^L = \frac{a+nc}{2}$ et chacune des firmes *followers* $q_i^F = \frac{a-c(2+n)}{2(n+1)}$. q_i^F est une fonction décroissante de n. Il y a donc dans ce modèle un *business stealing effect* : un nouvel entrant "prend" une partie de la production des autres *followers*. Cependant q^L est une fonction croissante de n. La firme leader augmente sa production lorsque le nombre de *followers* augmente. Il y a donc aussi un *business creation effect* pour la firme leader. Si c est faible, le premier effet domine et l'entrée sur ce marché est excessive. En revanche, si c est suffisamment élevé, le second effet domine et le nombre d'entrants à l'équilibre de libre entrée est inférieur au nombre d'entrants socialement optimal.

L'auteur considère aussi le cas où la firme leader est une firme étrangère. Dans ce cas, le profit de cette firme n'est pas intégré dans le surplus social par le planificateur. L'équilibre de libre entrée ne change pas car les décisions d'entrée des entrants potentiels ne dépendent pas de la nationalité de la firme leader. En revanche, le nombre d'entrants permettant de maximiser le surplus social domestique est plus élevé. L'entrée d'une nouvelle firme augmente la production totale, réduit le prix d'équilibre et transfert une partie du profit de la firme étrangère vers les consommateurs domestiques. L'auteur trouve que, lorsque la firme leader est

[22] Voir le chapitre sur les barrières à l'entrée pour la présentation de modèles où la firme leader choisit sa quantité avant que les entrants potentiels décident d'entrer ou non.

une firme étrangère, le nombre d'entrants est toujours inférieur au nombre d'entrants socialement optimal (du point de vue du pays d'accueil).

4 Timing endogène : Cournot vs Stackelberg

La comparaison des sections 2 et 3 montrent que les résultats de la concurrence en quantités dépendent des hypothèses faites sur la chronologie des choix des firmes. Dans les sections 2 et 3, le timing des choix était exogène. Dans cette section, on présente quelques travaux qui se sont efforcés de rendre ce timing endogène. On peut le faire en découpant l'étape de production en plusieurs périodes et en laissant les firmes choisir à quelle(s) période(s) elles souhaitent produire.

4.1 Sans incertitude

Saloner (1987) découpe la phase de production en deux sous périodes. Les firmes, au nombre de deux, choisissent simultanément lors de la première sous période un niveau de production. A l'issue de cette sous période, elles observent le niveau de production de leur concurrente. Une deuxième sous période débute alors, au cours de laquelle chacune des firmes peut produire une quantité additionnelle (mais pas diminuer sa production de première période). A l'issue de cette seconde période, on détermine le prix qui équilibre l'offre et la demande. L'auteur montre que ce jeu admet une infinité d'équilibres. La situation où les deux firmes produisent les quantités de Cournot dès la première période et ne produisent rien lors de la seconde période est un équilibre de Nash parfait du jeu. La situation où l'une des firmes produit, lors de la première période, la quantité du leader de Stackelberg et où la seconde firme attend la seconde période pour produire la quantité du suiveur de Stackelberg est aussi un équilibre parfait de ce jeu. Toutes les situations où la première firme produit lors de la première période une quantité comprise entre la quantité de Cournot et la quantité du leader de Stackelberg et où la seconde firme produit la quantité qui est la meilleure réponse à la quantité choisie par l'autre firme sont aussi des équilibres parfaits de ce jeu. Toutes les situations comprises entre l'équilibre de Cournot et celui de Stackelberg peuvent être obtenues comme des équilibres de ce jeu. Pal (1991) a, cependant, montré que, si le coût de production de la deuxième période est légèrement plus faible que celui de la première, l'ensemble des équilibres se réduit aux deux équilibres de Stackelberg. Dans ce cas, en effet, la firme qui produit une quantité située sur sa fonction de meilleure réponse a intérêt à attendre la période 2 pour produire. Dès lors, l'autre firme a intérêt à produire la quantité de leader de

Stackelberg en première période[23]. Matsumura (1999) généralise au cas d'un oligopole[24]. Il étudie un modèle de concurrence à la Cournot comprenant n firmes et m périodes et montre qu'à l'équilibre au moins $n-1$ firmes agissent simultanément lors de la première période. L'équilibre hiérarchique généralisé de Stackelberg n'apparaît donc jamais de façon endogène sauf dans le cas d'un duopole.

Hamilton et Slutsky (1990) supposent eux que les firmes ne peuvent produire que lors d'une seule des deux périodes, mais qu'elles peuvent choisir laquelle. Les auteurs étudient deux modèles de timing endogènes. Dans le premier (*observable delay game*), les firmes s'engagent sur le moment où elles effectueront leur choix, avant de commencer un jeu décomposé en deux sous périodes ; dans le second modèle (*action commitment game*), les firmes n'ont pas la possibilité de s'engager sur le timing qu'elles souhaitent adopter avant de commencer le jeu. Les auteurs montrent que ce second jeu admet une multiplicité d'équilibres, mais seul le timing de Stackelberg subsiste si on élimine les équilibres dans lesquels au moins l'une des firmes joue une stratégie faiblement dominée. Ellingsen (1995) montre que cette procédure d'élimination des équilibres conduit, dans le modèle de Saloner (1987), au même résultat ; c'est-à-dire à ne conserver que l'équilibre de Stackelberg. Dans le premier jeu, le timing d'équilibre dépend des préférences des firmes pour les différents rôles possibles (leader ou suiveur de Stackelberg, ou jeu simultané)[25]. Dans un modèle de concurrence à la Cournot où les quantités produites sont des substituts stratégiques, les deux firmes choisissent de produire lors de la première période[26].

Lorsque le timing est endogène, on obtient donc le timing de Cournot lorsque les firmes peuvent s'engager

[23] Romano et Yildirim (2005) étudient la nature des équilibres (Cournot vs Stackelberg) qui émergent dans des jeux d'accumulation. Les deux joueurs choisissent la valeur d'une variable lors d'une première sous-période, puis ont la possibilité d'accroître cette valeur lors d'une seconde sous-période. Les gains des deux joueurs sont ensuite déterminés. Les modèles de Saloner (1987) et de Pal (1991) sont des cas particuliers de ce jeu d'accumulation. Romano et Yildirim (2005) s'intéressent aussi à d'autres applications, notamment des contributions volontaires au financement d'un bien public et des efforts dans un jeu de recherche de rentes. Les résultats qu'ils obtiennent dans un modèle de duopole où les firmes choisissent des quantités sont similaires à ceux de Saloner et Pal. La seule différence de modélisation est que les firmes produisent des biens différenciés. Les auteurs étudient aussi le cas où les biens sont des compléments. Dans ce cas, les deux équilibres de Stackelberg sont les seuls équilibres du jeu. Les auteurs montrent, dans une extension de leur modèle, que l'ensemble des équilibres du jeu ne changent pas si on augmente le nombre de sous-périodes.

[24] Matsumura (1997) étudie le timing choisi par des firmes se livrant une concurrence en quantité à la Cournot. Ce modèle comprend n firmes et 2 périodes. Lors de la première période, chacune des firmes choisit soit de produire une certaine quantité soit d'attendre. Au début de la seconde période, les actions choisies en période 1 sont observées. Les firmes qui n'ont pas produit lors de la première période choisissent alors leur niveau de production. L'auteur montre que les équilibres de Nash parfaits de ce jeu sont de deux types : toutes les firmes produisent dès la première période ou $n-1$ firmes produisent en première période et la dernière attend la seconde période. Dans ce modèle sans incertitude, une firme au plus attend la seconde période pour choisir son niveau de production. L'auteur montre aussi que si l'on introduit un coût très faible mais non nul à produire en première période (stockage, paiement d'intérêt) alors une firme et une seule attend la seconde période tandis que ses concurrentes produisent dès la première période. Cet article présente donc les mêmes résultats que Matsumura (1999) dans un modèle moins général.

[25] Voir Boyer et Moreaux (1991) pour une synthèse sur l'attrait des différents rôles suivant le contexte stratégique.

[26] Tesoriere (2008) étudie un modèle avec un nombre infini de périodes. Les firmes s'engagent sur la période (parmi deux) où elles prendront leur décision de production. Elles se font ensuite une concurrence en quantités en respectant le timing prévu. Les firmes produisent à un coût marginal constant et identique. Elles subissent, en outre, un coût fixe F si elles choisissent de produire une quantité strictement positive (mais pas si elles choisissent de produire 0). Ce modèle admet un grand nombre d'équilibres de Nash parfait. Tous ces équilibres ont, cependant, deux points communs. Premièrement, au moins une firme choisit de produire dès la première période. Deuxièmement, la production de toutes les firmes qui jouent en seconde période est nulle. Lors de la première période, les firmes qui choisissent de produire produisent au moins une quantité suffisante pour dissuader les firmes jouant à la période 2 de payer le coût F pour produire. Cette quantité limite peut être produite par une seule firme en période 1 ou répartie entre plusieurs firmes leaders. Certaines firmes jouant en période 1 peuvent décider de ne pas produire.

sur leur période de production et on obtient qu'une firme peut retarder son choix de production à la seconde période si les firmes ne peuvent pas s'engager sur leur période de production. Comme être en position de suiveur de Stackelberg est désavantageux pour les firmes, elles préfèrent produire dès la première période. Une firme, au plus, peut retarder son choix de production pour s'assurer que les autres firmes ont bien produit les quantités qu'elle avait anticipées.

4.2 Avec incertitude

Ces résultats peuvent, cependant, être modifiés si on introduit des éléments d'incertitude dans le modèle. Spencer et Brander (1992) et Sadanand et Sadanand (1996) introduisent une incertitude sur la demande dans des modèles proches de ceux de Hamilton et Slutsky (1990). Dans ce contexte, les firmes doivent choisir entre produire en première période avant de connaître le niveau de la demande et attendre la seconde période pour choisir leur niveau de production en connaissant le véritable niveau de la demande. La différence opposant le modèle de Spencer et Brander (1992) et celui de Sadanand et Sadanand (1996) est la même que celle existant entre les deux modèles de Hamilton et Slutsky. Spencer et Brander étudient un jeu en trois étapes. Lors de la première, les firmes choisissent le moment où elles produisent. Elles jouent ensuite un jeu de concurrence à la Cournot en deux étapes. Dans le modèle de Sadanand et Sadanand, cette première étape est absente. Les deux premières étapes du jeu de Spencer et Brander sont condensées en une seule étape dans le jeu de Sadanand et Sadanand. Si une firme décide de produire en première période, elle doit choisir son niveau de production en ignorant non seulement le niveau de la demande mais aussi le choix de timing de sa concurrente. Cette différence dans le choix des hypothèses explique la différence des résultats obtenus. Spencer et Brander obtiennent les résultats suivants : si le niveau d'incertitude est faible alors les deux firmes produisent en première période, si le niveau d'incertitude est fort alors les deux firmes produisent en seconde période, si le niveau d'incertitude est intermédiaire alors il existe deux équilibres en stratégies pures : dans le premier, les deux firmes produisent en première période, tandis que dans le second, les deux firmes produisent en seconde période. Le timing de Stackelberg n'est donc jamais un équilibre en stratégies pures, lorsque les deux firmes sont symétriques[27]. Lorsque l'aléa sur la demande est faible et que le seul équilibre est que les deux firmes produisent en première période alors le jeu a une structure de dilemme du prisonnier. Les deux firmes, en décidant de produire dès la première période, suppriment leur avantage informationnel sans arriver à se créer un avantage stratégique. La possibilité pour les firmes de produire de façon préalable diminue leur profit sans que les consommateurs en tirent de bénéfice. Dans le modèle de Sadanand et Sadanand (1996), une incertitude stratégique sur le comportement de la firme rivale s'ajoute à l'incertitude sur la demande et modifie les résultats. Plusieurs équilibres peuvent coexister. Si l'incertitude sur la demande est nulle alors les deux firmes produisent en première période. Si l'incertitude sur la demande est suffisamment élevée alors les deux firmes attendent la seconde période. Entre ces deux équilibres extrêmes, il existe un

[27] Les auteurs montrent cependant que ce timing peut être obtenu, comme équilibre du jeu en stratégies pures, pour certaines valeurs, si l'aléa sur la demande est remplacé par des aléas sur les coûts de production des firmes et que ces aléas sont de variances différentes.

équilibre symétrique où les firmes choisissent le moment où elles agissent suivant une stratégie mixte. Enfin si l'incertitude sur la demande n'est pas trop grande, il existe deux équilibres en stratégies pures où l'une des firmes produit lors de la première période et l'autre firme lors de la seconde période. Sadanand et Sadanand étudient aussi un modèle dans lequel une firme d'une taille importante est en concurrence avec une multitude de petites firmes formant une "frange concurrentielle". Dans ce modèle alternatif, dès que l'on introduit un niveau d'incertitude, même faible (mais pas nul), sur la demande, alors l'unique équilibre de Nash est que la firme dominante produit en première période tandis que les petites firmes produisent en seconde période. La taille relative des firmes a donc une influence sur la chronologie des actions dans un oligopole mais ce n'est pas le seul déterminant de cette chronologie comme le montre le cas du duopole avec deux firmes symétriques.

Hirokawa et Sasaki (2000) étendent le modèle de duopole de Spencer et Brander (1992) au cas de n firmes, $n \geq 3$. Dans le modèle de duopole de Spencer et Brander, l'incitation à retarder le moment du choix de production augmentait lorsque la firme concurrente retardait son choix. Les choix de timing des firmes apparaissaient donc comme des "compléments stratégiques". Dès que le nombre des firmes est au moins égal à 3, l'incitation à retarder le choix de production décroît avec le nombre de firmes ayant choisi cette option. Les choix de timing des firmes deviennent des "substituts stratégiques". La zone où il existait deux équilibres en stratégies pures dans le modèle de duopole disparaît lorsque le nombre de firmes est au moins égal à 3. Les auteurs obtiennent donc les résultats suivants. Si l'incertitude est très faible, toutes les firmes choisissent de produire dès la première période. Si l'incertitude est forte, toutes les firmes choisissent d'attendre la seconde période pour fixer leur niveau de production. Pour des valeurs de l'incertitude intermédiaire, certaines firmes choisissent de prendre leur décision de production en première période tandis que les autres repoussent cette décision à la seconde période. Le nombre de firmes décidant d'attendre est une fonction croissante de l'incertitude. Les auteurs s'intéressent ensuite aux effets des décisions des firmes sur le surplus social. Lorsque l'incertitude est forte, l'espérance du surplus social est maximale lorsque toutes les firmes retardent leur décision de production. Lorsque l'incertitude diminue, le nombre de co-leader qui maximise l'espérance du suplus social augmente jusqu'à atteindre $n/2$ lorsque l'incertitude devient très faible. Les auteurs montrent enfin que la tendance à une entrée excessive que l'on observe dans beaucoup de modèle d'oligopole est aussi présente dans ce modèle, que l'on considère le nombre de leaders ou le nombre de suiveurs. La seule exception à cette règle générale est l'entrée d'un suiveur lorsque ce type est absent. L'incitation à entrer du premier suiveur est plus faible que le surplus social généré.

En introduisant une incertitude sur la demande, on peut obtenir, de façon endogène, des choix de timing différents par les firmes. Certaines firmes choisissent de produire dès la première période pour profiter d'un avantage stratégique tandis que d'autres firmes attendent la seconde période pour bénéficier d'un avantage informationnel.

5 Concurrence à la Bertrand

Dans les sections précédentes, on a supposé que les firmes choisissaient leur niveau de production et que le marché déterminait le prix d'équilibre. On se tourne, maintenant, vers l'autre grande catégorie de modèles d'oligopoles. On suppose, dans cette section, que les firmes choisissent leur prix de vente et que les consommateurs choisissent les quantités qu'ils souhaitent acheter à chacune des firmes (les firmes ayant l'obligation de fournir ces quantités[28]).

5.1 Coût marginal constant

5.1.1 Equilibre de Bertrand

On commence par étudier la concurrence en prix dans un duopole où les deux firmes produisent un bien homogène avec des rendements d'échelle constants.

Hypothèses : Deux firmes, 1 et 2, produisent un bien homogène. Les deux firmes sont identiques et elles produisent avec un coût marginal constant c. La fonction de demande du marché est notée : $D(p)$. Les consommateurs s'adressent à la firme vendant au prix le plus faible. Si les deux firmes affichent le même prix, les consommateurs se répartissent de façon égale entre les deux firmes. Les firmes choisissent leur prix simultanément.

La demande s'adressant à la firme i est donc égale à :

$$D_i(p_i, p_j) = \begin{cases} D(p_i) & \text{si } p_i < p_j \\ \frac{1}{2} D(p_i) & \text{si } p_i = p_j \\ 0 & \text{si } p_i > p_j \end{cases}$$

Fonction de meilleure réponse des firmes : On note p^m le prix de monopole. La fonction de meilleure réponse de la firme i est donnée par :

$$p_i(p_j) = \begin{cases} p_i = p^m & \text{si } p_j > p^m \\ p_i = p_j - \varepsilon & \text{si } p^m \geq p_j > c \\ p_i \in [c, +\infty[& \text{si } p_j = c \\ p_i \in]p_j, +\infty[& \text{si } p_j < c \end{cases}$$

où ε est un nombre très petit. Dans les calculs de profit, on considère habituellement que ε peut être négligé et on le considère égal à 0. En TD, on posera que $\varepsilon = 0,01$ et on verra que les fonctions de meilleure réponse sont alors légèrement différentes.

Equilibre : Le jeu admet un seul équilibre en stratégies pures. Les deux firmes fixent un prix égal au coût marginal de production.

[28] Edgeworth a critiqué cette hypothèse et a introduit la contrainte additionnelle que l'échange devait être volontaire.

La fonction de meilleure réponse montre que $p_i = c$ est bien une meilleure réponse à $p_j = c$. $p_1 = p_2 = c$ est donc bien un équilibre de Nash du jeu.

Il reste à montrer qu'il n'y a pas d'autres équilibres en stratégies pures.

$p_1 > p_2 > c$ n'est pas un équilibre, car la firme 1 réalise un profit nul et elle pourrait réaliser un profit positif en réduisant son prix au-dessous de celui de la firme 2.

$p_1 = p_2 > c$ n'est pas un équilibre, car la firme 1 pourrait augmenter son profit en réduisant son prix de ε. Sa demande et son profit doubleraient.

$p_1 > p_2 = c$ n'est pas un équilibre, car la firme 2 réalise un profit nul et elle pourrait réaliser un profit positif en augmentant légèrement son prix.

Les situations où au moins l'une des firmes choisit un prix inférieur à c ne sont pas non plus des équilibres. Car, au moins l'une des firmes réalise un profit strictement négatif et elle pourrait supprimer cette perte en fixant un prix égal à c.

n firmes : L'équilibre se généralise facilement au cas où il y a n firmes. Au moins deux firmes choisissent des prix égaux à c et les autres firmes choisissent un prix supérieur (ou égal) à c.

Paradoxe de Bertrand : Lorsque les firmes se livrent une concurrence en prix avec des biens homogènes, il suffit de deux firmes pour que l'équilibre obtenu soit identique à l'équilibre de concurrence pure et parfaite. Les firmes fixent des prix égaux au coût marginal et réalisent un profit nul.

Ce résultat implique que, s'il existe un coût fixe d'entrée $F > 0$, une seule firme entre sur le marché, même si F est très faible. Si une deuxième firme entre, les profits des deux firmes deviennent négatifs. Tous les marchés où il existe un coût fixe d'entrée, même très faible, devraient être en situation de monopole.

Ces résultats ne semblent pas très réalistes. En outre, à l'équilibre, les deux firmes jouent des stratégies faiblement dominées[29]. En fixant un prix égal à c, une firme réalise un profit nul quelquesoit le prix choisi par l'autre firme. Cette stratégie est faiblement dominée par toutes les stratégies consistant à fixer un prix strictement supérieur à c, qui assurent les firmes d'obtenir un profit au moins égal à 0 et strictement positif si l'autre firme choisit un prix supérieur.

Les hypothèses du modèle de Bertrand semblent donc plus réalistes que celles du modèle de Cournot, mais les résultats du modèle de Cournot semblent plus plausibles que ceux du modèle de Bertrand. On peut, cependant, sortir des conclusions extrêmes du modèle de concurrence en prix en modifiant certaines de ses hypothèses. La première piste possible est de rechercher un équilibre en stratégies mixtes.

[29] Ce n'est plus le cas si on impose que les prix sont choisis dans un ensemble discret. Par exemple, si on impose que ε.ne peut pas être inférieur à 1 centime, $p_1 = p_2 = c + 0,01$ est un équilibre de Nash et les firmes ne jouent pas des stratégies faiblement dominées.

5.1.2 Possibilité d'un équilibre en stratégies mixtes ?

En étudiant les stratégies pures, on a trouvé un équilibre de Nash unique, dans lequel chacune des firmes fixe un prix égal au coût marginal. Dans cet équilibre, chacune des firmes joue une stratégie faiblement dominée. Il ne semble pas très naturel que les firmes jouent des stratégies faiblement dominées avec lesquelles elles ont nécessairement des profits égaux à 0. Une firme ne perd rien à choisir un prix plus élevé en espérant que sa concurrente choisira un prix encore plus élevé. On a, cependant, montré qu'il n'existe aucun équilibre en stratégies pures de cette forme. Il semble tentant de rechercher s'il existe des équilibres en stratégies mixtes dans lesquels les firmes choisissent des prix supérieurs au coût marginal avec une certaine probabilité. Harrington (1989) et Baye et Morgan (1999) ont étudié ce problème.

Harrington (1989) a montré que, si le coût marginal est constant et si la fonction de demande est bornée, continue et décroissante, il n'existe pas d'équilibre en stratégies mixtes non-dégénérées. Sous ces conditions, l'équilibre en stratégies pures dans lequel les deux firmes choisissent un prix égal au coût marginal est le seul équilibre de Nash du jeu.

Baye et Morgan (1999) se sont penchés sur les cas où la demande n'est pas bornée[30]. C'est-à-dire les cas où la demande ne tombe pas à 0 lorsque le prix tend vers l'infini. Ce qui est notamment le cas avec les fonctions de demande de la forme : $D(p) = p^{-\alpha}$, avec $\alpha \in \left]\frac{1}{2}, 1\right[$. Les auteurs ont montré que, lorsque la demande n'est pas bornée, il est possible de construire des équilibres en stratégies mixtes pour lesquels l'espérance de profit des firmes peut prendre n'importe quelle valeur positive. On peut noter qu'avec ce type de fonction de demande, le profit d'un monopole est égal à l'infini. L'hypothèse d'une demande non bornée ne semble donc pas très réaliste. Cependant, les auteurs ont aussi montré que si la demande tombe à 0 pour un prix seuil très élevé mais que ce seuil n'est pas connu des firmes alors on pouvait encore construire des équilibres en stratégies mixtes pour lesquels l'espérance de profit des firmes est strictement positive.

Les équilibres en stratégies mixtes ne semblent donc pas (sauf fonctions de demande assez particulières) la bonne piste pour résoudre le "paradoxe" de l'équilibre de Bertrand.

5.1.3 Solutions du paradoxe de Bertrand

Il existe principalement trois façons de sortir du paradoxe de Bertrand. On peut introduire des contraintes de capacité[31], supposer que les firmes vendent des biens semblables, mais pas totalement identiques, ou supposer que les firmes jouent le jeu de Bertrand un nombre infini de fois.

Contraintes de capacité : On a supposé que les firmes servent la totalité de la demande qui s'adresse à elles. Une firme qui fixe un prix supérieur à celui de sa concurrente n'a donc aucun client. Ce n'est plus le cas si les firmes ont des contraintes de capacité. Avec des contraintes de capacité, tous les consommateurs

[30] Voir aussi Kaplan et Wettstein (2000).

[31] Edgeworth (1897) est le premier à avoir étudié ce cas.

continuent de demander le bien de la firme qui fixe le prix le plus faible. Cependant, la production de cette firme peut être plus faible que la demande qui s'adresse à elle. Si c'est le cas, certains des consommateurs qui n'ont pas pu acheter le bien auprès de la firme ayant le prix le plus faible vont se résoudre à acheter le bien à l'autre firme. La demande de la firme qui a le prix le plus élevé n'est donc plus nécessairement nulle.

Différenciation des produits : La deuxième hypothèse très discutable est que les firmes vendent des biens homogènes. Les produits des deux firmes sont perçus comme parfaitement identiques par les consommateurs et un écart de prix très faible suffit pour que tous les consommateurs préfèrent l'une des firmes à l'autre. En pratique, le basculement des consommateurs d'une firme vers l'autre est un phénomène beaucoup plus progressif. Les biens sont rarement perçus comme parfaitement identiques. Prenons, par exemple, les boulangeries dans Saint-Denis. Toutes vendent des baguettes de pain qui sont des substituts proches. Mais ces baguettes ne sont pas des substituts parfaits. Elles n'ont pas exactement le même goût. Elles ne sont pas vendues au même endroit. Les heures d'ouverture des boulangeries ne sont pas toujours les mêmes. Le temps d'attente pour être servi n'est pas nécessairement le même. La boulangère est plus ou moins aimable ou jolie. Il est plus ou moins simple de stationner à proximité de la boulangerie. Etc. Malgré des différences de prix parfois supérieures à 10 centimes, la demande d'aucune boulangerie ne tombe à 0.

Concurrence répétée et collusion tacite : On a supposé que les firmes choisissent leur prix simultanément et une fois pour toute. Les firmes ne peuvent donc pas réagir au prix fixé par leurs concurrentes. Si on adopte une perspective plus dynamique, les firmes peuvent modifier leur prix après avoir observé les prix de leurs concurrentes. Une firme devrait alors prendre conscience qu'en fixant un prix légèrement plus faible que ses concurrentes, elle réduit leur demande à 0 et que ces firmes vont alors être incitées à réduire elles mêmes leur prix. En prenant en compte cette réaction prévisible, les firmes devraient hésiter à réduire leur prix pour essayer de s'emparer de toute la demande. On étudiera ce problème dynamique dans le chapitre sur la collusion tacite.

5.1.4 Firmes avec coûts différents

On suppose que les firmes ont des coûts marginaux différents. On note le coût unitaire de la firme 1 [2] : c_1 [c_2], avec $c_1 < c_2 < p^m(c_1)$ où $p^m(c_1)$ est le prix de monopole de la firme 1.

La solution généralement retenue est que la firme 1 fixe un prix égal à c_2 et la firme 2 fixe un prix égal à $c_2 + \varepsilon$, avec ε très proche de 0. On verra dans le TD 2 qu'il existe d'autres équilibres en stratégies pures, mais on les écarte généralement en imposant que les firmes ne doivent pas jouer des stratégies faiblement dominées.

Blume (2003) note que la démonstration proposée dans les livres d'économie industrielle est souvent un peu floue, notamment sur la valeur de ε. Les "trucs" couramment employés pour arriver à un équilibre sont de discrétiser l'ensemble des prix (c'est ce que nous ferons en TD), d'introduire un concept d'ε-équilibre ou d'introduire l'hypothèse qu'en cas d'égalité des prix, toute la demande s'adresse à la firme ayant le coût le plus faible. L'auteur note que, parfois, on trouve l'assertion qu'il n'y a pas de solution si on ne recourt pas à l'un de ces trois "trucs". Blume (2003) montre que ce n'est pas le cas et que la solution suivante est un équilibre du jeu. La firme 1 choisit $p_1 = c_2$. La firme 2 choisit aléatoirement un prix dans l'intervalle $[c_2, c_2 + \eta]$, où η est strictement positif et suffisamment faible. En cas d'égalité des prix, les deux firmes se partagent la demande à égalité. Il existe d'autres équilibres, ayant une forme semblable, mais l'une des firmes joue une stratégie faiblement dominée dans ces équilibres (on retrouvera une multiplicité d'équilibres pour les mêmes raisons en TD)[32].

5.2 Coût fixe et entrée

On a vu, un peu plus haut, que, si les firmes prennent leur décision d'entrée lors d'une première étape avant de se livrer une concurrence en prix à la Bertrand, alors, dans un équilibre en stratégies pures, une seule firme entre sur le marché et se comporte comme un monopole lors de la seconde étape. Il existe, cependant, plusieurs équilibres en stratégies pures, différant par l'identité de la firme qui entre. Il est donc possible de construire des équilibres en stratégies mixtes dans lesquels plusieurs firmes ont des probabilités strictement positives d'entrer lors de la première étape du jeu.

5.2.1 Equilibre en stratégies mixtes

On suppose qu'il existe deux entrants potentiels identiques. Le jeu comprend deux étapes. Lors de la première, les deux firmes choisissent simultanément de payer ou non un coût fixe F pour entrer sur ce marché. Lors de la seconde étape, les firmes entrées sur le marché choisissent leur prix de vente.

On note π^m le profit, hors coût fixe, d'un monopole opérant sur ce marché. On obtient la matrice de gain suivante :

		Firme 2	
		Entre	N'entre pas
Firme 1	Entre	$-F$; $-F$	$\pi^m - F$; 0
	N'entre pas	0 ; $\pi^m - F$	0 ; 0

La première étape admet deux équilibres de Nash en stratégies pures. L'une des firmes entre et l'autre n'entre pas.

Elle admet aussi un équilibre en stratégies mixtes. On note q_i la probabilité que la firme i entre sur ce marché. Pour que la firme i accepte de déterminer son action au hasard, il faut que son espérance de gain

[32] Kartik (2011) démontre que dans tous les équilibres qui peuvent être construits où les firmes ne jouent pas des stratégies faiblement dominées, la firme 1 choisit $p_1 = c_2$ et obtient la totalité de la demande avec probabilité 1.

lorsqu'elle entre soit égale à son espérance de gain lorsqu'elle n'entre pas. On doit donc avoir :

$$\begin{aligned} q_j \times (-F) + (1-q_j)(\pi^m - F) &= 0 \Leftrightarrow -q_j F + (1-q_j)\pi^m - F + q_j F = 0 \Leftrightarrow (1-q_j)\pi^m = F \\ \Leftrightarrow \quad & 1 - q_j = \frac{F}{\pi^m} \Leftrightarrow q_j = 1 - \frac{F}{\pi^m} \end{aligned}$$

Il existe donc un équilibre de Nash en stratégies mixtes, dans lequel chacune des firmes entre avec la probabilité $1 - \frac{F}{\pi^m}$. On peut alors observer des situations où les deux firmes entrent et réalisent des pertes.

Bertomeu (2009) étudie un modèle dynamique où les firmes peuvent entrer lors de plusieurs périodes et peuvent ensuite choisir de ressortir. Ce modèle permet de générer un phénomène de *shakeout* (voir le chapitre sur l'évolution des industries).

5.2.2 Choix d'entrée et de prix simultanés

Sharkey et Sibley (1993) ont étudié la forme des équilibres en stratégies mixtes lorsque les firmes doivent payer un coût fixe F pour pouvoir produire. Les auteurs supposent, cependant, que le jeu ne comprend qu'une seule étape. Les firmes choisissent simultanément de payer ou non F et le niveau de leur prix si elles entrent.

Marquez (1997) reprend l'étude du modèle de Sharkey et Sibley (1993), mais en considérant le cas où les coûts fixes, F_i, sont différents d'une firme à l'autre. L'auteur commence par calculer l'équilibre dans un modèle ne comprenant que deux firmes. Il n'existe pas d'équilibre en stratégies pures dans ce modèle. L'équilibre en stratégies mixtes a les propriétés suivantes. La firme ayant le coût fixe le plus faible choisit d'entrer (avec probabilité 1) et elle choisit aléatoirement un prix. La firme ayant le coût fixe le plus élevé entre avec une probabilité strictement positive mais inférieure à 1. Si elle entre, elle choisit aléatoirement un prix dans le même intervalle que sa concurrente. La firme ayant le coût fixe le plus faible a une espérance de gain strictement positive tandis que l'espérance de profit de la firme ayant le coût fixe le plus élevé est nulle. L'auteur montre, ensuite, que l'équilibre précédent reste un équilibre si on introduit une troisième firme dans le modèle ayant un coût fixe plus élevé que les deux autres. Dans l'équilibre de duopole, l'une des firmes a une espérance de profit égale à 0, une autre firme ayant un coût fixe plus élevé ne peut donc pas espérer réaliser un profit positif en tentant d'entrer dans cette industrie. Donc, même si le modèle comprend $n > 2$ firmes, seules les deux firmes ayant les coûts fixes les plus faibles choisissent d'entrer sur le marché avec des probabilités positives. Les firmes ayant des coûts fixes plus élevés n'essayent pas d'entrer sur le marché.

5.3 Fonctions de coût non linéaires

On a supposé ci-dessus que les firmes avaient des coûts marginaux constants. Cette hypothèse n'est pas du tout anodine. Le modèle de Bertrand peut devenir complexe lorsque les fonctions de coût des firmes ne sont pas linéaires et l'existence d'un équilibre en stratégies pures n'est plus garantie[33].

5.3.1 Fonctions de coûts convexes

Existence d'un équilibre : Si les firmes ont des fonctions de coût convexes et si elles ne sont pas obligées de servir toute la demande qui s'adresse à elles pour le prix qu'elles ont choisi, le modèle de concurrence en prix n'a généralement pas d'équilibre en stratégies pures.

Dixon (1984) s'intéresse aux conditions d'existence d'un équilibre en stratégies mixtes. Si les firmes sont identiques, il existe toujours un équilibre en stratégies mixtes. Pour que les firmes soient identiques, il faut qu'elles aient la même fonction de coût et il faut que la demande soit partagée de façon égale lorsque plusieurs firmes fixent le même prix. Si l'une de ces deux conditions n'est pas vérifiée, le jeu peut ne pas admettre d'équilibre en stratégies mixtes.

Dixon (1992) montre qu'on peut obtenir un équilibre en stratégies pures en modifiant l'hypothèse faite sur la quantité maximale vendue par les firmes. Traditionnellement, on fait l'hypothèse que la quantité vendue par les firmes est le minimum entre la quantité demandée par les consommateurs et la quantité maximisant le profit de la firme (celle pour laquelle le coût marginal de la firme est égal à son prix)[34]. Dixon (1992) fait l'hypothèse que les firmes peuvent s'engager sur une quantité maximale qui dépasse celle maximisant leur profit. Chaque firme annonce simultanément un prix et une quantité maximale qu'elle accepte de vendre à ce prix. A l'équilibre du jeu, les firmes ne vendent pas plus que la quantité qui maximise leur profit, car la demande qui s'adresse à elles ne la dépasse pas. Cependant, les firmes s'engagent sur des quantités maximales supérieures. Ces engagements sur des quantités supérieures permettent d'éliminer les incitations des firmes à dévier de l'équilibre en fixant un prix plus élevé. Si une firme augmente son prix, sa demande chute à 0 ; car, les autres firmes se sont engagées à servir les consommateurs de la firme qui dévierait au prix initial. Le jeu de Dixon (1992) admet un équilibre en stratégies pures, qui correspond à l'équilibre concurrentiel[35].

Coût à ne pas servir les consommateurs : Dixon (1990) présente une autre variante qui permet de règler le problème de l'inexistence d'un équilibre en stratégies pures. Il introduit un coût Υ, subi par une firme qui ne servirait pas la totalité de la demande qui s'adresse à elle. Les consommateurs qui ne peuvent pas obtenir le bien auprès de la firme i au prix qu'elle a annoncé, car la quantité mise en vente est épuisée, peuvent être mécontents vis-à-vis de la firme i. Une firme qui renvoit des consommateurs les mains vides

[33] L'absence d'équilibres en stratégies pures est un problème qui apparaît dans beaucoup de modèles de concurrence en prix à la Bertrand-Edgeworth. Généralement, ces modèles admettent des équilibres en stratégies mixtes, mais ce n'est pas toujours le cas. Maskin (1986) présente des conditions suffisantes pour l'existence de ce type d'équilibre. Edgeworth (1897, 1922) avait souligné cette absence d'équilibre. Il n'avait pas étudié la possibilité d'équilibres en stratégies mixtes, mais avait avancé que les prix suivaient des cycles. Sa modélisation reste sur une idée de "tâtonnement". Les firmes jouent l'une après l'autre et annoncent le prix qui est la meilleure réponse au prix que vient d'annoncer l'autre firme. Les prix ne convergent pas vers un équilibre stable, mais décrivent des cycles. Edgeworth en avait conclu que les prix dans un oligopole composé d'un petit nombre de firmes étaient indéterminés. Voir Vives (1993) pour une discussion de l'apport d'Edgeworth à la théorie de l'oligopole.

[34] Cela correspond à l'idée avancée par Edgeworth que l'échange doit être volontaire.

[35] L'auteur rappelle que Shubik (1959) a montré que, si un jeu de Bertrand-Edgeworth admet un équilibre en stratégies pures, cet équilibre correspond à l'équilibre concurrentiel.

peut donc subir une perte de réputation modélisée par un coût fixe Υ. Le jeu comprend n firmes produisant un bien homogène avec des coûts strictement convexes et se livrant une concurrence en prix. Les firmes choisissent simultanément un prix et décident ensuite de la quantité qu'elles souhaitent vendre à ce prix. Si $\Upsilon = 0$, on retrouve la modélisation d'Edgeworth. Les firmes vendent une quantité correspondant au minimum entre la demande qui s'adressent à elles et la quantité qui maximise leur profit. Dans ce cas, le jeu n'admet pas d'équilibre en stratégies pures. Si Υ est infini, on retrouve la modélisation utilisée par Chamberlin (1933), les firmes servent la totalité de la demande qui s'adressent à elles. Dixon (1990) s'intéresse au cas intermédiaire, où Υ est strictement positif, mais peu élevé. Dans ce cas intermédiaire, une firme doit choisir, lorsque sa demande excède la quantité qui maximise son profit, entre servir la totalité de la demande qui s'adresse à elle et ne vendre que la quantité qui maximise son profit mais subir le coût Υ. Si la demande qui s'adresse à une firme ne dépasse que légèrement la quantité qui maximise son profit, la firme préfère la servir totalement. En effet, pour la demande qui maximise le profit, le prix est égal au coût marginal. L'impact d'une augmentation de la production sur le profit est donc négatif, mais seulement de second ordre ; tandis que le coût Υ est de premier ordre. Les firmes sont donc prêtes à produire un peu plus que la quantité qui maximise leur profit lorsqu'il y a un coût à ne pas servir tous les consommateurs. Lorsque n est suffisamment important, l'équilibre concurrentiel devient un équilibre en stratégies pures du jeu. Une firme n'a pas intérêt à dévier en augmentant légèrement son prix, car ses consommateurs initiaux se tournent alors vers les autres firmes, qui acceptent de les servir pour éviter Υ. Une firme qui augmente son prix se retrouve donc avec une demande nulle. Généralement, l'équilibre concurrentiel n'est pas le seul équilibre en stratégies pures de ce jeu. Il existe un intervalle de prix pouvant être obtenus comme équilibre en stratégies pures[36]. Les prix juste en dessous de l'équilibre concurrentiel sont aussi des équilibres car, si une firme augmente son prix, elle se retrouve avec une demande nulle. Les prix juste au dessus de l'équilibre concurrentiel sont aussi des équilibres, si une firme abaisse son prix de ε, elle attire toute la demande du marché. Elle doit alors choisir entre honorer cette demande, ce qui peut se révéler coûteux avec des coûts strictement convexes ou payer le coût Υ pour ne pas avoir à honorer toute la demande. Si Υ est suffisamment élevé, une firme n'a pas intérêt à abaisser son prix pour attirer plus de demande. Si Υ est faible (mais positif) et si n est grand, les autres équilibres en stratégies pures du jeu sont très proches de l'équilibre concurrentiel.

A la fin de l'article, l'auteur discute le cas où le coût de ne pas servir certains consommateurs augmente avec le nombre de consommateurs non servis. Si ce coût comprend un coût fixe, les résultats du modèle ne changent pas qualitativement. Si le coût ne comprend pas de coût fixe, il faut que le coût marginal de ne pas servir un consommateur soit suffisamment élevé pour que le jeu admette l'équilibre concurrentiel comme équilibre en stratégies pures.

[36] L'auteur souligne que le fait qu'il existe un intervalle de prix d'équilibre peut expliquer une certaine rigidité des prix. Il est possible que le prix ne change pas lorsque l'économie subit de petites modifications car le prix initial reste dans l'intervalle des prix d'équilibre après le changement.

Multiplicité des équilibres : Dastidar (1995) a recherché les équilibres de Bertrand dans un jeu comprenant deux firmes ayant la même fonction de coût convexe : $C(q_i) = cq_i^2$, en supposant que la fonction de demande est : $D(p) = a - p$. L'auteur fait l'hypothèse que les firmes doivent vendre la totalité de la quantité que les consommateurs lui demandent. Elles n'ont donc pas la possibilité de rationner les consommateurs.

Sous ces hypothèses, l'auteur a montré que le jeu admettait un continuum d'équilibres de Nash en stratégies pures. Dans ces équilibres, les deux firmes fixent le même prix et ce prix appartient à l'intervalle $\left[a\frac{c}{c+2}, a\frac{3c}{3c+2}\right]$. Si le prix de la firme concurrente appartient à cet intervalle, une firme n'a pas intérêt à fixer un prix différent. En fixant le même prix, elle réalise un profit positif. En fixant un prix plus élevé, sa demande devient nulle et donc son profit chute à zéro. En fixant un prix légèrement plus faible, une firme capte la totalité de la demande, mais elle doit alors doubler sa production. Or, comme la fonction de coût est convexe, le doublement de la production entraîne une augmentation de plus du double des coûts de production. L'augmentation très forte des coûts de production rend cette stratégie non rentable. Aucune firme n'a donc intérêt à dévier de l'équilibre.

Vives (1999) présente[37] le même résultat avec n firmes ayant des fonctions de coûts convexes identiques. Les équilibres de Bertrand forment un intervalle de prix. L'équilibre concurrentiel appartient toujours à cet intervalle. Le prix maximisant les profits joints appartient parfois à cet intervalle.

Prix collusifs : Dastidar (2001) étend l'analyse de Dastidar (1995) en considérant un modèle avec n firmes. La problématique principale de l'article est de déterminer si le prix qui maximise les profits joints de l'industrie - donc le prix qui serait choisi par une firme en situation de monopole disposant de n usines - appartient à l'intervalle des prix d'équilibre de la concurrence à la Bertrand. L'auteur trouve que c'est le cas si la fonction de coût est suffisamment convexe (donc si $C''(q_i)$ dépasse une certaine valeur (fonction de n)). Le second résultat est que, si $C''(q_i)$ n'est pas une fonction croissante de q_i, alors il est plus simple de soutenir "le prix collusif" lorsque n augmente. Autrement dit : il est possible que le prix maximisant les profits joints n'appartienne pas à l'intervalle des prix d'équilibre lorsque n est faible mais appartienne à cet intervalle lorsque n est plus élevé. L'auteur donne un exemple pour illustrer cette possibilité. Dans cet exemple, les bornes minimales et maximales de l'intervalle des prix d'équilibre diminuent lorsque n augmente. Le prix maximisant les profits joints de l'industrie diminue lui aussi lorsque n augmente et il diminue plus rapidement que la borne maximale de l'intervalle des prix d'équilibre. Ce prix n'appartient pas à l'intervalle lorsque $n = 2$ mais il appartient à l'intervalle pour[38] $n = 4$.

Offres de prix individualisées : Burguet et Sákovics (2017) supposent que les firmes peuvent faire des offres de prix individualisées. Le modèle comprend n firmes produisant un bien homogène et ayant des fonctions de coût strictement convexes (éventuellement différentes d'une firme à l'autre). Les consommateurs

[37] Proposition 5.1 (page 122).
[38] Pour $n = 3$, il est exactement égal à la borne supérieure de l'intervalle des prix d'équilibre.

forment un continuum de masse 1. Chaque consommateur i a un prix de réserve pour une unité du bien égal à v_i. Les v_i sont des variables aléatoires iid tirées dans le support $[0,1]$. Les firmes n'observent pas les v_i. Les firmes choisissent simultanément leurs prix. L'originalité du modèle consiste à permettre aux firmes de choisir des prix différents pour les différents consommateurs. Chaque consommateur observe les n offres qui lui ont été faites et décident d'acheter une unité du bien à l'une des firmes ou de ne pas acheter. Les firmes sont obligées d'honorer les commandes qui leur sont passées.

Les auteurs montrent qu'à l'équilibre les transactions se font à un prix égal au prix de l'équilibre concurrentiel et que la quantité vendue par chacune des firmes est égale à son offre sur un marché concurrentiel (elle égale le prix et son coût marginal). Les firmes jouent potentiellement des stratégies mixtes, mais la loi des grands nombres fait que les transactions se faisant à un prix différent de l'équilibre concurrentiel peuvent exister mais ont une mesure nulle.

La situation d'équilibre est unique, mais les stratégies pouvant y conduire peuvent être multiples. Une implémentation possible de l'équilibre est que chacune des firmes propose le prix concurrentiel à tous les consommateurs et que chaque consommateur pour lequel $v_i \geq p$ tire au hasard une firme en attribuant à chacune une probabilité proportionnelle à son offre dans l'équilibre concurrentiel. Une autre implémentation possible et que chaque consommateur reçoit exactement 2 offres égales au prix concurrentiels et $n-2$ offres supérieures. Chaque firme fait un nombre d'offres au prix concurrentiel égal à deux fois son offre concurrentielle. Chaque consommateur choisit au hasard avec les mêmes probabilités entre les deux offres égales au prix concurrentiel.

Equilibres en stratégies mixtes : Hoernig (2002) s'intéresse aux équilibres en stratégies mixtes dans le modèle de Dastidar (1995). Dastidar (1995) a montré que le jeu admettait un continuum d'équilibres en stratégies pures. Hoernig (2002) montre qu'on peut construire une infinité d'équilibres en stratégies mixtes en choisissant $k \geq 2$ prix dans l'intervalle des prix d'équilibre en stratégies pures et en associant une probabilité à chacun d'eux de telle sorte que les firmes sont indifférentes entre les k prix si leurs concurrentes choisissent aléatoirement leur prix. L'espérance de profit des firmes dans chacun de ces équilibres est positive.

Convergence vers l'équilibre concurrentiel : Allen et Hellwig (1986a) s'intéressent à la convergence de l'équilibre d'un jeu de Bertrand-Edgeworth vers l'équilibre concurrentiel lorsque les firmes deviennent petites par rapport au marché. Le modèle comprend n firmes produisant un bien homogène. Les firmes ont des fonctions de coût quadratique : $C_i(q_i) = q_i^2/(2\gamma_i)$. La fonction de demande du marché est linéaire. Les firmes choisissent simultanément leur prix de vente et la quantité maximale qu'elles souhaitent vendre (qui est égale à celle qui maximise leur profit). Les auteurs rappellent que ce modèle n'admet pas d'équilibre en stratégies pures, mais admet un équilibre en stratégies mixtes. Les auteurs font varier la valeur des paramètres γ_i de façon à ce que la somme de ces paramètres soit toujours égale à une constante, ce qui assure que le prix concurrentiel ne change pas. Ils augmentent le nombre n de firmes et réduisent les valeurs des γ_i en maintenant leur somme constante. Le prix concurrentiel est alors indépendant du nombre de firmes. Les auteurs montrent que, lorsque n devient grand, l'équilibre en stratégies mixtes du jeu converge vers l'équilibre concurrentiel. Les consommateurs ont une probabilité de plus en plus élevée d'obtenir leur bien à un prix très proche du prix concurrentiel. En revanche, le support des stratégies mixtes ne convergent pas. Il reste une probabilité non nulle qu'une firme choisisse le prix de monopole, mais cette probabilité diminue quand n augmente. Les auteurs avancent que les modèles de Bertrand-Edgeworth peuvent servir de fondements théoriques à l'équilibre concurrentiel. Les firmes choisissent des prix et des quantités, ce qui rend les hypothèses beaucoup plus plausibles que l'hypothèse du commissaire priseur walrasien, mais les deux équilibres convergent lorsque le nombre de firmes est grand.

Biens différenciés et convergence vers le prix concurrentiel : Hirata et Matsumura (2010) reprennent le modèle de Dastidar (1995), mais le généralisent à n firmes et surtout ils supposent que les biens vendus par les différentes firmes sont différenciés. Lorsque les biens sont différenciés, le modèle admet un seul équilibre en stratégies pures. Les auteurs font tendre le degré de différenciation vers 0 et montrent que le prix d'équilibre du modèle tend alors vers le prix concurrentiel obtenu lorsque les biens sont homogènes. Les auteurs plaident donc pour la sélection de l'équilibre concurrentiel lorsque les biens sont homogènes et qu'il existe une multiplicité d'équilibre, car c'est le seul qui puisse être obtenu comme la limite d'une série de prix d'équilibres obtenus en réduisant progressivement le degré de différenciation des biens et en le faisant tendre vers 0.

5.3.2 Coût moyen en U

Saporiti et Coloma (2010) reprennent les hypothèses de Dastidar (1995), mais en introduisant un coût fixe F. Ils étudient différentes hypothèses sur le caractère évitable ou inévitable de ce coût fixe. Dans certaines variantes du modèle, les firmes n'ont pas à payer ce coût si elles renoncent à produire tandis que dans d'autres les firmes doivent payer une partie ou la totalité de ce coût même si elles produisent une quantité nulle. L'introduction du coût fixe ajoutée à des coûts variables convexes donne une forme en U à la fonction de coût moyen. Le cas traité par Saporiti et Coloma (2010) mélange donc des coûts convexes, qui conduisent à une multiplicité d'équilibres, et des coûts concaves, qui peuvent conduire à l'absence d'équilibre. Les auteurs se focalisent sur le problème de l'existence d'un équilibre. Les auteurs commencent par montrer que si le modèle admet un équilibre de type concurrentiel où pour un prix donné il existe une situation où l'offre totale des firmes est égale à la demande alors il existe nécessairement un équilibre en stratégies pures du jeu de concurrence en prix où toutes les firmes fixent le prix de l'équilibre précédent. Si le coût fixe F est inévitable (doit être payé même si une firme ne produit pas), l'équilibre concurrentiel existe toujours et donc un équilibre de Bertrand en stratégies pures et symétriques existe toujours. En revanche, si le coût fixe F est évitable ou partiellement évitable, il peut ne pas exister d'équilibre de Bertrand. Les auteurs définissent le prix $p_L(m)$ comme le prix juste suffisant pour que les firmes couvrent leur coût fixe si la demande est répartie à égalité entre m firmes. Les auteurs montrent que pour qu'il puisse exister un équilibre de Bertrand, il faut que la fonction de coût des firmes, $C(.)$, ne soit pas sous-additive pour le niveau de production $D(p_L(n))$. La fonction $C(.)$ est sous-additive pour ce niveau de production, si le coût de production total en produisant dans une seule firme est inférieur au coût de production total obtenu avec n'importe quelle autre répartition de la production. Si la fonction est sous-additive pour le niveau de production considéré, alors une firme peut attirer toute la demande en réduisant son prix de ε et ses coûts de production sont inférieurs au coût total initial de l'industrie. Une firme peut donc augmenter son profit en réduisant son prix de ε donc la situation initiale où la demande était partagée entre n firmes ne pouvait pas être un équilibre. Les auteurs montrent ensuite que si le modèle ne comprend que deux firmes alors, si la fonction de coût n'est pas sous-additive pour le niveau de production $D(p_L(n=2))$, il existe nécessairement au moins un équilibre de Bertrand en stratégies pures et symétrique. Si le coût fixe est totalement évitable, la sous-additivité de la fonction de coût suffit à garantir l'existence d'un équilibre même si $n > 2$. Cet équilibre n'est cependant pas nécessairement symétrique (certaines firmes peuvent choisir de ne pas produire).

5.3.3 Fonctions de coût sous-additives

Définition : Une fonction de coût $C(.)$, définie de l'ensemble $[0,\infty[$ dans l'ensemble $[0,\infty[$, est strictement sous-additive (*subadditive*) sur $[0,\infty[$ si et seulement si $C(x+y) < C(x) + C(y)$ pour tous les x et y strictement positifs.

Certaines études ont montré que, si deux firmes ont des fonctions de coût identiques et sous-additives, alors le jeu de Bertrand n'admet pas d'équilibre de Nash, que ce soit en stratégies pures ou en stratégies mixtes (Saporiti et Coloma, 2010).

Dastidar (2011b) montre que le jeu de concurrence à la Bertrand admet un équilibre de Nash malgré des fonctions de coût sous-additives si les fonctions de coût des firmes sont différentes et notamment si les fonctions de profit des firmes ne s'annulent pas pour le même prix lorsque la firme capte toute la demande. L'auteur démontre ce résultat dans le cadre d'un duopole où les firmes ont des fonctions de coût de la forme :

$$C_i(q) = \begin{cases} F_i + V_i(x) & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

L'auteur note $\widetilde{p}_i$ le prix pour lequel le profit de la firme i est égale à 0 si elle capte toute la demande à ce prix.

Si $p_j^m \leq \widetilde{p}_i$, alors le jeu admet un équilibre en stratégies pures. La firme j choisit son prix de monopole et la firme i choisit un prix strictement plus élevé.

Si $\widetilde{p}_i \neq \widetilde{p}_j$, $p_j^m > \widetilde{p}_i$ et $p_i^m > \widetilde{p}_j$, le jeu n'admet pas d'équilibre de Nash en stratégies pures mais il admet un équilibre de Nash en stratégies mixtes. Cet équilibre a une forme similaire à l'équilibre proposé par Blume (2003). Si $\widetilde{p}_i < \widetilde{p}_j$, alors l'équilibre a la forme suivante : $p_i = \widetilde{p}_j$ et p_j est choisi aléatoirement dans le support

$[\widetilde{p}_j, \widetilde{p}_j + \eta]$, avec η suffisamment petit.

5.3.4 Coût quasi-fixe

Ray Chaudhuri (1996) étudie l'équilibre de Bertrand dans un duopole en supposant que les fonctions de coût des firmes sont égales à :

$$c_i(q_i) = \begin{cases} cq_i + F & \text{si} \quad q_i > 0 \\ 0 & \text{si} \quad q_i = 0 \end{cases}$$

La production engendre donc un coût fixe. Mais ce coût fixe n'est pas payé à l'avance. Une firme peut proposer un prix et ne pas payer le coût fixe si elle n'attire aucun client par ce que l'autre firme a proposé un prix plus faible. L'auteur suppose que les firmes choisissent leur prix dans un ensemble discret. L'écart entre deux prix pouvant être choisis est égal à α, que l'auteur fait tendre vers 0. L'équilibre obtenu est que l'une des firmes choisit un prix égal à son coût moyen et fournit l'intégralité des consommateurs. L'autre firme choisit un prix égal à celui de sa concurrente plus α. L'équilibre obtenu a la même forme que l'équilibre de la théorie des marchés contestables.

5.3.5 Comportement limite et entrée

Novshek et Roy Chowdhury (2003) étudient le comportement limite de l'équilibre de Bertrand. Ils suivent successivement deux approches. Dans la première, le nombre de firmes, n, est exogène et les auteurs étudient l'équilibre lorsque n tend vers $+\infty$. Dans la seconde, les auteurs "répliquent" la fonction de demande. Ils multiplient la fontion de demande par un nombre entier r tendant vers $+\infty$. Dans cette seconde approche, le nombre de firmes actives est endogène. Les résultats obtenus en suivant la première approche dépendent de la forme de la fonction de coût des firmes (identique pour toutes les firmes). Si le coût moyen est strictement croissant, il existe un continuum d'équilibres. Le prix d'équilibre appartient à un intervalle dont la borne minimale est égale au minimum du coût moyen et dont la borne maximale est égale au coût moyen d'une firme servant l'intégralité de la demande avec $r = 1$. On retrouve un résultat similaire à celui de Dastidar (1995). Une fonction de coût convexe conduit à un continuum d'équilibres de Bertrand. Si la fonction de coût moyen est en U, on obtient à nouveau un continuum d'équilibres. La borne maximale du prix est la même que dans le cas précédent. La borne minimale est égale au coût moyen lorsque la quantité produite par une firme tend vers 0. Si cette borne minimale est supérieure à la borne maximale, il n'y a pas d'équilibre de Bertrand. Avec la seconde approche, les auteurs obtiennent le résultat suivant. Lorsque la fonction de coût moyen a une forme en U, il existe un continuum d'équilibres. La borne minimale est égale au minimum du coût moyen. La borne maximale est égale au minimum du coût moyen lorsque la production tend vers 0 et du coût moyen lorsqu'une firme produit l'intégralité de la demande avec $r = 1$. Avec la seconde approche, il n'est pas possible de construire un équilibre de Bertrand avec libre entrée lorsque la fonction de coût moyen est strictement croissante. Car soit aucune firme ne souhaite produire soit toutes les firmes souhaitent produire une quantité strictement positive. On ne peut donc pas rendre n endogène. Une fonction de coût moyen décroissante conduit à l'inexistence de l'équilibre avec les deux approches. La conclusion qui se dégage de l'article est donc la suivante : l'équilibre de Bertrand ne tend pas nécessairement vers l'équilibre concurrentiel lorsque $n \to \infty$ ou lorsque la demande tend vers l'infini.

5.4 Règles de partage lorsque les prix sont égaux

Jusqu'à maintenant, on a considéré que la demande était répartie de façon égale entre les différentes firmes lorsqu'elles proposaient le même prix. Il est possible de faire d'autres hypothèses. Baye et Morgan (2002) supposent que l'une des firmes obtient toute la demande en cas d'égalité des prix. Hoernig (2007) envisage d'autres règles.

Bagh (2010) reprend l'analyse de Dastidar (1995) mais en envisageant d'autres règles de partage de la demande entre des firmes ayant fixé le même prix. L'auteur suppose que la demande devient nulle au delà d'un certain prix et que les firmes ont des coûts convexes. L'auteur considère une classe assez large de règles de partage mais exclue qu'une firme obtienne la totalité de la demande et qu'une firme obtienne une demande nulle alors qu'elle a fixé le même prix (le plus faible) que ses concurrentes. L'auteur exclut donc la règle étudiée par Baye et Morgan (2002). Sous ces hypothèses et en supposant que les firmes ont toutes la même fonction de coût, il existe un continuum d'équilibres en stratégies pures dans lesquels toutes les firmes fixent le même prix. Les profits des firmes dans ces équilibres sont strictement positifs. Des équilibres dans lesquels toutes les firmes réalisent des profits strictement positifs continuent d'exister si les firmes ont des fonctions de coût différentes (mais toujours convexes) si ces fonctions ne sont pas trop différentes.

5.5 Concurrence en prix avec contraintes de capacité

La première façon de rendre le modèle de Bertrand plus réaliste est de supposer que les firmes sont soumises à des contraintes de capacité[39]. La firme i ne peut pas produire plus de $\overline{q}_i$ unités du bien par période. Donc, si elle fixe un prix inférieur à celui de sa concurrente et si la demande du marché pour ce prix est supérieure à $\overline{q}_i$, la firme i ne pourra pas fournir la totalité des biens qui lui sont demandés. Les consommateurs seront donc rationnés et ils ne pourront pas tous obtenir la quantité qu'ils souhaitent acheter. Les consommateurs qui n'auront pas été servis auront alors le choix entre renoncer au bien et l'acheter à la firme vendant à un prix plus élevé. Le nombre de consommateurs qui vont se retourner vers la firme vendant à un prix élevé va dépendre de la règle de rationnement adoptée par la firme vendant à un prix faible. Une firme peut donc conserver des clients malgré un prix plus élevé que sa concurrente. Les firmes vont donc devoir choisir entre deux types de stratégies. Vendre à un prix faible et écouler la totalité de leur capacité de production ou vendre à un prix plus élevé et accepter de ne vendre qu'une quantité faible. Les résultats de cette interaction entre les firmes dépendent beaucoup du niveau des capacités des firmes.

[39] La présentation de cette section suit d'assez près celle de Tirole (1988).

5.5.1 Deux règles de rationnement

On peut imaginer un grand nombre de règles de rationnement, mais les deux règles les plus souvent retenues dans la littérature sont le rationnement efficace et le rationnement proportionnel[40].

Rationnement efficace : On suppose que la firme 1 est celle qui fixe le prix le plus faible et que sa capacité est inférieure à la demande du marché pour ce prix : $\overline{q}_1 < D(p_1)$. La règle de rationnement efficace suppose une fonction de demande résiduelle pour la firme 2 de la forme :

$$\widetilde{D}_2(p_2) = \begin{cases} D(p_2) - \overline{q}_1 & \text{si } D(p_2) > \overline{q}_1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La règle de rationnement consiste donc à servir en premier les consommateurs ayant la propension à payer la plus forte. Ce rationnement est dit efficace car il maximise le surplus des consommateurs.

La fonction de demande résiduelle définie par la règle de rationnement efficace est celle que l'on obtiendrait si les consommateurs étaient en mesure de se revendre le bien entre eux sans coût de transaction.

Rationnement proportionnel : La règle de rationnement proportionnel suppose que les consommateurs qui peuvent acheter auprès de la firme 1 sont tirés au hasard. Tous les consommateurs ont la même probabilité d'être rationnés. La probabilité de ne pas pouvoir acheter à la firme 1 est égale à $\frac{D(p_1)-\overline{q}_1}{D(p_1)}$. La demande résiduelle qui s'adresse à la firme 2 est donc :

$$\widetilde{D}_2(p_2) = D(p_2)\frac{D(p_1) - \overline{q}_1}{D(p_1)}$$

Remarque 1 : Cette règle n'est pas efficace pour les consommateurs. Pour le voir, il suffit de supposer qu'il existe deux consommateurs, A et B, ayant une demande unitaire dont les prix de réserve respectifs sont v_A et v_B tels que $p_2 > v_A > v_B > p_1$. Avec cette règle, il est possible que le consommateur B ait pu acheter une unité à la firme 1 ; tandis que le consommateur n'a pas pu le faire. Dans cette situation, le consommateur B détient 1 unité du bien tandis que le consommateur A n'en a pas. Cette situation n'est pas optimale au sens de Pareto. Il est possible d'améliorer le surplus des deux consommateurs en réallouant l'unité du consommateur B vers le consommateur A en échange d'un dédommagement compris entre v_B et v_A.

Remarque 2 : La firme 2 préfère cette règle à celle du rationnement efficace parce que sa demande résiduelle est plus élevée. Supposons $\overline{q}_1 = 2$ et que le marché comprend quatre consommateurs ayant des demandes unitaires avec les prix de réserve suivants v_A, v_A, v_B et v_B tels que $v_A > p_2 > v_B > p_1$. Avec la règle de rationnement efficace, la firme 1 vend aux deux consommateurs de type A et la demande de la firme 2 est nulle. Avec la règle de rationnement proportionnel, la firme 1 vend à un consommateur de type A et

[40] Tasnádi (1999b) introduit une règle plus générale, qui permet d'obtenir ces deux règles en faisant varier un paramètre.

à un consommateur de type B. La demande de la firme 2 est alors égale à 1 (le deuxième consommateur de type A).

5.5.2 Capacités fortes

Si $\overline{q}_1 \geq D(c)$ et $\overline{q}_2 \geq D(c)$, on se retrouve dans un jeu analogue au jeu sans contrainte de capacité. La capacité de chacune des firmes est suffisante pour servir l'intégralité du marché lorsqu'elle fixe un prix égal à son coût marginal. La firme qui fixe un prix plus élevé que sa concurrente se retrouve avec une demande nulle. On revient donc à la situation sans contrainte de capacité et le seul équilibre en stratégies pures est $p_1 = p_2 = c$.

5.5.3 Capacités faibles et équilibres en stratégies pures

Proposition 1 *Lorsque les capacités des firmes sont faibles, l'équilibre va être de la forme :* $p_1 = p_2 = P(\overline{q}_1 + \overline{q}_2)$, *où* $P(Q)$ *est la fonction de demande inverse du marché.*

Ce résultat est obtenu à partir de deux lemmes (résultats intermédiaires).

Lemma 2 *Dans un équilibre en stratégies pures,* $p_1 = p_2 = P(\overline{q}_1 + \overline{q}_2)$. *Les firmes saturent leurs capacités.*

On va montrer que toutes les autres configurations ne peuvent pas être des équilibres de Nash.

$p_1 = p_2 > P(\overline{q}_1 + \overline{q}_2)$ n'est pas un équilibre de Nash. L'une des firmes au moins n'écoule pas toute sa capacité. Elle peut augmenter son profit en réduisant son prix de vente de ε.

$p_1 = p_2 < P(\overline{q}_1 + \overline{q}_2)$ n'est pas un équilibre de Nash. Les firmes peuvent augmenter leurs profits en augmentant légèrement leur prix. Les ventes ne diminuent pas malgré l'augmentation des prix car la demande est supérieure à l'offre. Le nombre de consommateurs rationnés diminue mais pas les ventes effectives.

$p_i < p_j$ n'est pas un équilibre de Nash. Si p_i est inférieur au prix de monopole, la firme i peut augmenter son profit en augmentant son prix de vente. Si p_i est supérieur ou égal au prix de monopole, les ventes de la firme j sont nulles (donc son profit est nul). La firme j peut augmenter son profit en fixant un prix inférieur à p_i.

S'il existe un équilibre en stratégies pures, il est donc de la forme $p_1 = p_2 = P(\overline{q}_1 + \overline{q}_2)$. On va maintenant montrer que, pour que cette situation soit un équilibre, $\overline{q}_1$ et $\overline{q}_2$ doivent être faibles.

Lemma 3 *Dans un équilibre en stratégies pures, la firme* i *ne fixe jamais un prix inférieur à* $P\left(\overline{q}_j + R_i\left(\overline{q}_j\right)\right)$ *dans le jeu en prix avec contraintes de capacité.*

Autrement dit, la firme i ne souhaite jamais fixer un prix la conduisant à vendre une quantité supérieure à sa meilleure réponse dans le jeu de Cournot $R_i(q_j)$.

On va montrer que les autres possibilités ne peuvent pas être des équilibres en stratégies pures.

On ne peut pas avoir $p_j > p_i$. Car, si p_i est inférieur au prix de monopole, la firme i a intérêt à l'augmenter. Et, si p_i est égal au prix de monopole, la firme j a des ventes nulles et elle ne réalise aucun profit. Elle pourrait augmenter ses profits en choisissant $p_j = p_i - \varepsilon$. Dans un équilibre en stratégies pures, on doit avoir $p_1 = p_2$.

On va montrer qu'on ne peut pas avoir non plus $p_i = p_j < P\left(\overline{q}_j + R_i\left(\overline{q}_j\right)\right)$. Dans ce cas, au moins une des firmes doit être contrainte par sa capacité. Si les deux firmes n'étaient pas contraintes par leurs capacités, elles auraient intérêt à réduire leur prix de ε. Si la firme i est contrainte par sa capacité, elle peut augmenter son prix de ε sans perdre de clients. Elle peut donc augmenter son profit en relevant son prix de ε. Si la firme i n'est pas contrainte par sa capacité, la firme j doit l'être. En supposant que le rationnement est efficace, le profit de la firme i peut alors s'écrire :

$$p_i\left(D\left(p_i\right) - \overline{q}_j\right) = q_i P\left(q_i + \overline{q}_j\right)$$

Or :

$$q_i P\left(q_i + \overline{q}_j\right) \leq R_i\left(\overline{q}_j\right) P\left(R_i\left(\overline{q}_j\right) + \overline{q}_j\right)$$

Par définition de la fonction de meilleure réponse dans le jeu de Cournot.

Une réduction du prix et une augmentation de la quantité vendue au delà de $R_i\left(\overline{q}_j\right)$ entraînerait donc une réduction du profit de la firme.

Les lemmes 1 et 2 indiquent que, dans un équilibre en stratégies pures, les firmes doivent produire au maximum de leur capacité (lemme 1) et qu'elles ne fixent pas un prix qui les conduiraient à produire une quantité supérieure à leur meilleure réponse dans le jeu de Cournot (lemme 2). Donc, pour que l'équilibre soit en stratégies pures, il faut nécessairement que :

$$\forall i \quad \overline{q}_i \leq R_i\left(\overline{q}_j\right)$$

5.5.4 Capacités intermédiaires et équilibres en stratégies mixtes

Dans les cas intermédiaires, c'est à dire lorsque les capacités des firmes sont supérieures à leur meilleure réponse dans le jeu de Cournot mais sont trop faibles pour servir toute la demande lorsque le prix est égal au coût marginal, il n'existe pas d'équilibre en stratégies pures. En revanche, il existe un équilibre en stratégies mixtes.

Pour ces valeurs des capacités, les firmes ont intérêt à fixer un prix très légèrement inférieur à celui de leur concurrente lorsque cette dernière choisit un prix élevé. En revanche, lorsque le prix fixé par la concurrente devient faible, chacune des firmes préfère fixer un prix élevé et ne vendre qu'une quantité faible aux consommateurs qui n'ont pas pu obtenir le bien auprès de la firme ayant le prix le plus faible, à fixer un prix faible et écouler la totalité de leur capacité de production. Les fonctions de meilleure réponse des firmes sont donc discontinues et il n'existe pas d'équilibre en stratégies pures[41].

La détermination de l'équilibre en stratégies mixtes est assez compliquée et on ne va pas le faire. Levitan et Shubik (1972) caractérisent cet équilibre lorsque les capacités des firmes sont symétriques. Kreps et Scheinkman (1983) traitent aussi le cas où les firmes ont des capacités asymétriques[42].

On peut, cependant, montrer :

Lemma 4 *Dans la zone où l'équilibre est en stratégie mixte ($\overline{q}_i > R_i\left(\overline{q}_j\right)$ pour une firme i au moins), la firme ayant la capacité la plus forte (disons i) a une espérance de profit égale à son "profit de suiveur de Stackelberg" :*

$$E\left(\pi_i\right) = R_i\left(\overline{q}_j\right) P\left(\overline{q}_j + R_i\left(\overline{q}_j\right)\right)$$

Voir Tirole (1988) pour une démonstration partielle. Cette propriété est très utile lorsque l'on essaye de caractériser les stratégies mixtes jouées par les firmes.

5.5.5 Convergence vers l'équilibre concurrentiel dans un grand marché

Vives (1986b) étudie les prix d'équilibre lorsque le nombre de firmes devient grand. Il suppose que la capacité totale de l'industrie est égale à K et cette capacité est répartie égalitairement entre toutes les firmes. Chaque firme dispose donc d'une capacité K/n. Si K/n est inférieur à la production d'une firme dans le modèle de Cournot, il existe un équilibre en stratégies pures dans lequel toutes les firmes choisissent le prix $P\left(K\right)$. Si K/n est supérieur à $D\left(c\right)/\left(n-1\right)$, on obtient de nouveau un équilibre en stratégies pures, dans lequel chacune des firmes choisit $p_i = c$. Pour les valeurs intermédiaires de K/n, le jeu n'admet pas d'équilibre en stratégies pures. L'auteur caractérise les stratégies mixtes des firmes et montre que le support de ces stratégies se contracte et converge vers le prix d'équilibre concurrentiel lorsque n augmente. Vives (1986b) souligne la différence entre son résultat et celui obtenu par Allen et Hellwig (1986a), qui obtenaient une convergence de la distribution des probabilités vers le prix concurrentiel, mais sans que le support de la distribution ne change. Vives (1986b) avance que la différence de résultats vient de la différence des règles de rationnement utilisées. Allen et Hellwig (1986a) utilisent la règle de rationnement proportionnelle, tandis que Vives (1986b) utilise la règle de rationnement efficiente.

Roy Chowdhury (2003) utilise le même modèle. Il se restreint au cas où $D\left(c\right) > K$. L'auteur suppose que les firmes peuvent choisir leur prix et une quantité maximale (inférieure ou égale à K/n) qu'elles sont prêtes à vendre pour ce prix. Si n est faible, le jeu n'admet pas d'équilibres en stratégies pures. En revanche, il existe une valeur minimale de n à partir de laquelle le jeu admet un équilibre unique qui est en stratégies pures et qui correspond à l'équilibre concurrentiel. Toutes les firmes fixent un prix $p_i = P\left(K\right)$. Vives (1986b)

[41] La version abrégée de ce chapitre contient un exemple numérique.
[42] Voir aussi Osborne et Pitchik (1986).

avait obtenu ce résultat avec la règle de rationnement efficiente. Roy Chowdhury (2003) l'étend à toutes les règles de rationnement "non manipulable". Une règle est dite non manipulable si les firmes ne peuvent pas augmenter leur demande résiduelle en augmentant la quantité qu'elles acceptent de fournir au prix proposé. La règle de rationnement proportionnelle ne vérifie pas cette définition. L'auteur montre aussi que l'équilibre est de nouveau l'équilibre concurrentiel lorsque n est suffisamment grand dans un jeu où les firmes choisissent simultanément leur prix (étape 1), avant de choisir simultanément la quantité qu'elles souhaitent proposer à ce prix (étape 2).

5.5.6 Contraintes de capacités non rigides

Roy Chowdhury (2009) introduit la possibilité de produire au delà de la capacité, mais à un coût plus élevé[43]. Le coût unitaire des firmes est égal à c jusqu'à ce que la production atteigne le niveau de capacité k de la firme. Ensuite, le coût unitaire de production augmente à $c' > c$. Le modèle comprend n firmes ayant les mêmes coûts et la même limite de capacité. Ces firmes produisent des biens homogènes et se livrent une concurrence en prix à la Bertrand. Les firmes doivent produire les quantités demandées par les consommateurs.

L'auteur commence par supposer que $D(c')/n < k$. Ce qui implique que, si toutes les firmes fixent un prix $p = c'$ la demande qui s'adresse à chacune d'entre elles est inférieure à k. L'auteur montre que le jeu admet un multiplicité d'équilibres en stratégies pures. Tous les prix compris dans un intervalle $[p', p'']$ sont des équilibres du jeu. On retrouve un résultat analogue à celui obtenu pour des fonctions de coût convexes par Dastidar (1995). p' est le prix qui donne un profit nul aux firmes lorsque toutes les firmes choisissent $p = p'$. Lorsque $D(c)/n < k$, $p' = c$. p'' est le prix qui donne le même profit à une firme lorsque toutes les firmes fixent le prix p'' et lorsque cette firme diminue son prix à $p'' - \varepsilon$ et obtient l'intégralité de la demande. L'auteur montre que lorsque n tend vers $+\infty$, l'intervalle de prix d'équilibre tend vers $[c, \overline{p}]$ avec $c < \overline{p} < c'$. Le prix ne converge donc pas nécessairement vers c lorsque n tend vers $+\infty$. Si c' augmente, p'' augmente ; p' augmente si $D(c)/n > k$ [et reste égal à c sinon].

Si $D(c')/n \geq k$, on obtient de nouveau un intervalle de prix d'équilibre $[p', p'']$, mais $p'' = c'$.

5.5.7 Coûts de recherche et disponibilité des biens

On a supposé, jusqu'à présent, que, si les consommateurs ne pouvaient pas obtenir un bien auprès d'une firme, ils pouvaient se retourner sans coût vers l'autre fournisseur. Il est assez facile d'imaginer des cas où se rendre auprès d'une firme pour voir si le bien est disponible a un coût (cela prend du temps). Arnold et Saliba (2011) étudient un modèle de ce type[44]. Le modèle comprend deux firmes ayant des capacités asymétriques : $\overline{q}_1 > \overline{q}_2$. A l'étape 1, les firmes choisissent simultanément leur prix. A l'étape 2, les consommateurs observent

[43] Voir aussi Boccard et Wauthy (2000), présenté plus loin.
[44] Voir aussi Arnold (2000), Dana (1999, 2001).

les deux prix. Ils choisissent, ensuite, la firme auprès de laquelle ils souhaitent se rendre. Ce choix dépend de la différence de prix entre les deux firmes mais aussi de la probabilité d'obtenir le produit. Cette probabilité dépendant elle-même des choix des autres consommateurs. L'utilité d'un consommateur se rendant auprès de la firme i est supposée égale à : $v - p_i - \frac{c}{\alpha_i}$, où v est le prix de réserve des consommateurs et α_i est la probabilité que le bien soit disponible chez la firme i. $\alpha_i = \frac{\overline{q}_i}{\overline{q}_i + \lambda\mu_i}$ où λ est la densité du continuum de consommateur est μ_i est la probabilité qu'un consommateur choisisse de se rendre auprès de la firme i. Les auteurs montrent que l'équilibre du jeu a la forme suivante. Les firmes jouent des stratégies pures lors de l'étape 1. $p_1 > p_2$. La firme disposant de la capacité la plus grande choisit un prix strictement supérieur à celui de sa concurrente. Les consommateurs jouent une stratégie mixte. Ils déterminent aléatoirement la firme auprès de laquelle ils se rendent. $\mu_1 > \mu_2$. La probabilité de choisir la firme ayant le prix le plus élevé est plus grande que la probabilité de choisir l'autre firme. $\alpha_1 > \alpha_2$: la probabilité d'obtenir le bien est plus forte si le consommateur se rend chez la firme 1 que s'il se rend chez la firme 2. Cette probabilité plus forte compense le prix plus élevé et donc les consommateurs sont indifférents entre les deux firmes (ce qui permet de supposer qu'ils tirent au sort l'endroit où ils se rendent). Bien que les prix soient observables, les firmes fixent des prix différents (en stratégies pures). Le modèle donne donc une explication possible à l'observation de prix différents pour un produit homogène sur un même marché. Les auteurs trouvent aussi que le profit de la firme 1 est plus grand que celui de la firme 2. La différence $p_1 - p_2$ augmente avec c, λ et $\overline{q}_1$ et diminue avec $\overline{q}_2$.

5.5.8 Acheter pour revendre

Les firmes ayant des capacités limitées, il est possible d'imaginer des modèles où certains des agents achètent des unités du bien sans désir de les consommer mais en espérant pouvoir les revendre plus cher.

Liang, Xie et Yan (2012) proposent un modèle de duopole où les deux firmes se livrent une concurrence à la Bertrand avec des biens homogènes. Les firmes ont la possibilité d'abandonner leur rôle de producteur pour devenir intermédiaire. Si le prix de l'autre firme est faible, une firme peut renoncer à produire, acheter la totalité de la production de sa concurrente et se comporter ensuite comme un monopole. Les auteurs trouvent que, si les coûts unitaires des deux firmes sont proches, le jeu n'admet pas d'équilibre en stratégies pures. Si les coûts sont suffisamment différents, la firme ayant le coût le plus élevé continue de produire et celle ayant le coût le plus faible devient intermédiaire.

Courty (2003), Karp et Perloff (2005) et Su (2010) étudient des modèles où ce sont les consommateurs qui spéculent.

5.6 Biens différenciés

La deuxième façon de sortir du paradoxe de Bertrand est de supposer que les firmes vendent des biens un peu différents et que les consommateurs n'ont pas tous les mêmes préférences (ou qu'ils ont un goût pour la diversité). Les chapitres sur la différenciation horizontale et la différenciation verticale traitent de ce problème en détails. On se contente, pour l'instant, de présenter un cas simple où le degré de différenciation des produits est exogène.

On suppose que deux firmes produisent des biens différenciés et que les fonctions de demande de ces biens sont les suivantes[45] :

$$\left\{ \begin{array}{c} q_1 = a - bp_1 + dp_2 \\ q_2 = a - bp_2 + dp_1 \end{array} \right\} \quad \text{avec} \quad b > d$$

Les fonctions de demande des firmes sont des fonctions continues des prix. On suppose, le plus souvent, $d > 0$ ce qui signifie que les biens sont substituables. Il est, cependant, possible de supposer $d < 0$ et d'interpréter les biens comme étant complémentaires. On se limite ici au cas où les biens sont substituables, on a donc $b > d > 0$.

Fonctions de meilleure réponse des firmes : Profit de la firme 1 :

$$\pi_1 (p_1, p_2) = (p_1 - c) \, q_1 (p_1, p_2) = (p_1 - c) (a - bp_1 + dp_2)$$

Fonction de réaction de la firme 1 :

$$\frac{\partial \pi_1 (p_1, p_2)}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow a - 2bp_1 + dp_2 + bc = 0 \Leftrightarrow p_1 = \frac{a + dp_2 + bc}{2b}$$

[45] Ce système de fonctions de demande peut être obtenu en supposant qu'il existe un consommateur représentatif ayant une fonction d'utilité quadratique et quasi-linéaire :

$$U (q_1, q_2) = \alpha (q_1 + q_2) - \frac{1}{2} \left(\beta q_1^2 + 2\gamma q_1 q_2 + \beta q_2^2 \right) + I$$

où I est la quantité consommée d'un bien numéraire composite (ou le revenu restant après les achats des biens 1 et 2).

Le consommateur choisit les q_1 et q_2 solutions de :

$$\max_{q_1, q_2} \alpha (q_1 + q_2) - \frac{1}{2} \left(\beta q_1^2 + 2\gamma q_1 q_2 + \beta q_2^2 \right) - p_1 q_1 - p_2 q_2$$

Si la solution est intérieure, les fonctions de demande inverses sont égales à :

$$\frac{\partial}{\partial q_1} = \alpha - \beta q_1 - \gamma q_2 - p_1 = 0 \Leftrightarrow p_1 = \alpha - \beta q_1 - \gamma q_2$$

On obtient les fonctions de demande en inversant le système des fonctions de demande inverses :

$$\left\{ \begin{array}{c} p_1 = \alpha - \beta q_1 - \gamma q_2 \\ p_2 = \alpha - \beta q_2 - \gamma q_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \beta q_1 = \alpha - \gamma q_2 - p_1 \\ p_2 = \alpha - \beta q_2 - \gamma q_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{1}{\beta} (\alpha - \gamma q_2 - p_1) \\ p_2 = \alpha - \beta q_2 - \frac{\gamma}{\beta} (\alpha - \gamma q_2 - p_1) \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{1}{\beta} (\alpha - \gamma q_2 - p_1) \\ \beta p_2 = \beta\alpha - \beta^2 q_2 - \gamma\alpha + \gamma^2 q_2 + \gamma p_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \beta q_1 = \alpha - \gamma q_2 - p_1 \\ \left(\beta^2 - \gamma^2\right) q_2 = (\beta - \gamma) \alpha - \beta p_2 + \gamma p_1 \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \beta q_1 = \alpha - \gamma \left(\frac{1}{\beta+\gamma} \alpha - \frac{\beta}{\beta^2-\gamma^2} p_2 + \frac{\gamma}{\beta^2-\gamma^2} p_1 \right) - p_1 \\ q_2 = \frac{\beta-\gamma}{\beta^2-\gamma^2} \alpha - \frac{\beta}{\beta^2-\gamma^2} p_2 + \frac{\gamma}{\beta^2-\gamma^2} p_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \beta q_1 = \frac{\beta+\gamma-\gamma}{\beta+\gamma} \alpha + \frac{\gamma\beta}{\beta^2-\gamma^2} p_2 - \frac{\gamma^2+\beta^2-\gamma^2}{\beta^2-\gamma^2} p_1 \\ q_2 = \frac{1}{\beta+\gamma} \alpha - \frac{\beta}{\beta^2-\gamma^2} p_2 + \frac{\gamma}{\beta^2-\gamma^2} p_1 \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \beta q_1 = \frac{\beta}{\beta+\gamma} \alpha + \frac{\gamma\beta}{\beta^2-\gamma^2} p_2 - \frac{\beta^2}{\beta^2-\gamma^2} p_1 \\ q_2 = \frac{1}{\beta+\gamma} \alpha - \frac{\beta}{\beta^2-\gamma^2} p_2 + \frac{\gamma}{\beta^2-\gamma^2} p_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{1}{\beta+\gamma} \alpha - \frac{\beta}{\beta^2-\gamma^2} p_1 + \frac{\gamma}{\beta^2-\gamma^2} p_2 \\ q_2 = \frac{1}{\beta+\gamma} \alpha - \frac{\beta}{\beta^2-\gamma^2} p_2 + \frac{\gamma}{\beta^2-\gamma^2} p_1 \end{array} \right\}$$

Amir, Erickson et Jin (2017) analysent les propriétés de ce type de fonctions d'utilité, notamment celles qui sont conservées lorsqu'on généralise à plus de deux biens.

On remarque que la fonction de meilleure réponse de la firme 1 est une fonction croissante de p_2. Les prix des firmes sont des **compléments stratégiques**, lorsque les deux biens sont des substituts ($d > 0$). Si les deux biens étaient des compléments (i.e. $d < 0$), les prix des firmes seraient des substituts stratégiques.

Par symétrie, la fonction de réaction de la firme 2 est : $p_2 = \frac{a+dp_1+bc}{2b}$.

Equilibre :

$$\left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{a+dp_2+bc}{2b} \\ p_2 = \frac{a+dp_1+bc}{2b} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2bp_1 = a + dp_2 + bc \\ 2bp_2 = a + dp_1 + bc \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2b\,(p_1 - p_2) = d\,(p_2 - p_1) \\ 2bp_2 = a + dp_1 + bc \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} -\frac{2b}{d}\,(p_1 - p_2) = (p_1 - p_2) \\ 2bp_2 = a + dp_1 + bc \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 - p_2 = 0 \\ (2b-d)\,p_2 = a + bc \end{array} \right\} \Rightarrow p_1 = p_2 = \frac{a+bc}{2b-d}$$

Quantités produites :

$$\begin{aligned} q_1 &= a - bp_1 + dp_2 = a - b\frac{a+bc}{2b-d} + d\frac{a+bc}{2b-d} = \frac{a\,(2b-d) - (b-d)\,(a+bc)}{2b-d} \\ &= \frac{2ab - ad - ab - b^2c + ad + bcd}{2b-d} = b\frac{a - bc + cd}{2b-d} \end{aligned}$$

Par symétrie : $q_2 = q_1$.

Profits des firmes :

$$\pi = (p-c)\,q = \left(\frac{a+bc}{2b-d} - c\right) b\frac{a-bc+cd}{2b-d} = \left(\frac{a+bc-2bc+cd}{2b-d}\right) b\frac{a-bc+cd}{2b-d} = b\left(\frac{a-bc+cd}{2b-d}\right)^2$$

Lorsque les firmes vendent des biens différenciés, elles peuvent fixer des prix supérieurs à ceux de leurs concurrentes sans perdre immédiatement la totalité de leurs clients. La différenciation des produits atténue la concurrence entre les firmes et leur permet de fixer à l'équilibre des prix supérieurs à leur coût marginal. Grâce à la différenciation des produits, les firmes peuvent réaliser des profits positifs.

5.7 Coûts incertains

Précédemment, on a supposé que les fonctions de coût des firmes étaient connaissance commune. Quelques auteurs ont étudié le problème en supposant que chaque firme connaît sa fonction de coût mais pas celle de ses concurrentes.

Spulber (1995)

Routledge (2010) analyse le même problème mais en supposant que le coût marginal des firmes ne peut prendre que deux valeurs : c_L avec une probabilité θ et $c_H > c_L$ avec probabilité $1-\theta$. Le modèle comprend $n \geq 2$ firmes, qui choisissent simultanément leur prix de vente. Chaque firme connaît son propre coût unitaire avant de proposer son prix, mais pas celui de ses concurrentes (dont elle ne connaît que la distribution). L'auteur montre que le jeu n'admet pas d'équilibre de Nash bayésien en stratégies pures. En revanche, le jeu admet un équilibre de Nash en stratégies mixtes. Cet équilibre prend la forme suivante. Les firmes qui ont un coût marginal égal à c_H annoncent un prix égal à ce coût. Les firmes qui ont un coût marginal faible choisissent aléatoirement un prix dans l'intervalle $[\widetilde{p}, \widehat{p}]$. $\widehat{p}$ est égal au minimum de c_H et du prix de monopole d'une firme ayant un coût c_L. $\widetilde{p}$ est le prix qui vérifie $(\widetilde{p} - c_L)\, D(\widetilde{p}) = (1-\theta)^{n-1} (\widetilde{p} - c_L)\, D(\widetilde{p})$. L'espérance de gain des firmes ayant un coût faible est strictement positive tandis que l'espérance de gain des firmes ayant un coût élevé est égale à 0.

6 Leadership en prix

Dans cette section, on suppose que la firme L choisit son prix en premier. La firme F observe ce prix et choisit ensuite le sien. Les rôles des firmes sont exogènes. On présente les travaux cherchant à rendre les rôles endogènes dans la section suivante.

6.1 Biens homogènes

En reprenant les hypothèses du modèle de base (avec coût marginal constant et identique pour les deux firmes), on obtient la fonction de meilleure réponse du *follower* :

$$p^F\left(p^L\right) = \begin{cases} p^F = p^m \quad \text{si } p^L > p^m \\ p^F = p^L - \varepsilon \quad \text{si } p^m \geq p^L > c \\ p^F \in [c, +\infty[\quad \text{si } p^L = c \\ p^F \in \left]p^L, +\infty\right[\quad \text{si } p^L < c \end{cases}$$

La firme leader n'a jamais intérêt à fixer un prix inférieur à son coût unitaire de production. Si elle fixe $p^L = c$, la firme *follower* fixe le même prix ou un prix supérieur. Les profits des deux firmes sont nuls. Cette situation constitue un équilibre de Nash. Cet équilibre n'est cependant pas unique. On peut aussi avoir $p^L > p^m$ et $p^F = p^m$ à l'équilibre où $p^m \geq p^L > c$ et $p^F = p^L - \varepsilon$. Il existe donc une multiplicité d'équilibres. Le profit de la firme leader est toujours nul. Elle est donc indifférente entre tous les équilibres possibles. Le profit de la firme *follower* peut aller de 0 (profit concurrentiel) jusqu'au profit de monopole.

6.2 Contraintes de capacités

Deneckere et Kovenock (1992) ont étudié les équilibres séquentiels dans un duopole avec contraintes de capacités.

Si les capacités des deux firmes sont très importantes (suffisantes pour que le prix soit égal à zéro si l'une des firmes produit au niveau de sa capacité maximale), alors les deux firmes choisissent un prix égal au coût marginal (normalisé à 0) lorsqu'elles choisissent leur prix simultanément et il existe une infinité d'équilibres dans les jeux séquentiels : le leader choisit n'importe quel prix supérieur ou égal à son coût marginal et le suiveur s'empare de la totalité du marché en fixant un prix inférieur.

Lorsque les capacités des firmes sont faibles (le prix d'équilibre est supérieur au prix de Cournot lorsque les deux firmes produisent à pleine capacités), les deux firmes choisissent le prix qui permet d'écouler une production égale à la somme des capacités des deux firmes que le jeu soit simultané ou séquentiel.

Lorsque les capacités des firmes sont intermédiaires, les résultats des équilibres séquentiels dépendent des capacités relatives des firmes leader et suiveur. Lorsque c'est la firme qui a la capacité la plus faible qui est leader, elle choisit un prix suffisamment faible pour que la seconde firme préfère choisir le prix de monopole sur la demande résiduelle (les auteurs supposent que la règle de rationnement est le rationnement efficace) plutôt qu'un prix plus faible que la firme leader. En revanche, lorsque c'est la firme qui a la capacité la plus élevée qui est leader, elle choisit un prix élevé et accepte que l'autre firme choisisse un prix plus faible qu'elle. Les auteurs comparent ensuite les profits obtenus avec ceux du jeu simultané et rendent le timing endogène (voir plus loin).

6.3 Leadership en prix et en quantités

Boyer et Moreaux (1988) étudient un modèle de duopole dans lequel chacune des firmes choisit un prix et une quantité[46]. La firme *follower* choisit la quantité correspondant à la demande qui s'adresse à elle pour le prix qu'elle a choisi. Les auteurs montrent qu'en revanche la firme leader va systématiquement rationner la demande qui s'adresse à elle. La firme leader doit inciter la firme *follower* à ne pas fixer un prix inférieur à elle, car sinon elle se retrouve avec une demande nulle et donc un profit nul. Pour inciter la firme *follower* à fixer un prix plus élevé, la firme leader dispose de deux instruments : elle peut réduire son prix et limiter la quantité qu'elle propose à ce prix. Les auteurs montrent que la firme leader choisit toujours une quantité inférieure à la demande qui s'adresse à elle pour le prix qu'elle a choisi. Le rationnement des consommateurs par la firme leader est une caractéristique générique des équilibres de ce type de jeu.

Boyer et Moreaux (1986b) étudient un problème similaire à celui de Boyer et Moreaux (1988). Ils étudient un modèle de duopole où la firme leader choisit un prix et une quantité maximale qu'elle est prête à vendre. La firme *follower* choisit ensuite son prix et choisit toujours de servir la totalité de la demande qui s'adresse à elle pour ce prix. Les firmes ont des coûts unitaires identiques et constants, égaux à c. La demande du marché est linéaire : $D(p) = 1 - p$. La règle de rationnement est un rationnement proportionnel.

Les auteurs commencent par supposer que les consommateurs qui ont été rationnés par la firme proposant le prix le plus faible peuvent se retourner sans coût vers l'autre firme. Dans ce cas, les résultats sont similaires à ceux de Boyer et Moreaux (1988). La firme leader fixe toujours un prix plus faible que la firme *follower* et elle limite suffisamment la quantité qu'elle accepte de vendre pour ne pas inciter la firme *follower* à choisir un prix plus faible.

Les auteurs supposent ensuite que si un consommateur se retourne vers la seconde firmes après avoir été rationné par la première firme à laquelle il s'est adressé, il subit un coût t. Les auteurs commencent par

[46] Les firmes vendent un bien homogène, produit avec un coût marginal constant, identique pour les deux firmes.

traiter le cas où ce coût est suffisamment élevé pour être dissuasif. Dans ce cas, le consommateur choisit la firme à laquelle il s'adresse en comparant ses espérances d'utilité, qui prennent en compte le prix proposé et la probabilité d'obtenir le bien. La firme leader doit toujours inciter le *follower* à fixer un prix plus élevé qu'elle, pour cela la firme leader doit limiter la quantité maximale qu'elle propose. A l'équilibre, les consommateurs sont indifférents entre se tourner vers la firme proposant le prix le plus faible et n'obtenir le bien qu'avec une probabilité inférieure à 1 et se tourner vers la firme proposant le prix le plus élevé, mais avoir la certitude d'obtenir le bien. Les auteurs traitent ensuite le cas où t est plus faible et où certains consommateurs qui n'ont pas été servis par la firme leader se retournent effectivement vers le *follower*. Il y a plus de cas à considérer, mais la forme générale de l'équilibre reste la même : la firme leader fixe un prix plus faible que le *follower* et rationne la demande.

Le leader rationne donc systématiquement les consommateurs qui s'adressent à lui dans ce type de structure de marché. Les auteurs soulignent que ce type de modèle pourrait servir de fondements aux modèles macroéconomiques de marchés en déséquilibre.

6.4 Fonctions de coûts convexes

Dastidar (2004) étudie l'équilibre de Stackelberg en prix lorsque les firmes ont des fonctions de coûts identiques et convexes. A la différence de Dastidar (1995), Dastidar (2004) autorise les firmes à limiter les quantités qu'elles souhaitent vendre. Le timing est donc le suivant. (1) La firme 1 annonce son prix de vente. (2) La firme 2 observe ce prix et annonce à son tour son prix. (3) Les consommateurs se dirigent vers la firme affichant le prix le plus faible (en cas d'égalité des prix, ils se dirigent vers la firme 2)[47]. Cette dernière choisit la quantité qu'elle souhaite vendre (en égalisant son coût marginal au prix). (4) Les consommateurs n'ayant pas pu obtenir les quantités souhaitées auprès de la firme ayant le prix le plus faible se tournent vers l'autre firme. L'auteur suppose que la règle de rationnement est la règle de rationnement efficient.

La fonction de meilleure réponse de la firme 2 a une forme assez semblable à celle obtenue dans le modèle avec contraintes de capacités. La firme 2 doit choisir entre deux stratégies bien distinctes. (i) Fixer le même prix que la firme 1 et vendre une quantité élevée ou (ii) fixer un prix nettement supérieur à celui de la firme 1 et se contenter de la demande résiduelle. Si p_1 est élevé, la firme 2 choisit la stratégie (i) tandis que si p_1 est faible, la firme 2 choisit la stratégie (ii). Il existe un prix p_1^* pour lequel la firme 2 est indifférente entre (i) et (ii). L'auteur suppose que dans ce cas la firme 2 joue (ii).

A l'équilibre, la firme 1 choisit p_1^* et la firme 2 choisit le prix de monopole correspondant à la demande résiduelle. A l'équilibre, on a donc $p_2^F > p_1^L$. La quantité totale vendue est égale à la demande totale lorsque le prix est égal à p_2^F. Comme la firme 2 est indifférente entre choisir p_1^* et fixer p_2^F, et comme les firmes ont des fonctions de coûts identiques, on a nécessairement[48] : $\pi_1^L = \pi_2^F$. Dans ce modèle, les firmes sont donc indifférentes entre les rôles de leader et de *follower*.

[47] Cette hypothèse permet de supprimer le terme ε dans les fonctions de meilleure réponse.

[48] Si la firme 2 choisissait p_1^* au lieu de p_2^F, elle réaliserait un profit égal à π_1^L.

6.5 Biens différenciés

6.5.1 Concurrence monopolistique

Equilibre avec choix séquentiels : On suppose que la firme 1 fixe son prix en premier. La firme 2 observe ce prix et détermine le sien. La fonction de réaction de la firme 2 est identique à celle du jeu simultané : $p_2 = \frac{a+dp_1+bc}{2b}$.

En revanche, le programme de maximisation de la firme 1 est maintenant différent. La firme 1 va tenir compte de l'influence du prix qu'elle choisit sur le prix choisi par sa concurrente. Son profit devient :

$$\pi_1(p_1) = (p_1 - c)(a - bp_1 + dp_2(p_1)) = (p_1 - c)\left(a - bp_1 + d\frac{a+dp_1+bc}{2b}\right)$$

Détermination de p_1 :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_1(p_1,p_2)}{\partial p_1} &= 0 \Leftrightarrow a - bp_1 + d\frac{a+dp_1+bc}{2b} + (p_1-c)\left(-b+\frac{d^2}{2b}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow a + bc - 2bp_1 + d\frac{a+dp_1+bc}{2b} + (p_1-c)\frac{d^2}{2b} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 2b(a+bc) - 4b^2p_1 + d(a+bc) + 2d^2p_1 - d^2c = 0 \\
&\Leftrightarrow (2b+d)(a+bc) - d^2c = 4b^2p_1 - 2d^2p_1 \Leftrightarrow p_1 = \frac{(2b+d)(a+bc)-d^2c}{4b^2-2d^2}
\end{aligned}$$

Détermination de p_2 :

$$\begin{aligned}
p_2 &= \frac{a+dp_1+bc}{2b} = \frac{a+bc}{2b} + \frac{d}{2b}\frac{(2b+d)(a+bc)-d^2c}{4b^2-2d^2} \\
&= \frac{\left(4b^2-2d^2\right)(a+bc) + d(2b+d)(a+bc) - d^3c}{2b\left(4b^2-2d^2\right)} = \frac{\left(4b^2-d^2+2bd\right)(a+bc)-d^3c}{4b\left(2b^2-d^2\right)}
\end{aligned}$$

Quantités produites :

$$\begin{aligned}
q_1 &= a - bp_1 + dp_2 = a - b\frac{(2b+d)(a+bc)-d^2c}{4b^2-2d^2} + d\frac{\left(4b^2-d^2+2bd\right)(a+bc)-d^3c}{4b\left(2b^2-d^2\right)} \\
&= \frac{4ab\left(2b^2-d^2\right) - 2b^2(2b+d)(a+bc) + 2b^2d^2c + d\left(4b^2-d^2+2bd\right)(a+bc) - d^4c}{4b\left(2b^2-d^2\right)} \\
&= \frac{4ab^3 - 2abd^2 - 4b^4c + 4b^2cd^2 + 2ab^2d - ad^3 + 2b^3cd - bcd^3 - d^4c}{4b\left(2b^2-d^2\right)}
\end{aligned}$$

$$q_2 = a - bp_2 + dp_1 = a - b\frac{\left(4b^2-d^2+2bd\right)(a+bc)-d^3c}{4b\left(2b^2-d^2\right)} + d\frac{(2b+d)(a+bc)-d^2c}{4b^2-2d^2}$$

Les formules deviennent lourdes. Pour les alléger, on pose $b=1$ et $c=0$. On a alors :

$$p_1 = \frac{2+d}{2\left(2-d^2\right)}a \quad ; \quad p_2 = \frac{4+2d-d^2}{4\left(2-d^2\right)}a \quad ; \quad q_1 = \frac{4+2d-2d^2-d^3}{4\left(2-d^2\right)}a$$

$$
\begin{aligned}
q_2 &= a - p_2 + dp_1 = a - \frac{4+2d-d^2}{4(2-d^2)}a + d\frac{(2+d)}{2(2-d^2)}a = \frac{4(2-d^2)-(4+2d-d^2)+2(2+d)d}{4(2-d^2)}a \\
&= \frac{8-4d^2-4-2d+d^2+4d+2d^2}{4(2-d^2)}a = \frac{4+2d-d^2}{4(2-d^2)}a
\end{aligned}
$$

Profits des firmes :

$$
\begin{aligned}
\pi_1 &= p_1q_1 = \frac{(2+d)}{2(2-d^2)}a \times \frac{4+2d-2d^2-d^3}{4(2-d^2)}a = \frac{(2+d)\left(4+2d-2d^2-d^3\right)}{8(2-d^2)^2}a^2 \\
\pi_2 &= p_2q_2 = \frac{4+2d-d^2}{4(2-d^2)}a \times \frac{4+2d-d^2}{4(2-d^2)}a = \frac{\left(4+2d-d^2\right)^2}{16(2-d^2)^2}a^2
\end{aligned}
$$

Comparaison des résultats des deux timing : Pour faciliter la comparaison des résultats des jeux séquentiels et simultanés, on continue de poser $b = 1$ et $c = 0$.

On obtient alors dans le jeu simultané :

$$
p_1^S = p_2^S = \frac{a}{2-d} \quad ; \quad q_1^S = q_2^S = \frac{a}{2-d} \quad ; \quad \pi_1^S = \pi_2^S = \left(\frac{a}{2-d}\right)^2
$$

et dans le jeu séquentiel :

$$
p_1^L = \frac{(2+d)\,a}{2(2-d^2)} \quad ; \quad p_2^F = \frac{\left(4+2d-d^2\right)a}{4(2-d^2)}
$$

Comparaison des prix :

$$
\begin{aligned}
p_2^F &\geq p_2^S \Leftrightarrow \frac{\left(4-d^2+2d\right)a}{4(2-d^2)} \geq \frac{a}{2-d} \Leftrightarrow \frac{4-d^2+2d}{4(2-d^2)} \geq \frac{1}{2-d} \Leftrightarrow \left(4-d^2+2d\right)(2-d) \geq 4\left(2-d^2\right) \\
&\Leftrightarrow 8-2d^2+4d-4d+d^3-2d^2 \geq 8-4d^2 \Leftrightarrow d^3 \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
p_1^L \geq p_2^F \Leftrightarrow \frac{(2+d)\,a}{2(2-d^2)} \geq \frac{\left(4-d^2+2d\right)a}{4(2-d^2)} \Leftrightarrow 2+d \geq \frac{\left(4-d^2+2d\right)}{2} \Leftrightarrow 4+2d \geq 4-d^2+2d \Leftrightarrow 0 \geq -d^2
$$

On a donc :

$$
p_1^L \geq p_2^F \geq p_i^S
$$

La firme 1 souhaite inciter la firme 2 à augmenter son prix et les prix des deux firmes sont des compléments stratégiques. Dans le jeu séquentiel, la firme 1 choisit donc de fixer un prix plus élevé que dans le jeu simultané. En réponse, la firme 2 choisit elle aussi un prix plus élevé que dans le jeu simultané mais plus faible que le prix choisi par la firme leader.

Comparaison des profits :

$$
\pi_1^L \geq \pi_1^S \Leftrightarrow \frac{(2+d)\left(4+2d-2d^2-d^3\right)}{8(2-d^2)^2}a^2 \geq \left(\frac{a}{2-d}\right)^2
$$

$$
\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (2+d)\left(4+2d-2d^2-d^3\right)(2-d)^2 \geq 8\left(2-d^2\right)^2 \\
&\Leftrightarrow \left(8+4d-4d^2-2d^3+4d+2d^2-2d^3-d^4\right)\left(4-4d+d^2\right) \geq 8\left(4-4d^2+d^4\right) \\
&\Leftrightarrow \left(8+8d-2d^2-4d^3-d^4\right)\left(4-4d+d^2\right) \geq 32-32d^2+8d^4
\end{aligned}
$$

$$\Leftrightarrow \quad 4\left(8+8d-2d^2-4d^3-d^4\right)-4d\left(8+8d-2d^2-4d^3-d^4\right)+d^2\left(8+8d-2d^2-4d^3-d^4\right)\geq 32-32d^2+8d^4$$

$$\Leftrightarrow \quad 32+32d-8d^2-16d^3-4d^4-32d-32d^2+8d^3+16d^4+4d^5+8d^2+8d^3-2d^4-4d^5-d^6\geq 32-32d^2+8d^4$$

$$\Leftrightarrow 2d^4-d^6\geq 0 \Leftrightarrow \left(2-d^2\right)d^4\geq 0$$

$$\pi_2^F\geq\pi_1^L \Leftrightarrow \frac{\left(4+2d-d^2\right)^2}{16\left(2-d^2\right)^2}a^2\geq\frac{\left(2+d\right)\left(4+2d-2d^2-d^3\right)}{8\left(2-d^2\right)^2}a^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(4+2d-d^2\right)^2\geq 2\left(2+d\right)\left(4+2d-2d^2-d^3\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad 4\left(4+2d-d^2\right)+2d\left(4+2d-d^2\right)-d^2\left(4+2d-d^2\right)\geq 4\left(4+2d-2d^2-d^3\right)+2d\left(4+2d-2d^2-d^3\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad 16+8d-4d^2+8d+4d^2-2d^3-4d^2-2d^3+d^4\geq 16+8d-8d^2-4d^3+8d+4d^2-4d^3-2d^4$$

$$\Leftrightarrow \quad 4d^3+3d^4\geq 0$$

Ces deux conditions sont toujours vérifiées, on a donc :

$$\pi_2^F>\pi_1^L>\pi_1^S=\pi_2^S$$

Les profits des deux firmes sont plus élevés dans le jeu séquentiel que dans le jeu simultané. Le profit de la firme 2 est plus élevé que celui de la firme 1. Il est préférable de jouer le dernier et de laisser l'autre firme prendre le rôle de leader.

6.5.2 Concurrence spatiale

Braid (1986) compare les prix obtenus dans un modèle de concurrence spatiale[49] lorsque les firmes choisissent leur prix simultanément et lorsque l'une des firmes choisit son prix en premier[50]. Le modèle comprend un nombre infini de firmes situées à équidistance sur une droite. Les coûts de transport des consommateurs sont linéaires. L'auteur calcule d'abord les prix d'équilibre lorsque toutes les firmes choisissent leur prix simultanément. Il suppose ensuite qu'une firme est leader en prix et que toutes les autres choisissent ensuite leur prix simultanément. La firme qui prend la position de leader en prix choisit d'augmenter son prix de 18,30% par rapport au jeu simultané. Les deux firmes voisines (à gauche et à droite de la firme leader) augmentent en réaction leur prix de 4,90%. Les deux firmes qui viennent ensuite accroissent leur prix de 1,31%. Les deux suivantes de 0,35%. Etc. La hausse des prix se répercute de firmes en firmes, mais en s'atténuant assez rapidement. La firme leader augmentant plus son prix que les firmes voisines. La firme leader voit sa part de marché diminuer. Les ventes des firmes voisines augmentent. La firme leader voit son profit augmenter de 2,45%. Le profit des deux firmes voisines augmente de 10,05% ; celui des deux suivantes de 2,64% ; celui des deux d'après de 0,7% ; etc. Comme dans les modèles précédents, la position de leader permet d'augmenter son profit, mais le profit de certaines firmes *follower* augmente plus que celui de la firme

[49] Voir le chapitre sur la différenciation horizontale.

[50] L'auteur compare aussi les timing simultanés et séquentiels lorsque deux firmes font de la collusion (voir le chapitre sur les fusions).

leader. Le surplus social diminue quand une firme prend la position de leader. Les firmes fixant des prix différents, les consommateurs n'achètent plus nécessairement le bien à la firme la plus proche et donc les coûts de transport totaux augmentent.

7 Timing endogène : leadership en prix

Il est possible d'approfondir l'analyse en rendant le timing du jeu endogène.

Hamilton et Slutsky (1990) se sont aussi intéressés au timing endogène dans un modèle de concurrence en prix où deux firmes produisent des biens différenciés. Dans le jeu avec délai observable, il existe deux équilibres en stratégies pures correspondant aux deux timings de Stackelberg. Dans le jeu avec *action commitment*, il existe trois équilibres en stratégies pures : les deux timings de Stackelberg et un équilibre où les deux firmes annoncent simultanément leur prix dès la première période. Dans ce dernier équilibre, les firmes jouent cependant des stratégies faiblement dominées.

Matsumura, Murooka et Ogawa (2011) reviennent sur l'*action commitment game* d'Hamilton et Slutsky (1990). Ils s'en écartent en supposant que, si une firme annonce son prix en période 1, elle subit un coût ε (supposé faible). Une firme ne paie pas ce coût si elle attend la seconde période pour annoncer son prix. Si $\varepsilon = 0$, les jeux admet trois équilibres en stratégies pures : les deux timings séquentiels et la situation où les deux firmes annoncent leur prix en période 1. Si $\varepsilon > 0$, l'annonce simultanée des prix n'est plus un équilibre et seuls les deux timings de Stackelberg demeurent. Les auteurs se focalisent alors sur les équilibres en stratégies mixtes en soulignant que les expériences menées en laboratoire semblent indiquer que les joueurs semblent jouer ce type de stratégies et que le timing simultané apparaît fréquemment[51]. Les auteurs notent $\overline{\varepsilon}$ la valeur de ε au delà de laquelle les firmes préfèrent jouer simultanément en période 2 à prendre le rôle de leader. Ils notent q la probabilité qu'une firme décide d'annoncer son prix en période 1. Les auteurs obtiennent que q tend vers 0 lorsque ε tend vers $\overline{\varepsilon}$ et que q tend vers 1 lorsque ε tend vers 0. Cette dernière situation ressemble beaucoup aux résultats observés en laboratoire : les joueurs tirent au sort la date d'annonce de leur prix et le timing simultané est beaucoup plus fréquent que les timings séquentiels. Matsumura, Murooka et Ogawa (2011) concluent donc que le timing simultané semble plus robuste que la littérature théorique ne le considérait (puisqu'il disparaissait dès que $\varepsilon > 0$).

7.1 Choix du moment de l'annonce du prix

Robson (1990a) suppose que deux firmes se livrent une concurrence en prix. Les consommateurs réalisent leur choix de consommation à la date 0. Les deux firmes peuvent attendre la date 0 pour annoncer leur prix ou elles peuvent les fixer plus tôt. Le jeu comprend n dates avant la date 0. A chacune de ces dates, les firmes ont la possibilité d'annoncer leur prix ou d'attendre. Une fois qu'une firme a annoncé un prix, elle

[51] Huck, Müller et Normann (2002) et Fonseca, Huck et Normann (2005).

ne peut plus le modifier. Annoncer un prix à l'avance engendre un coût qui augmente avec la précocité de l'annonce.

On a vu que, lorsque les firmes vendent des biens différenciés substituables, elles préférent le timing séquentiel à celui du jeu simultané et que, lorsqu'elles sont identiques, chacune préfère le rôle de suiveur. Dans ces circonstances, il existe deux équilibres de Nash parfaits du jeu avec timing endogène. L'une des firmes se résigne à jouer le rôle de leader à la date -1 et l'autre firme annonce son prix uniquement à la date 0 et bénéficie du rôle de *follower*.

Si les firmes vendent des biens complémentaires, elles continuent de préférer le timing séquentiel au timing simultané mais les deux firmes préfèrent le rôle de leader. Le jeu ressemble alors beaucoup au jeu de préemption étudié par Fudenberg et Tirole (1985) dans le cas de l'introduction d'une innovation permettant de réduire les coûts. L'une des firmes annonce son prix à une date très précoce et le coût de cette annonce précoce est approximativement égal au gain d'être leader. La seconde firme accepte le rôle de *follower* et attend la date 0 pour annoncer son prix.

Enfin, l'auteur montre qu'on peut construire des systèmes de demande tels que l'une des firmes préfère le rôle de leader et l'autre firme préfère le rôle de *follower*. La firme qui préfère le rôle de leader annonce son prix à la date -1 ou à la date[52] -2 et les firmes qui préfèrent le rôle de *follower* attend la date 0 pour annoncer son prix.

7.2 Capacités différentes

Deneckere et Kovenock (1992) reprennent l'étude du duopole de Bertrand avec contraintes de capacités et comparent les résultats obtenus dans le jeu simultané et ceux obtenus dans les jeux séquentiels. Ils s'efforcent de rendre endogène le timing du jeu.

Si les capacités des deux firmes sont très importantes, le *follower* fixe systématiquement un prix plus faible que le leader[53]. Chacune des firmes préfère donc le rôle de *follower*, car la firme leader ne peut pas obtenir un profit plus grand que 0.

Lorsque les capacités des firmes sont faibles (le prix d'équilibre est supérieur au prix de Cournot lorsque les deux firmes produisent à pleine capacités), les deux firmes choisissent le prix qui permet d'écouler une production égale à la somme des capacités des deux firmes que le jeu soit simultané ou séquentiel. Le timing n'a donc pas d'impact sur les profits des firmes.

Le cas le plus intéressant est celui où les capacités des firmes sont intermédiaires. Dans ce cas, lorsque les firmes choisissent leur prix simultanément, le seul équilibre de Nash est en stratégies mixtes non dégénérées.

[52] Il existe un équilibre où l'annonce est à la date -2, car l'autre firme préfère le rôle de follower mais elle préfère être leader que de jouer le jeu simultané. Sa stratégie prévoit donc d'annoncer son prix en -1 si l'autre firme n'a pas encore annoncé son prix.

[53] Sauf si ce dernier choisissait un prix inférieur au coût marginal des firmes. Ce qu'il n'a cependant pas intérêt à faire.

Les auteurs montrent que, pour ces valeurs des capacités, les résultats des équilibres séquentiels dépendent des capacités relatives des firmes leader et suiveur. Lorsque c'est la firme qui a la capacité la plus faible qui est leader, elle choisit un prix suffisamment faible pour que la seconde firme préfère choisir le prix de monopole sur la demande résiduelle (les auteurs supposent que la règle de rationnement est le rationnement efficace) plutôt qu'un prix plus faible que la firme leader. En revanche, lorsque c'est la firme qui a la capacité la plus élevée qui est leader, elle choisit un prix élevé et accepte que l'autre firme choisisse un prix plus faible qu'elle. En comparant les profits des firmes dans les différentes situations, les auteurs montrent que l'espérance de profit de la firme ayant la capacité la plus élevée est la même dans les trois jeux possibles et que l'espérance de profit de la firme ayant la capacité la plus faible est identique dans le jeu simultané et dans le jeu où elle est leader et plus élevée dans le jeu où elle est follower. Les auteurs en déduisent que le timing endogène le plus probable est que la firme ayant la capacité la plus élevée choisit son prix en premier et que l'autre firme le choisit ensuite. La firme ayant la capacité la plus élevée prend donc le rôle du leader[54].

Furth et Kovenock (1992) étudient la même problématique mais en supposant que les firmes produisent des biens différenciés. Voir aussi Canoy (1996).

7.3 Coût d'attente

Pastine et Pastine (2004) étudient le timing de choix de prix dans un duopole. Dans leur modèle, les firmes ne s'engagent pas à l'avance sur le timing du jeu. La seule façon de s'engager est de fixer un prix. Dans un modèle à deux périodes, en l'absence de coût d'attente, il existe deux équilibres de Nash parfaits correspondant aux deux équilibres de Stackelberg. Les auteurs introduisent, dans ce modèle, un coût d'attente. Si la firme attend la période 2 pour fixer son prix, elle reçoit ses profits un peu plus tard et ses profits doivent être actualisés. L'ajout de ce coût d'attente modifie totalement le résultat du jeu. Avec ce coût d'attente, le seul équilibre de Nash est que les firmes fixent simultanément leur prix dès la période 1. L'intuition du résultat est assez proche de celle du modèle de Pal (1991) pour la concurrence en quantité et avec des coûts plus faibles en période 2. Si une firme suppose que l'autre firme va fixer le prix de leader de Stackelberg en période 1, elle a intérêt à fixer le prix de suiveur mais elle a intérêt à le faire dès la période 1. Elle ne gagne rien à attendre la période 2 et subit le coût d'attente si elle attend. Elle choisit donc de jouer dès la période 1. Cependant, si la firme leader anticipe que l'autre firme n'attend pas la période 2 pour fixer son prix, elle n'a pas intérêt à fixer le prix de leader de stackelberg en période 1. Il en résulte que les équilibres de Stackelberg ne sont pas des équilibres de Nash parfaits de ce jeu. En raisonnant de la même façon pour tous les cas possibles, on obtient que seul le cas où les deux firmes fixent leur prix simultanément dès la période 1 est un équilibre de Nash parfait. Les auteurs montrent qu'il n'existe pas non plus d'équilibre en stratégies mixtes. Pour restaurer la possibilité de choix de prix séquentiels, les auteurs modifient les hypothèses et supposent que les firmes peuvent choisir leur prix en temps continu. Dès qu'une firme a choisi son prix, l'autre firme

[54] Les auteurs étudient aussi le cas où la règle de rationnement est le rationnement proportionnel. La même tendance se dessine : la firme ayant la capacité la plus élevée a tendance à accepter le rôle de leader, mais l'analyse est plus complexe et les résultats un peu moins nets.

a intérêt à choisir le sien le plus vite possible. Pour éviter que les choix des firmes n'apparaissent comme simultanés, les auteurs supposent que le choix de son prix par une firme est immédiatement observable par l'autre firme mais que l'autre firme a un "temps de réaction" égal à une durée m exogène. Le jeu a alors une structure de "guerre d'attrition". Chacune des firmes souhaite que l'autre joue la première et le plus rapidement possible. Les firmes font donc face à l'arbitrage suivant : en attendant elles ont une chance que l'autre firme joue la première mais elles subissent des coûts d'attente. A l'équilibre, les firmes jouent des stratégies mixtes. On observe donc des choix de prix séquentiels. Et, si le jeu est joué plusieurs fois, ce n'est pas toujours la même firme qui joue le rôle du leader.

7.4 Coûts marginaux différents

***Action commitment* :** Van Damme et Hurkens (2004) étudient un modèle où deux firmes vendent des biens différenciés (substituables) et se livrent une concurrence en prix à la Bertrand. Ils supposent que la firme 1 a un coût marginal plus élevé que la firme 2 : $c_1 > c_2$. L'asymétrie de coût entre les firmes ne modifie pas fondamentalement les résultats. On a toujours pour les deux firmes : $\pi_i^F > \pi_i^L > \pi_i^S$. Les deux firmes préfèrent un timing séquentiel au timing simultané et chacune des deux firmes préfère le rôle de *follower*.

Les auteurs étudient le choix endogène du timing. Ils reprennent le modèle d'*action commitment* de Hamilton et Slutsky (1990). Ce qui signifie que les firmes ne peuvent pas s'engager sur le timing avant de choisir leur prix. Elles ne peuvent s'engager qu'en choisissant et en annonçant un prix. Le jeu se décompose en deux périodes. Les firmes peuvent annoncer leur prix dès la première ou attendre la seconde pour le faire. Ce jeu admet trois équilibres en stratégies pures : l'équilibre de Bertrand (prix identiques à ceux choisis lorsque les choix de prix sont simultanés) et les deux équilibres de Stackelberg où l'une des firmes est leader en prix et l'autre firme attend la seconde période et est *follower*.

L'apport principal de van Damme et Hurkens (2004) est d'appliquer le concept de *risk dominance* développé par Harsanyi et Selten (1988) pour sélectionner un équilibre en stratégies pures parmi les trois possibles. Cette procédure sélectionne l'équilibre de Stackelberg où la firme ayant le coût unitaire le plus faible assume le rôle de leader en prix[55]. Ce résultat est dû au fait que $\pi_1^F - \pi_1^L > \pi_2^F - \pi_2^L$. Le gain obtenu en endossant le rôle de *follower* plutôt que celui de leader est plus élevé pour la firme ayant le coût marginal le plus élevé. Elle a donc plus d'incitations à attendre que la firme ayant le coût marginal le plus faible. $\pi_1^F - \pi_1^L > \pi_2^F - \pi_2^L \Rightarrow \pi_1^F + \pi_2^L > \pi_2^F + \pi_1^L$. L'équilibre sélectionné est aussi celui qui maximise le profit joint des firmes. En revanche, c'est aussi celui qui minimise le surplus des consommateurs. Les auteurs remarquent aussi que, si la différence de coût est faible entre les deux firmes, alors la firme ayant le coût le plus élevé réalise, grâce à l'obtention du rôle de *follower*, un profit plus élevé que la firme ayant le coût le plus faible.

[55] Van Damme et Hurkens (1999) obtiennent le même résultat dans un modèle où les firmes se livrent une concurrence en quantités.

Observable delay : Amir et Stepanova (2006) étudient la même problématique, mais en utilisant l'autre modélisation proposée par Hamilton et Slutsky (1990). Ils supposent que les firmes peuvent s'engager sur le timing des choix de prix lors d'une étape préliminaire. Comme dans l'article précédent, les auteurs supposent que les coûts marginaux des firmes sont constants et $c_1 > c_2$.

Les auteurs commencent par revenir sur les préférences des deux firmes pour les différents rôles. Traditionnellement, les articles supposent que les fonctions de profit des firmes sont continues et quasi-concaves. Amir et Stepanova (2006) retiennent des hypothèses un peu plus générales. Ils notent $D_i(p_1, p_2)$ la fonction de demande de la firme i. Les auteurs étudient successivement trois cas. (1) Si pour les deux firmes $D_i(p_1, p_2)$ est strictement *log-supermodular* alors nécessairement au moins l'une des firmes (et souvent les deux) préfère le rôle de *follower* à celui de leader. Les fonctions de demande sont strictement *log-supermodular* si l'élasticité prix de la fonction de demande de la firme i augmente lorsque p_j s'accroit. C'est le cas pour la plupart des fonctions de demande. C'est notamment le cas si $\frac{\partial^2 D_i(p_1,p_2)}{\partial p_1 \partial p_2} \geq 0$. (2) Si pour les deux firmes $D_i(p_1, p_2)$ est strictement *log-submodular* alors nécessairement les deux firmes préfèrent le rôle de leader à celui de *follower*. Ce cas peut apparaître si $\frac{\partial^2 D_i(p_1,p_2)}{\partial p_1 \partial p_2}$ est très négatif. Les fonctions de meilleure réponse des firmes ne peuvent alors pas être croissantes. Cette hypothèse est assez restrictive mais certaines fonctions de demande la vérifient. (3) Si $D_2(p_1, p_2)$ est strictement *log-supermodular* et si $D_1(p_1, p_2)$ est strictement *log-supermodular* alors la firme 1 préfère nécessairement le rôle de leader à celui de *follower*.

Pour prolonger leur analyse, les auteurs spécifient un peu plus la forme des fonctions de demande et retiennent des formes linéaires[56] : $D_i(p_1, p_2) = a - p_i + bp_j$. Les auteurs comment par étudier si les firmes préfèrent toujours le rôle de *follower*. La firme 1 (celle ayant un coût élevé) préfère toujours le rôle de *follower*. La firme 2 préfère le rôle de leader si a est faible, mais préfère le rôle de *follower* si a est élevé[57]. L'intervalle des valeurs de a pour lesquelles la firme 2 préfère le rôle de leader s'accroit lorsque l'écart de coût entre les deux firmes augmente. Les firmes ne préfèrent donc pas toujours le rôle de *follower* lorsqu'elles se livrent une concurrence en prix. Une firme peut préférer être leader si son avantage en coût est suffisamment important.

La dernière partie de l'article s'intéresse à l'endogénéisation du timing en utilisant la modélisation avec délai observable d'Hamilton et Slutsky (1990). Le jeu admet deux équilibres en stratégies pures correspondant aux deux timing de Stackelberg. Si l'écart en prix est suffisamment important la firme 2 préfère le rôle de leader et la firme 1 préfère le rôle de *follower*. L'application du critère de *Pareto dominance* ou de celui de *risk dominance* sélectionne donc l'équilibre où la firme 2 est leader au détriment de l'équilibre où la firme 1 est leader[58]. Si l'écart en prix est plus faible, les deux firmes préfèrent être *follower*. Le critère de *Pareto*

[56] Van Damme et Hurkens (2004) utilisaient les mêmes fonctions de demande mais supposaient en outre $a = 1$.

[57] Le premier cas n'apparaissait pas dans van Damme et Hurkens (2004) qui avaient fixé $a = 1$. Ce qui limitait aussi l'écart possible entre les coûts des firmes puisque c_1 devait nécessairement être inférieur à 1 pour que les deux firmes produisent des quantités positives.

[58] Matsumura et Ogawa (2009) étudient la correspondance entre ces deux critères de sélection dans les jeux avec délai observable inspirés d'Hamilton et Slutsky (1990). Leur analyse ne se restreint pas aux jeux de concurrence en prix, mais recouvre tous les jeux de timing endogènes où les deux joueurs préfèrent le même timing de Stackelberg. Ils montrent que soit ce timing est le seul équilibre parfait du jeu, soit il est sélectionné par le critère de *risk-dominance* (lorsque les deux timings de Stackelberg sont

dominance ne permet plus de trancher entre les deux équilibres. Les auteurs appliquent donc le critère de *risk-dominance*. L'application de ce critère est nettement plus simple que dans l'article précédent car le jeu peut se ramener à un matrice 2×2. Il suffit alors de comparer $\left(\pi_1^L - \pi_1^S\right)\left(\pi_2^F - \pi_2^S\right)$ et $\left(\pi_1^F - \pi_1^S\right)\left(\pi_2^L - \pi_2^S\right)$. La procédure aboutit au même résultat que van Damme et Hurkens (2004), la firme ayant le coût le plus faible assume le rôle de leader et la firme ayant le coût le plus élevé obtient le rôle de *follower*. Comme dans l'article précédent, si l'écart de coût est faible, la firme ayant le coût le plus élevé réalise un profit plus élevé que sa concurrente grâce à son rôle de *follower*.

7.5 Coûts convexes et différents

Dastidar et Furth (2005)

Hirata et Matsumura (2011) étudient le timing choisi par les firmes dans un duopole où les deux firmes se livrent une concurrence en prix avec des biens homogènes et ont des fonctions de coûts convexes et différentes. La firme 1 a un coût marginal plus faible (ou égal) que la firme 2 lorsque le niveau de production des firmes est le même. Les firmes n'ont pas l'obligation de servir l'intégralité de la demande qui s'adresse à elles[59]. La règle de rationnement des consommateurs est la règle efficace.

La firme 1 étant plus efficiente, elle choisit de vendre plus que la firme 2 pour un même prix. La firme vers laquelle les consommateurs se tournent en premier vend la quantité qui correspond à l'égalité entre son prix et son coût marginal[60]. Il en résulte que le prix que la firme leader doit fixer pour inciter sa concurrente à ne pas mettre un prix plus faible est plus petit si la firme 1 est leader que si la firme 2 est leader (car la demande résiduelle est plus faible si c'est la firme 1 qui est leader). Lorsque la firme 2 est leader, elle choisit toujours un prix qui n'incite pas la firme 1 à fixer un prix plus faible. La firme 1 préfère toujours strictement le rôle de *follower* à celui de leader. La firme 2 préfère strictement le rôle de leader si la différence de coût entre les deux firmes est suffisamment forte. Le jeu simultané est assez complexe à résoudre, car il n'admet pas d'équilibre en stratégies pures.

Les auteurs utilisent le jeu *observable delay game* pour rendre le timing endogène. La situation où la firme 2 est leader et la firme 1 est *follower* est toujours un équilibre de Nash parfait du jeu. La situation où la firme 1 est leader et la firme 2 est *follower* peut aussi (mais pas toujours) être un équilibre de Nash parfait du jeu. Les deux firmes préfèrent le premier équilibre au second (lorsque le second équilibre existe). Le premier équilibre risque domine (*risk-dominates*) aussi le second. La situation la plus plausible est donc que la firme ayant les coûts les plus élevés prenne le rôle de leader.

des équilibres de Nash parfaits). Les critères de *Pareto-dominance* et de *risk-dominance* sélectionnent donc toujours le même équilibre dans les jeux avec délai observable lorsque les deux timings de Stackelberg sont des équilibres. Ce n'est pas toujours vrai dans d'autres types de jeux.

[59] Il en résulte que lorsque, les firmes jouent simultanément, il n'existe pas d'équilibres en stratégies pures et les firmes choisissent leur prix en jouant des stratégies mixtes.

[60] Sauf si la demande totale des consommateurs est inférieure.

7.6 Qualités différentes

Cabrales, Garcia-Fontes et Motta (2000).

8 Autres modélisations

Les modèles de concurrence oligopolistiques ne se réduisent pas aux modèles de choix de quantités et aux modèles de choix de prix. Certains modèles mélangent les deux approches. Certains modèles supposent que certaines firmes choisissent une quantité, tandis que d'autres firmes choisissent un prix. On parle alors de modèles de **Cournot-Bertrand**. D'autres modèles supposent que chacune des firmes choisit un prix et une quantité maximale qu'elle accepte de vendre à ce prix. On parle de modèles de **Bertrand-Edgeworth**.

Dans les modèles de Cournot et de Bertrand, les choix des firmes sont simultanés et on suppose donc en conséquence qu'une firme choisit son action en fonction de ses anticipations sur le comportement de ses concurrentes, mais qu'elle ne réagit pas aux actions des autres firmes. Il existe des modèles qui, bien que statiques et supposant que les firmes choisissent leurs actions simultanément, intègrent une réaction des autres firmes à l'action choisie par chacune des firmes. Ces modèles dits de **variations conjecturales** sont un peu hybrides. Il s'agit de modèles statiques qui essaient d'intégrer des modèles de dynamiques. Du point de vue de la théorie des jeux, le concept d'équilibre de ces modèles est un peu curieux. Il est préférable si on veut être rigoureux d'expliciter la dynamique des jeux plutôt que de la réduire à un paramètre dans un jeu statique.

8.1 Modèle de Cournot-Bertrand

Quelques auteurs ont mélangé les deux types de concurrence en supposant que certaines firmes choisissent une quantité tandis que d'autres firmes choisissent un prix. Singh et Vives (1984) est l'une des références centrales de cette littérature. Comme ils endogénisent le choix de la variable stratégique par les firmes, leur contribution est présentée dans la section où le mode de concurrence est endogène.

8.1.1 Biens homogènes

Allen (1992) calcule et compare les équilibres obtenus dans les différents cas envisageables : concurrence en prix, concurrence en quantités, concurrence à la Cournot-Bertrand, choix simultanés et choix séquentiels.

Le modèle comprend deux firmes produisant des biens homogènes. Le coût unitaire de production des firmes est constant et posé égal à 0. La fonction de demande est linéaire : $Q(p) = a - bp$.

Si les firmes se font concurrence à la Bertrand, elles choisissent des prix égaux à 0 et ne font pas de profit. Si elles se font concurrence à la Cournot, elles choisissent des quantités égales à $a/3$ et reçoivent un profit égal à $a^2/9b$.

L'auteur étudie ensuite le cas où la firme A choisit un prix et la firme B une quantité. Le prix d'équilibre du marché est le prix choisi par la firme A. La firme B vend une quantité correspondant au minimum de la quantité qu'elle a choisi et de la demande du marché au prix d'équilibre. Si toute la demande n'a pas été servie, la firme A sert la demande résiduelle. La règle de rationnement est la règle de rationnement efficiente. La firme A doit choisir son prix dans l'intervalle $[0, a/b]$. Elle ne peut donc pas choisir un prix inférieur au coût unitaire des firmes. Ce jeu admet une multiplicité d'équilibres de Nash. La firme B a toujours intérêt à choisir une quantité au moins égale à la demande de marché pour le prix fixé par A[61]. La firme B obtient donc toujours la totalité du marché et la firme A ne vend jamais rien. Dès lors, la firme A est indifférente quant au prix qu'elle fixe. Le profit de la firme A est nul tandis que la firme B obtient un profit pouvant allé du profit concurrentiel (égal à 0) au profit de monopole. Les firmes préfèrent être la firme qui choisit une quantité plutôt que la firme qui choisit un prix.

L'auteur s'intéresse aussi aux différents jeux séquentiels. Le jeu de Stackelberg en prix ne correspond pas à la modélisation standard. L'auteur suppose que la firme leader choisit un prix et vend la demande qui s'adresse à elle à ce prix. La firme *follower* choisit ensuite un prix en faisant face uniquement à la demande résiduelle. On a $p^L = a/2b$ (prix de monopole) et $p^F = a/4b$ (prix de monopole pour la demande résiduelle). Pour le jeu de Stackelberg en quantités, l'auteur présente deux cas. Dans le premier, la firme leader choisit une quantité, qui est vendue à un prix déterminé par la fonction de demande inverse. La firme *follower* choisit ensuite une quantité en ne faisant face qu'à la demande résiduelle. Le second cas est la modélisation habituelle (celle de la section 3.1).

Dans le jeu où la firme leader choisit un prix et la firme *follower* choisit une quantité, il n'y a pas d'échange après le choix du prix. Les transactions se font uniquement à la fin. Dans ce cas, la firme qui choisit la quantité choisit toujours de servir la totalité de la demande. Ce jeu est donc équivalent à la version avec choix simultanés. La firme A est indifférente quant au prix choisi et la firme B sert toute la demande. Les firmes préfèrent avoir le rôle de la firme qui choisit la quantité, elles préfèrent donc le rôle de *follower* au rôle de leader.

L'auteur étudie enfin le jeu où la firme leader choisit une quantité et la firme *follower* un prix. Si les deux firmes obtiennent des parts de marché positives à l'équilibre, on doit avoir $q_B = a/2$ et $p_A = a/4b$ (la firme A vend une quantité $a/4$). Un autre candidat à l'équilibre est que la firme B choisisse $q_B = a$ et la firme A choisit un prix dans $[0, a/b]$. L'auteur semble considérer que les deux types d'équilibre coexistent[62]. Le résultat mis en avant par l'auteur est que les firmes préfèrent être la firme qui choisit la quantité et donc elles préfèrent le rôle de leader.

Les préférences des firmes entre les rôles de leader et de *follower* dépend donc des variables stratégiques choisies par les firmes. Le fait d'être la firme qui choisit la quantité semble plus important que le fait d'être

[61] Les choses pourraient être différentes si la firme A pouvait choisir un prix inférieur au coût de production.

[62] La firme qui choisit le prix pourrait cependant profiter de son indifférence sur le prix lorsque B choisit $q_B = a$ pour la menacer de choisir $p = 0$ dans ce cas et l'inciter à jouer l'équilibre intérieur.

leader ou *follower*.

8.1.2 Biens différenciés

Tremblay et Tremblay (2011) présentent la résolution d'un modèle de duopole dans lequel les deux firmes vendent des biens différenciés. La firme 1 choisit une quantité q_1 tandis que la firme 2 choisit un prix p_2.

Les fonctions de demande inverse sont égales à :

$$p_1 = a - q_1 - dq_2 \quad \text{et} \quad p_2 = a - q_2 - dq_1$$

On peut transformer ce système pour le réécrire en fonction des deux variables stratégiques :

$$\left\{ \begin{array}{c} p_1 = a - q_1 - dq_2 \\ p_2 = a - q_2 - dq_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 = a - q_1 - d\left(a - p_2 - dq_1\right) \\ q_2 = a - p_2 - dq_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 = (1-d)\,a - \left(1-d^2\right) q_1 + dp_2 \\ q_2 = a - p_2 - dq_1 \end{array} \right\}$$

On peut alors écrire les fonctions de profit des firmes en fonction de leurs variables stratégiques respectives. En dérivant par rapport à la variable stratégique de la firme et en égalisant à 0, on obtient les fonctions de meilleure réponse des firmes :

$$\begin{aligned} MR_1 &: \ p_2 = \frac{c + ad - a}{d} + \frac{2\left(1-d^2\right)}{d} q_1 \\ MR_2 &: \ p_2 = \frac{a+c}{2} - \frac{d}{2} q_1 \end{aligned}$$

En résolvant ce système de deux équations, on obtient l'équilibre de Nash :

$$\begin{aligned} p_1^* &= \frac{a\left(2 - d - 2d^2 + d^3\right) + c\left(2 + d - d^2 - d^3\right)}{4 - 3d^2} > p_2^* = \frac{a\left(2 - d - d^2\right) + c\left(2 + d - 2d^2\right)}{4 - 3d^2} \\ q_1^* &= \frac{(a-c)(2-d)}{4 - 3d^2} > q_2^* = \frac{(a-c)\left(2 - d - d^2\right)}{4 - 3d^2} \\ \pi_1^* &= \frac{(a-c)^2 (2-d)^2 \left(1 - d^2\right)}{\left(4 - 3d^2\right)^2} > \pi_2^* = \frac{(a-c)^2 \left(2 - d - d^2\right)^2}{\left(4 - 3d^2\right)^2} \end{aligned}$$

La firme 1 dispose d'un avantage stratégique sur la firme 2. Ce résultat a été établi par Singh et Vives (1984). Tremblay et Tremblay (2011) établissent deux propriétés non mentionnées par Singh et Vives (1984). (1) L'équilibre est stable[63] si $d < \frac{\sqrt{17}-1}{4}$. L'équilibre est instable pour $d \in \left[\frac{\sqrt{17}-1}{4}, 1\right[$. (2) Lorsque $d = 1$ (produits homogènes), l'équilibre est stable. La firme 2 produit une quantité nulle et la firme 1 produit la quantité correspondant à l'équilibre concurrentiel. Le prix d'équilibre est égal au coût marginal des firmes.

8.2 Bertrand-Edgeworth

Dans la concurrence à la Bertrand, on suppose généralement que les firmes doivent servir la totalité de la demande qui s'adressent à elles. On a commencé à s'écarter de cette modélisation en introduisant des

[63] Naimzada et Tramontana (2012) s'intéressent à la stabilité de l'équilibre lorsque ce jeu devient dynamique et les firmes ajustent la valeur de leur variable stratégique à celle choisie par la firme concurrente lors de la période précédente.

contraintes de capacités pour les firmes. Il est possible d'aller un peu plus loin en laissant les firmes choisir leur prix et la quantité maximale qu'elles souhaitent vendre à ce prix. On va présenter dans la section 10 des modèles où les firmes choisissent des capacités maximales de production lors d'une première étape avant de choisir leurs prix lors d'une seconde étape. On présente maintenant des modèles dans lesquels les firmes choisissent leur prix et leurs quantités, mais dont le timing est différent.

Biens différenciés : Friedman (1988) autorise les firmes à choisir leur prix de vente et la quantité maximale qu'elles souhaitent vendre à ce prix. Ils étudient successivement trois timings différents. Dans le premier, les firmes choisissent les valeurs de leurs deux variables stratégiques simultanément. Dans les deux suivants, l'une des variables est choisie (et observée) avant l'autre.

Le modèle comprend n firmes vendant des biens différenciés. Le modèle est très général. Les fonctions de demande sont générales. Elles sont seulement supposées continues et dérivables. La règle de report des consommateurs rationnés vers les autres firmes est représentée par une fonction $h(.)$ non précisément spécifiée. Les fonctions de coût des firmes sont supposées convexes, mais restent assez générales.

L'auteur commence par supposer que les firmes choisissent simultanément leur prix et leur quantité maximale. Il montre que ce jeu n'admet pas d'équilibre de Nash en stratégies pures.

Dans le deuxième jeu, les firmes commencent par choisir la quantité maximale qu'elles souhaitent vendre. Une fois, les quantités choisies observées par les firmes concurrentes, les firmes choisissent leur prix. Pour certaines fonctions $h(.)$, il n'existe pas d'équilibre en stratégies pures. Cette inexistence apparaît lorsque les effets de reports de consommateurs entre les firmes sont forts. Lorsque ces effets ne sont pas trop forts, le jeu admet un équilibre en stratégies pures et cet équilibre est similaire à l'équilibre du jeu de Cournot (dans lequel les firmes choisissent leur quantité et où les prix sont déterminés par les fonctions de demande inverse).

Dans le troisième et dernier jeu, les firmes commence par choisir leur prix de vente. Après avoir observé les prix choisis par leurs concurrentes, les firmes choisissent la quantité maximale qu'elles souhaitent vendre. Ce jeu admet toujours un équilibre en stratégies pures et cet équilibre correspond à l'équilibre d'un jeu où les firmes ne choisissent que leur prix et où les quantités sont déterminées par les fonctions de demande.

Biens homogènes : Roy Chowdhury (2005) présente les résultats obtenus dans deux modèles différents. Dans les deux modèles, l'industrie est composée de deux firmes produisant un bien homogène avec des coûts marginaux constants et identiques c. Dans le premier, les firmes choisissent simultanément leur prix et la quantité qu'elles souhaitent produire (*production to stock*). L'auteur montre que ce modèle n'admet pas d'équilibre de Nash en stratégies pures. Le second modèle comprend deux étapes. Lors de la première, les firmes choisissent simultanément leur prix. Lors de la seconde, les firmes choisissent simultanément leurs niveaux de production (*production to order*). L'équilibre unique de la première étape est : $p_1 = p_2 = c$. La deuxième étape admet une infinité d'équilibres. Toutes les quantités vérifiant $q_1 + q_2 \leq D(c)$ constituent des équilibres.

8.3 *Supply function* (en projet)

Klemperer et Meyer (1986, 1989).

8.4 Variations conjecturales (en projet)

Dans les modèles de Cournot et de Bertrand, chaque firme supposait que ses concurrentes ne réagissaient pas à ses actions. Ce que l'on a justifié en posant l'hypothèse que les choix étaient simultanés. En pratique, il paraît naturel que les firmes réagissent aux actions des autres firmes. On a commencé à étudier ce cas avec l'étude du timing de Stackelberg. On va continuer de le faire dans le chapitre sur la collusion tacite. Pour étudier cet aspect de façon rigoureuse, il faut concevoir des jeux dynamiques et rechercher leurs équilibres. Cependant, l'étude de ces jeux est parfois complexe. Une branche de l'économie industrielle a introduit des éléments de dynamique dans des jeux statiques en introduisant un paramètre indiquant la réaction qu'une firme anticipe que les autres firmes vont avoir à son choix d'actions. Cela permet de prendre en compte la réaction des autres firmes tout en conservant un modèle statique, donc relativement simple à résoudre. Le problème de cette modélisation c'est qu'elle ne correspond à aucun concept d'équilibre de la théorie des jeux.

Perry (1982)

Dixit (1986) recherche les propriétés de statique comparative que vérifient tous les modèles de variations conjecturales où la variable stratégique est la quantité et le bien est homogène. Il montre qu'une variation d'un paramètre qui donne un avantage à l'une des firmes provoque une augmentation de la production de cette firme, une diminution des productions des autres firmes, une diminution de la production totale, une augmentation du profit de la première firme et une diminution des profits des autres firmes.

Fuess et Loewenstein (1991) étudient la possibilité qu'une augmentation de la valeur de certains paramètres de la fonction de coût (interprétée comme une modification de la règlementation) des firmes permette une augmentation du profit des firmes. Ils étudient un duopole, dans lequel la demande inverse est linéaire, les deux firmes ont la même fonction de coût égale à $C(q_i) = F + bx_i + cx_i^2$, et les firmes ont des variations conjecturales "consistentes". Les auteurs trouvent qu'une augmentation de F ou de b réduit nécessairement le profit des firmes. En revanche, une augmentation de c augmente le profit des deux firmes, si la valeur initiale de c faible. A titre de comparaison, ils effectuent le même exercice en supposant que les firmes jouent l'équilibre de Cournot. En Cournot, une augmentation de c réduit le profit des firmes (dans ce modèle où la demande inverse est linéaire).

Cabral (1995), Dockner (1992).

9 Comparaison : Cournot vs Bertrand

Les modèles de concurrence à la Cournot et à la Bertrand conduisent à des résultats assez différents. Quelques études ont comparé les résultats obtenus avec les mêmes fonctions de coût et de demande mais en faisant varier le mode de concurrence. On présente, dans cette section, quelques unes de ces études[64] ; avant de discuter le choix du modèle dans la section suivante.

9.1 Résultat général

Lorsque les biens sont homogènes et le coût marginal constant, le prix d'équilibre est égal au coût marginal dans le modèle de Bertrand (s'il y a au moins deux firmes) et strictement supérieur au coût marginal dans le modèle de Cournot. Le prix d'équilibre en Cournot est donc supérieur à celui de la concurrence en Bertrand. Le surplus social est supérieur si la concurrence est en prix que si elle est en quantité. Premièrement, parce que l'écart entre le prix et le coût marginal est plus faible. Deuxièmement, parce que dans le modèle de Bertrand, toute la prodution est assurée par les firmes ayant le coût marginal le plus faible.

Singh et Vives (1984) étendent ce résultat au cas où les biens sont différenciés. Ils étudient un modèle dans lequel les firmes ont des coûts marginaux constants et identiques et produisent des biens différenciés. Les fonctions de demande inverses sont :

$$p_1 = \alpha_1 - \beta_1 q_1 - \gamma q_2 \quad \text{et} \quad p_2 = \alpha_2 - \beta_2 q_2 - \gamma q_1$$

Les auteurs montrent que, dans ce modèle, la concurrence à la Cournot conduit à des quantités plus faibles et à des prix plus élevés que la concurrence à la Bertrand. Le surplus social est plus élevé en Bertrand qu'en Cournot. Les profits des firmes sont plus élevés dans le cas de la concurrence à la Cournot lorsque les biens sont des substituts. Mais, les profits sont plus élevés dans le cas de la concurrence en prix lorsque les biens sont des compléments.

Vives (1985) démontre le même résultat dans un oligopole comprenant n firmes vendant des biens différenciés avec des fonctions de demande plus générales. Si les équilibres de Bertrand et de Cournot sont uniques, les prix sont plus faibles en Bertrand qu'en Cournot. Si les équilibres ne sont pas uniques, il existe un équilibre de Bertrand où les prix sont plus faibles que dans les équilibres de Cournot. Lorsque n tend vers l'infini, la différence entre les deux équilibres[65] tend à disparaître. L'équilibre de Bertrand et l'équilibre de Cournot tendent (à la même vitesse) vers l'équilibre concurrentiel.

Ces études représentent la tendance générale : **la concurrence en prix conduit généralement à des prix plus faibles que la concurrence en quantités (pour un nombre de firmes donné)**. Certains auteurs avancent que le degré de concurrence dans la plupart des industries (ne faisant pas de collusion) est

[64] Voir aussi Cheng (1985), Okuguchi (1987) et Amir et Jin (2001).

[65] Dans la section où il étudie les résultats asymptotiques, l'auteur suppose que les fonctions de demande sont symétriques, ce qui assure l'unicité des équilibres.

intermédiaire entre celui de la concurrence à la Bertrand et celui de la concurrence à la Cournot. En calculant les prix d'équilibre dans le modèle de Bertrand et dans celui de Cournot, on obtiendrait un intervalle dans lequel le prix d'oligopole se trouverait.

9.2 Exceptions et limites du résultat général

Il existe, cependant, quelques exceptions à la tendance générale d'une concurrence plus vive en Bertrand qu'en Cournot.

9.2.1 Quelques exceptions

Différenciation horizontale et verticale : Häckner (2000) étend le modèle précédent à un oligopole comprenant plus de deux firmes. Les fonctions de demande inverses ont la forme suivante :

$$p_i = \alpha_i - q_i - \gamma \sum_{j \neq i} q_j$$

L'auteur interprète le paramètre γ comme une mesure de la différenciation horizontale entre les firmes et les différences des α_i comme une mesure de différenciation verticale. Lorsque les biens sont des substituts, les prix d'équilibre sont plus faibles en Bertrand qu'en Cournot, comme pour le duopole. En revanche, lorsque les biens sont des compléments et que les différences entre les α_i sont fortes, les firmes vendant des qualités faibles ont des prix plus élevés en Bertrand qu'en Cournot. Lorsque les biens sont des compléments, les profits sont plus élevés en Bertrand qu'en Cournot. Lorsque les biens sont des substituts, les profits sont plus élevés en Cournot qu'en Bertrand lorsque les différences entre les α_i sont faibles ; en revanche, lorsque les différences entre les α_i sont élevées, les firmes vendant des qualités élevées peuvent réaliser des profits plus élevés lorsque la concurrence est en prix.

Fortes asymétries entre les firmes : Zanchettin (2006) reprend le même système de fonctions de demande que Singh et Vives (1984) mais il élargit l'ensemble des paramètres considérés (mais se limite au cas où les biens sont des substituts). Singh et Vives (1984) se limitaient à l'ensemble des paramètres pour lesquels les deux firmes avaient des demandes strictement positives. Zanchettin (2006) considère aussi une zone où seulement l'une des firmes a une demande positive lorsque la concurrence est à la Bertrand mais où les deux firmes ont des demandes positives lorsque la concurrence est à la Cournot. En outre, l'auteur suppose que les deux firmes peuvent avoir des coûts marginaux différents. Il définit une variable $a \equiv (\alpha_1 - c_1) - (\alpha_2 - c_2)$ qui mesure le degré d'asymétrie entre les deux firmes. Lorsque $a = 0$ les deux firmes sont symétriques, lorsque $a \to 1$ la firme 1 devient nettement plus efficiente que la firme 2 et la firme 2 n'est plus en mesure d'obtenir une part de marché positive quel que soit le mode de concurrence. L'auteur considère l'ensemble des paramètres tel que : $a < 1 - \frac{\gamma}{2}$; tandis que Singh et Vives (1984) considéraient l'ensemble (plus restreint) vérifiant : $a < 1 - \gamma$.

Lorsque la concurrence est à la Cournot, le niveau de production, la marge et le profit de la firme 1 [firme 2] sont des fonctions croissantes [décroissantes] de a. La firme 2 conserve, cependant, toujours une part de marché positive. On obtient les mêmes résultats qualitatifs pour la concurrence à la Bertrand pour $a \in \left[0, 1 - \frac{\gamma}{2-\gamma^2}\right]$. Pour les valeurs de a supérieures à $1 - \frac{\gamma}{2-\gamma^2}$, la firme 2 a une part de marché nulle et la firme 1 adopte une politique de prix limite (cela signifie qu'elle choisit un prix tel que la firme 2 préfère ne rien vendre).

Pour l'ensemble des valeurs des paramètres, les prix de la concurrence à la Bertrand sont plus faibles que les prix de la concurrence à la Cournot (résultat identique à celui de Singh et Vives). La firme 1 produit toujours plus en Bertrand qu'en Cournot. La firme 2 produit plus en Bertrand qu'en Cournot si et seulement si $a < 1 - \gamma$. Si l'asymétrie entre les firmes est faible, les profits des firmes sont plus élevés en Cournot qu'en Bertrand. Mais, lorsque l'asymétrie devient forte ($a > 1 - \frac{4\gamma}{8-4\gamma^2+\gamma^4}$), le profit de la firme 1 est plus élevé en Bertrand qu'en Cournot. En outre, lorsque l'asymétrie devient très forte ($a > 1 - \frac{\gamma(4+\gamma^2)}{8-2\gamma^2+\gamma^4}$), les profits de l'idustrie sont plus élevés en Bertrand qu'en Cournot.

Deux effets s'opposent lorsqu'on compare les profits de l'industrie en Bertrand et en Cournot. En Bertrand, la concurrence est plus vive et donc les prix sont plus faibles. L'*effet prix* est donc favorable à la concurrence en Cournot. Cependant, la concurrence à la Bertrand provoque aussi une modification de la répartition des parts de marché. La part de marché de la firme efficiente (firme 1) augmente tandis que celle de la firme inefficiente (firme 2) diminue. La concurrence à la Bertrand permet donc une meilleure répartition de la production entre les deux firmes : *effet sélection*. Lorsque l'asymétrie entre les deux firmes est très forte, l'effet sélection domine l'effet prix et les profits de l'industrie sont plus élevés en Bertrand qu'en Cournot.

L'auteur termine son étude en analysant comment les profits des firmes varient lorsque le degré de différenciation des produits augmente. En Bertrand, le profit de la firme 2 augmente lorsque la différenciation augmente. Le profit de la firme 1 est une fonction non monotone de la différenciation des deux firmes. Le profit de la firme 1 décroît lorsque la différenciation augmente lorsque les firmes sont peu différenciées et croît lorsque la différenciation augmente lorsque les firmes sont suffisamment différenciées. Les profits de l'industrie sont aussi décroissants puis croissants lorsque le degré de différenciation augmente. En Cournot, le profit de la firme 2 est une fonction croissante du degré de différenciation. Tandis que le profit de la firme 1 et les profits de l'industrie décroissent puis croissent avec le degré de différenciation si l'asymétrie entre les firmes est suffisamment forte ($a > 0,2$ et $a > 0,43$ respectivement).

Lorsque le degré de différenciation est élevé, la concurrence est faible et les prix sont élevés. Ce qui est bon pour les profits de l'industrie. Mais, lorque le degré de différenciation est très faible, la firme efficient a une part de marché très élevée. La répartition de la production entre les deux firmes est meilleure que pour des degrés de différenciation plus élevée où la part de marché de la firme 2 est plus élevée. Pour des degrés de différenciation faibles, l'évolution négative des parts de marchés peut dominer l'évolution positive des prix lorsque la différenciation augmente et les profits de l'industrie peuvent diminuer.

Fonctions de coût convexes : Dastidar (1997) compare les prix obtenus dans les équilibres de Bertrand et de Cournot dans un duopole où les firmes produisent des biens homogènes et ont des fonctions de coût strictement convexes. Le modèle est assez proche de celui de Dastidar (1995). Il peut donc exister plusieurs équilibres de Bertrand. L'auteur montre que, lorsque les firmes ont des fonctions de coût identiques, il existe un équilibre de Bertrand pour lequel le prix d'équilibre est inférieur au prix d'équilibre obtenu lorsque les firmes se font concurrence à la Cournot. En revanche, lorsque les firmes ont des fonctions de coût différentes, la comparaison des deux équilibres peut dépendre de la règle de partage du marché entre les deux firmes. Dans le jeu de Bertrand, les consommateurs s'adressent à la firme qui propose le prix le plus faible. Lorsque les deux firmes proposent le même prix, il faut déterminer la règle de partage des consommateurs entre les deux firmes. Le choix de cette règle a un impact important sur l'équilibre car les firmes sont, par hypothèse, obligées de fournir les quantités qui leur sont demandées. Or, les fonctions de coût sont strictement convexes. Une firme peut donc réaliser un profit positif pour un prix donné si elle produit une quantité faible mais réaliser une perte si elle doit produire une quantité importante. Les hypothèses du jeu de Cournot permettent toujours à une firme de ne produire qu'une faible quantité. En revanche, en Bertrand, la quantité que doit produire une firme dépend de la règle de partage retenue. L'auteur présente deux règles de partage particulières. La première, *capacity sharing rule*, stipule que les firmes obtiennent des demandes proportionnelles à leurs "capacités". Les "capacités" sont définies comme étant les quantités que les firmes choisiraient de produire pour le prix d'équilibre si elles se comportaient de façon concurrentielle (donc si elles choisissaient leur niveau de production en égalisant leur coût marginal au prix du marché). Avec cette règle, il existe toujours un équilibre de Bertrand dans lequel le prix d'équilibre est inférieur à celui de l'équilibre de Cournot. La seconde règle de partage envisagée, *equal sharing rule*, stipule que chaque firme doit servir la moitié de la demande. L'auteur montre qu'avec cette règle le prix d'équilibre en Cournot peut être plus faible qu'en Bertrand. Il fournit un exemple pour illustrer cette possibilité. Dans cet exemple, les firmes ont des fonctions de coût très asymétriques. Dans l'équilibre de Cournot, les deux firmes produisent des quantités strictement positives. En revanche, le jeu de Bertrand admet un équilibre unique dans lequel la firme ayant la fonction de coût la plus faible se comporte comme un monopole. Cette firme fixe son prix de monopole. La firme concurrente peut faire des profits en vendant à ce prix, si elle peut produire une quantité faible mais si elle doit servir la moitié de la demande, ses coûts de production deviennent supérieurs à ses recettes. La firme concurrente fixe donc un prix supérieur et abandonne la totalité du marché à la firme ayant le coût le plus faible. Il en résulte que le prix est plus faible en Cournot qu'en Bertrand.

9.2.2 Limites

Collusion tacite : La tendance générale a été dégagée en supposant que les firmes se comportaient de façon non-coopérative. Si les firmes passent des accords de collusion tacite, il existe de nombreux cas où le prix de monopole est plus facile à soutenir lorsque la variable stratégique est le prix que lorsque la variable stratégique est la quantité produite.

Nombre de firmes endogène : La tendance générale a aussi été dégagée en supposant que le nombre de firmes est le même dans les deux modèles. Cependant, si le nombre de firmes est endogène, il y aura généralement plus de firmes actives dans le modèle de Cournot que dans celui de Bertrand, ce qui peut renverser le résultat. On a vu, par exemple, que si les biens sont homogènes, une seule firme entre sur le marché dans le modèle de Bertrand dès qu'il existe un coût fixe d'entrée même très faible. Le prix d'équilibre est alors égal au prix de monopole et donc supérieur au prix d'équilibre du modèle de Cournot.

9.3 Extensions

9.3.1 Timing séquentiels

Dastidar (2004) s'intéresse à la comparaison des résultats obtenus dans la concurrence en prix et dans la concurrence en quantités lorsque les firmes jouent séquentiellement. Il suppose que les deux firmes produisent des biens homogènes et ont des fonctions de coûts convexes identiques. Le prix d'équilibre du modèle avec concurrence en quantités est toujours supérieur au prix choisi par la firme leader en prix. Si la fonction de meilleure réponse du *follower* dans le modèle de concurrence en quantités n'a pas une pente trop négative[66] alors le prix d'équilibre du modèle où les firmes choisissent des quantités est aussi supérieur au prix choisi par le *follower* dans la concurrence en prix (le *follower* choisit un prix plus élevé que le leader[67]). Dans ce cas, on retrouve les mêmes résultats que lorsque les choix sont simultanés. La concurrence en prix est plus concurrentielle que la concurrence en quantités : les prix sont plus faibles, les quantités vendues plus importantes, les profits des firmes plus faibles et le surplus des consommateurs plus élevés. Si la fonction de demande est très concave, on peut obtenir des résultats différents. La quantité totale vendue avec concurrence en quantités peut être plus élevée que celle obtenue avec la concurrence en prix. Le prix de l'équilibre en quantités est compris entre les deux prix de l'équilibre avec choix des prix. Le profit du leader est plus élevé lorsque la concurrence est en quantités tandis que le profit du *follower* est plus élevé lorsque la concurrence est en prix.

9.3.2 Timing endogène

Yang, Luo et Wu (2009) reprennent la comparaison entre les résultats de la concurrence à la Bertrand et ceux de la concurrence à la Cournot mais en supposant que le timing des choix est endogène. Le modèle comprend deux firmes produisant des biens différenciés. Les fonctions de demande des deux biens sont linéaires ($a - p_i + bp_j$). Les firmes ont des coûts marginaux constants mais différents. Le jeu comprend

[66] Il faut pour cela que la fonction de demande ne soit pas trop concave. Les fonctions de demande linéaires vérifient toujours cette condition.
[67] Voir section précédente.

deux phases. Lors de la première, les firmes choisissent simultanément le moment où elles fixeront leur prix [leur quantité]. Lors de la seconde, les firmes choisissent leur prix [leur quantité] en respectant le timing fixé lors de la phase précédente. Si la concurrence est à la Cournot, le timing d'équilibre est des choix simultanés. Si la concurrence est à la Bertrand, il existe deux timings d'équilibre[68]. Les firmes choisissent leur prix simultanément mais le leader peut être l'une ou l'autre des firmes. Lorsque le timing est endogène, la comparaison pertinente est entre l'équilibre du jeu de Cournot simultané et les équilibres des jeux de Bertrand séquentiels. Comme les firmes peuvent jouer des rôles différents, produisent des biens différenciés et qu'elles ont des coûts marginaux différents, une comparaison directe des prix ou des quantités n'est pas possible. Les auteurs retiennent trois critères de comparaison. Le premier est le ratio entre la marge d'une firme (son prix moins son coût marginal) et son niveau de production. Les auteurs trouvent que les valeurs de ces ratios (pour les deux firmes et pour les deux timings) sont plus faibles dans la concurrence à la Bertrand que dans la concurrence à la Cournot. Les deux autres critères sont des moyennes pondérées des quantités produites et des prix. Les pondérations utilisées pour calculer la production moyenne sont $\left(\frac{a}{1-b} - c_1\right)$ et $\left(\frac{a}{1-b} - c_2\right)$. Les pondérations sont donc égales au prix lorsque la quantité est nulle moins le coût marginal de production. Les productions moyennes sont plus élevées dans les deux équilibres de Bertrand que dans l'équilibre de Cournot. Les pondérations utilisées pour calculer les prix moyens sont égales à $(a - c_1 + bc_2)$ et $(a - c_2 + bc_1)$. Ces pondérations correspondent aux quantités demandées lorsque les biens sont vendus à un prix égal à leur coût marginal. Les prix moyens sont plus faibles dans les deux équilibres de Bertrand que dans l'équilibre de Cournot. Les résultats semblent donc similiaires au résultat de Singh et Vives (1984). La concurrence à la Bertrand semble plus intense que la concurrence à la Cournot. La prise en compte du timing endogène ne renverse pas le résultat de base.

Les auteurs n'ont pas réussi à obtenir de résultat général en comparant les surplus des consommateurs ou les surplus sociaux. En revanche, ils ont pu établir que la somme du surplus des consommateurs et du surplus social est plus élevée dans les deux équilibres de Bertrand que dans l'équilibre de Cournot.

10 Choix d'un modèle : Cournot ou Bertrand ?

Les modèles de concurrence en quantités à la Cournot et en prix à la Bertrand semblent antinomiques. Leurs résultats et leurs propriétés sont très différents. Cela pose un problème à l'économiste qui souhaite modéliser un secteur industriel et étudier le comportement des firmes. Plusieurs travaux se sont efforcés d'établir des liens entre les deux formes de concurrence ou ont proposé des modèles plus généraux qui admettent l'équilibre de Cournot et l'équilibre de Bertrand comme équilibre pour certaines valeurs de leurs paramètres.

[68] Les auteurs se limitent aux équilibres en stratégies pures.

10.1 Choix de capacité puis concurrence en prix

La première série de travaux étudie l'équilibre de jeux comprenant deux étapes. La première étape est présentée comme un choix de long terme et la firme choisit la capacité de ses sites de production. La seconde étape est présentée comme une concurrence à court terme et la firme choisit un prix ou un niveau de production en respectant les contraintes imposées par la capacité de ses installations.

10.1.1 Résultat de Kreps et Scheinkman

La contribution la plus importante est celle de Kreps et Scheinkman (1983) [KS]. Ils ont montré que, sous certaines hypothèses, un jeu en deux étapes dans lequel les firmes choisissent des capacités avant de se livrer une concurrence en prix présente les mêmes résultats qu'un jeu de Cournot. A la première étape, les firmes choisissent des niveaux de capacité égaux aux quantités d'équilibre du modèle de Cournot. A la seconde étape, les firmes choisissent des prix égaux à $P(\overline{q}_1 + \overline{q}_2)$. Les quantités produites, le prix d'équilibre et les profits des firmes dans l'équilibre de Nash parfait de ce jeu sont les mêmes que dans le jeu statique de Cournot. Le modèle de Cournot peut donc être vu comme une forme condensée du choix par les firmes de capacité de production puis de prix. Les deux modèles sont ainsi réconciliés. Les hypothèses semblent relativement plausibles, les firmes se livrent une concurrence en prix et les résultats sont ceux du modèle de Cournot, qui semblent plus réalistes que ceux du modèle de Bertrand.

KS ont établi leur résultat en supposant que la fonction de demande est concave et que les firmes ont les mêmes fonctions de coût avec un coût unitaire constant pour l'installation des unités de capacité. Wu, Zhu et Sun (2012) montrent que le résultat reste valide pour des fonctions de demande non concave et pour des fonctions de coûts convexes et potentiellement différentes pour les deux firmes. Pour obtenir le résultat, il est cependant nécessaire que le coût marginal d'installation des unités de capacité ne soit pas trop grand et que le coût marginal de production (en deça de la capacité) lors de la deuxième étape du jeu soit nul ou très proche de zéro.

10.1.2 Le résultat dépend de la règle de rationnement

Le résultat de KS dépend, cependant, de la règle de rationnement retenue. Davidson et Deneckere (1986) montrent que les résultats sont modifiés si on choisit une règle de rationnement différente. Les auteurs montrent d'abord que le résultat de KS n'est valable que pour la règle de rationnement qu'ils considèrent, qui est la règle de rationnement efficace. Pour le montrer, les auteurs supposent que les firmes choisissent les capacités correspondant aux quantités de Cournot et que l'une des firmes choisit le prix correspondant au prix d'équilibre de Cournot. Ils montrent alors que l'autre firme choisit un prix légèrement supérieur pour toutes les règles de rationnement autres que celle retenue par KS. Davidson et Deneckere (1986) étudient, ensuite, les équilibres du modèle en deux étapes : capacités puis concurrence en prix, lorsque la règle de rationnement est proportionnelle. Ils obtiennent des résultats très différents de ceux de KS. Les différences les plus importantes interviennent lorsque le coût des capacités est faible. Pour ces valeurs des paramètres, les fonctions de meilleure réponse des firmes lors de la première étape du jeu sont discontinues, ce qui conduit à des équilibres en stratégies pures qui sont asymétriques. Notamment, lorsque la fonction de demande est égale à $D(p) = 1 - p$ et que le coût des capacités est nul, on obtient que l'une des firmes choisit une capacité égale à 0,43 tandis que l'autre firme choisit une capacité égale à 0,86 (donc, le double de sa concurrente). Il convient aussi de remarquer que les deux firmes choisissent des capacités supérieures aux quantités de Cournot, égales à 0,33. Pour ces capacités, l'équilibre de la seconde étape du jeu est nécessairement en stratégies mixtes. Les prix des firmes sont donc des variables aléatoires et les deux auront donc finalement, très probablement des prix différents. Si l'on considère des valeurs plus élevées pour le coût des capacités, les résultats se rapprochent de ceux de KS. Les capacités choisies par les firmes deviennent symétriques. Cependant, les capacités choisies demeurent plus élevées que les quantités de Cournot et les firmes continuent de jouer des stratégies mixtes lors de la seconde étape du jeu. Lorsque le coût des capacités devient très élevé, les firmes choisissent des capacités faibles et jouent des stratégies pures lors de la seconde étape du jeu.

10.1.3 Variantes

Le résultat de KS a été étendu aux cas où les biens sont différenciés et aux cas où les coûts des firmes peuvent être différents[69].

Le résultat est robuste à la différenciation des biens : Yin et Ng (1997) retrouvent le résultat de KS dans un modèle avec différenciation des produits. Le système de demande qu'ils considèrent est de la forme :

$$p_i = \alpha - q_i - \gamma q_j \quad \text{ou} \quad q_i = \frac{\alpha}{1+\gamma} - \frac{p_i - \gamma p_j}{1-\gamma^2}$$

Le système de demande est déduit de la maximisation de l'utilité d'un consommateur représentatif. Comme il n'y a qu'un seul consommateur, le problème du choix d'une règle de rationnement disparaît. Implicitement, supposer qu'il n'y a qu'un consommateur revient à choisir une règle de rationnement efficace, donc identique à celle de KS. Les auteurs montrent que, dans ce modèle, le choix de capacités puis de prix conduit aux mêmes résultats que le choix de quantités à la Cournot. Yin et Ng (1997) montrent donc que le résultat de KS n'est pas seulement valide pour les modèles avec biens homogènes mais aussi pour certains modèles où les biens sont différenciés.

Différenciation verticale : Boccard et Wauthy (2010) obtiennent aussi des résultats semblables dans un modèle de différenciation verticale (voir ce chapitre).

[69] Voir aussi Gruyer (2009), Deneckere et Kovenock (1996), Madden (1998).

Coûts inobservables : Lepore (2010) reprend la comparaison de l'équilibre de Cournot et de l'équilibre obtenu lorsque les firmes choisissent leurs capacités puis leurs prix, en supposant que chacune des firmes ne connaît pas le coût de sa concurrente. Dans le modèle de Cournot, produire une unité du bien a un coût marginal constant c. Ce coût est une variable aléatoire. Les deux firmes tirent aléatoirement une réalisation de c dans une distribution qui est connaissance commune. Les tirages des deux firmes sont indépendants. Chacune des firmes observe son coût mais pas celui de sa concurrente. Dans le second modèle, la construction d'une unité de capacité a un coût marginal constant c, tiré aléatoirement dans la même distribution. Produire ensuite a un coût marginal nul jusqu'à la limite de la capacité et a un coût infini au delà. L'auteur montre que les équilibres des deux jeux sont similaires si certaines restrictions sur la distribution du coût c sont vérifiées. Par exemple, lorsque la fonction de demande est linéaire : $P(q) = \alpha - q$, les deux équilibres sont similaires si et seulement si : $\overline{c} \leq 3\underline{c}$ (avec la règle de rationnement efficiente) et $\overline{c} \leq 3\underline{c} - \frac{\alpha}{2}$ (avec la règle de rationnement proportionnelle). De façon plus générale, les résultats des deux jeux sont similaires, si la valeur minimale $\underline{c}$ de c est suffisamment élevée par rapport à la valeur maximale $\overline{c}$.

10.1.4 Même résultat avec une autre règle de fixation du prix

Moreno et Ubeda (2006) reprennent le modèle en deux étapes de KS, mais ils modélisent différemment l'étape de concurrence en prix. Les auteurs supposent que, lors de la seconde étape, chaque firme annonce simultanément le prix minimum auquel elle accepte de vendre sa production. Un organisme collecte ces différentes annonces et construit la courbe d'offre de l'industrie. Le prix d'équilibre est déterminé en égalisant cette offre et la demande[70]. Quelles que soient les capacités choisies lors de la première étape, cette seconde étape admet des équilibres de Nash en stratégies pures et il n'y a pas de rationnement des consommateurs. Lors de cette seconde étape, une firme au maximum détient des capacités excédentaires. Si deux firmes détenaient des capacités excédentaires, au moins l'une d'elles aurait intérêt à diminuer son prix de réserve et la situation de départ ne serait pas un équilibre. Donc, une firme au maximum détient une capacité excédentaire, mais cette firme a intérêt à réduire son investissement de première période pour supprimer cette capacité excédentaire. Il en résulte qu'aucune firme ne détient de capacités excédentaires. Les firmes choisissent donc en première période des capacités égales aux quantités qu'elles souhaitent vendre en seconde période, en considérant les quantités vendues par les autres firmes comme données. A l'équilibre de Nash parfait du jeu, les firmes choisissent en première période des capacités égales aux quantités de l'équilibre de Cournot. Le jeu proposé par Moreno et Ubeda (2006) conduit donc aux mêmes résultats que le jeu de Cournot et ce résultat ne dépend pas du choix d'une règle de rationnement comme dans KS.

[70] Ce type de mécanisme de fixation des prix existe, notamment, sur certains marchés financiers et sur certains marchés de l'électricité.

10.2 Possibilité de produire au delà de la capacité

Vives (1986a) étudie la relation entre le degré de flexibilité de la technologie de production et l'intensité de la concurrence. Son modèle comprend deux périodes : lors de la première étape, chacune des n firmes choisit un niveau de capacité k ; lors de la seconde étape, chaque firme choisit son niveau de production en considérant le prix comme donné. Le prix d'équilibre est celui qui égalise l'offre et la demande. La fonction de coût des firmes est de la forme :

$$C_\lambda(x;k) = \begin{cases} ck & \text{si } x \leq k \\ cx + \lambda V(x-k) & \text{si } x > k \end{cases}$$

où k est une variable de capacité librement choisie en première période, x est la quantité produite en seconde période, λ est le degré de flexibilité de la technologie disponible et V est une fonction strictement croissante. Les firmes choisissent un niveau de capacité en première période. Elles ont cependant la possibilité de choisir en seconde période un niveau de production qui excède leur niveau de capacité mais cette production excédentaire est obtenue à un coût supérieur.

Si la technologie de production est totalement inflexible ($\lambda \to \infty$) alors l'équilibre de Nash parfait du jeu est équivalent à un équilibre de Cournot standard. Lorsque $\lambda \to \infty$, le modèle de Vives est très proche du modèle de Kreps et Scheinkman (1983) dans lequel les firmes choisissent une capacité de production maximale avant de se livrer une concurrence en prix. Il n'est donc pas étonnant que les deux modèles aboutissent à un résultat analogue.

Si la technologie de production est totalement flexible ($\lambda = 0$) alors l'équilibre de Nash parfait du jeu est équivalent à un équilibre de Bertrand : $p = c$. Dans ce cas extrême, le choix de capacité de première période n'a aucune valeur d'engagement pour les firmes. Elles ne peuvent pas s'engager de façon crédible à limiter leur production en seconde période.

Une technologie de production plus flexible rend donc la concurrence entre les firmes plus intense, en limitant le pouvoir d'engagement du choix de capacité.

Boccard et Wauthy (2000) étudient un modèle assez proche[71]. En première période, les firmes choisissent un niveau de capacité. En seconde période, elles se livrent une concurrence en prix. Le coût de production des firmes lors de la seconde période est égal à 0 pour les niveaux de production inférieurs aux capacités de production des firmes, au delà, le coût marginal est égal à θ. Lorsque θ est élevé, l'équilibre parfait du jeu est l'équilibre de Cournot. Lorsque θ diminue l'équilibre parfait du jeu converge vers l'équilibre de Bertrand[72].

[71] Maggi (1996) utilise une formalisation semblable.

[72] La démonstration de Boccard et Wauthy (2000) contient des erreurs, voir De Francesco (2003) et Boccard et Wauthy (2004).

10.3 Engagement préalable sur des quantités d'input

10.3.1 Engagement sur la quantité de capital

Dixon (1985) présente un modèle comprenant deux étapes. Lors de la première, n firmes choisissent le niveau de leur capital. Lors de la seconde étape, les firmes choisissent la quantité de travail qu'elles souhaitent utilisée. Lors de la seconde étape, les firmes se comportent de façon concurrentielle. Chaque firme calcule sa fonction d'offre de court terme en prenant le prix comme donné. Le prix d'équilibre est déterminé en égalisant l'offre et la demande. Lors de la première étape, les firmes jouent stratégiquement et prennent en compte l'impact de leur choix de capital sur le prix d'équilibre de la période suivante. L'auteur suppose que les fonctions de production des firmes sont à rendements d'échelle constants. La fonction de coût de long terme des firmes est donc de la forme : $C(q) = cq$. En revanche, la fonction de coût de court terme (celle de la seconde période, une fois que la quantité de capital est fixé) est une fonction convexe. L'auteur montre que les firmes restreignent les quantités de capital qu'elles choisissent lors de la première période de façon à augmenter le prix d'équilibre de la seconde étape. Ce comportement stratégique fait que les firmes ne minimisent pas leurs coûts de production (sauf si la fonction de production est de type compléments parfaits). Elles utilisent trop peu de capital et trop de travail. Le prix d'équilibre de la seconde période est supérieur à c, malgré le fait que les firmes se comportent de façon concurrentielle lors de la seconde étape. Le surplus social n'est pas maximum car (1) les firmes produisent trop peu et (2) les coûts de production ne sont pas minimaux.

L'auteur choisit ensuite une forme spécifique pour la fonction de production. Il prend une fonction Cobb-Douglass $f(K, L) = L^{\alpha}K^{1-\alpha}$. Il suppose aussi que la fonction de demande a une élasticité constante. Si $\alpha = 0$, la firme ne produit qu'avec du capital et l'équilibre du jeu correspond à l'équilibre de Cournot. Si $\alpha = 1$, la firme ne produit qu'avec le facteur travail et l'équilibre du jeu correspond à l'équilibre concurrentiel (correspondant à l'équilibre de Bertrand). Le prix d'équilibre du jeu varie donc entre les prix des modèles de Bertrand et de Cournot selon la valeur de α.

Burguet et Sákovics (2017) obtiennent des résultats similaires dans un modèle très proche. n firmes sont en concurrence et produisent des biens homogènes avec une fonction de production $f(K, L)$. Lors de la première étape du jeu, les firmes choisissent le niveau de leur capital K_i. Lors de la seconde étape, les firmes jouent le jeu présenté dans la première partie de l'article des auteurs. Les firmes se livrent donc une concurrence en prix, mais avec la possibilité de faire des offres de prix différentes aux différents consommateurs. Les consommateurs choisissent la firme à laquelle ils souhaitent acheter et les firmes sont obligées de livrer les quantités demandées. Après avoir observé la quantité commandée chaque firme choisit la quantité de travail L_i permettant de la produire. L'équilibre de la seconde étape a les mêmes caractéristiques que l'équilibre concurrentiel (voir plus haut). On retombe donc sur un modèle similaire à celui de Dixon (1985).

Burguet et Sákovics (2017) retrouvent donc les résultats de Dixon. Les firmes sous investissent en capital à l'étape 1 et ne minimisent pas leur coût. Le prix d'équilibre de la seconde période est égal au coût marginal de court terme des firmes, mais il est supérieur à leur coût marginal de long terme. Les auteurs montrent aussi que la quantité produite totale est supérieure à celle de l'équilibre de Cournot, sauf dans le cas limite où les deux inputs sont des compléments parfaits. Dans ce cas, la quantité totale à l'équilibre est identique à celle obtenue dans le jeu de Cournot.

Cabon-Dhersin et Drouhin (2014) étudient le même type de structure de jeux en deux étapes. La première étape est analogue à celle des deux études précédentes : les deux firmes choisissent le niveau de leur capital. La seconde étape est différente. Les firmes se livrent une concurrence en prix avec l'obligation de livrer les quantités demandées par les consommateurs. Cette quantité à produire détermine la quantité de l'input variable que chaque firme doit utiliser à court terme. Les auteurs supposent que la fonction de production est une Cobb-Douglas présentant des rendements d'échelle constants (à long terme). A court terme, les fonctions de coût des firmes sont donc convexes. La seconde étape est identique au modèle de Dastidar (1995), à la différence que, si les firmes ont choisi des niveaux de capital différents, elles n'ont pas les mêmes fonctions de coût. Le modèle de Dastidar (1995) présente l'inconvénient de générer une multiplicité d'équilibres. Les auteurs utilisent le critère de *payoff dominance* pour essayer de sélectionner un équilibre. Lorsque les deux firmes ont le même niveau de capital, ce critère sélectionne l'équilibre correspondant au prix de monopole. Si les firmes ont choisi des niveaux de capital différents, le critère ne permet pas toujours d'isoler un équilibre unique. Un intervalle de prix peut répondre au critère. Les auteurs montrent cependant que les firmes ont intérêt à choisir des niveaux de capital qui permettent d'obtenir à la seconde étape un équilibre unique grâce au critère de sélection. Les auteurs obtiennent alors que les firmes choisissent le même niveau de capital à la première étape et que le prix de monopole émerge à la seconde étape. L'équilibre de Nash parfait (obtenu avec le critère de *payoff dominance*) correspond au prix de monopole.

10.3.2 Choix de s'engager ou non sur une capacité

Dixon (1986) étudie un modèle d'oligopole où les firmes choisissent de s'engager ou non sur les quantités d'inputs qu'elles souhaitent utiliser avant que la phase de concurrence ne commence. Les firmes produisent un bien homogène à partir de deux inputs, le capital et le travail, avec des rendements d'échelle constants. Lors de la première étape du jeu, chacune des firmes peut s'engager (de façon irréversible) sur la quantité de l'un de ses inputs ou sur les quantités de ses deux inputs. Lors de la seconde étape du jeu, les firmes qui n'ont pas encore choisi les quantités d'inputs qu'elles souhaitent utiliser le font en considérant que le marché fonctionne de façon concurrentielle.

L'auteur présente d'abord les équilibres obtenus pour des timings de choix exogènes. Si les firmes doivent choisir les quantités de leurs deux inputs dès la première étape du jeu, le modèle fonctionne comme le modèle de Cournot et on obtient l'équilibre de Cournot. Si les firmes doivent attendre l'étape 2 pour choisir leurs inputs, elles se livrent une concurrence avec des rendements d'échelle constants. Le prix d'équilibre est égal au coût unitaire des firmes et on obtient l'équilibre de Bertrand. Le cas où les firmes choisissent leur quantité de capital lors de la première étape et leur quantité de travail lors de la seconde a été étudié par l'auteur dans un article précédent (Dixon, 1985)[73].

L'originalité de Dixon (1986) est de rendre endogène le timing de choix des inputs. L'auteur montre que les firmes préfèrent un engagement sur les quantités des deux inputs à s'engager uniquement sur la quantité de capital. Cela est dû au fait que l'engagement partiel sur le seul capital entraîne une distorsion dans l'utilisation des inputs et une augmentation des coûts de production. L'engagement partiel est donc dominé par un engagement total. L'équilibre de Cournot est donc toujours un équilibre du jeu. L'équilibre de Bertrand peut aussi être un équilibre du jeu dans certaines circonstances. Si au moins deux firmes ont choisi de ne pas s'engager, cette situation est un équilibre. Même si une firme modifie son choix, la présence d'une firme n'ayant pas d'engagement suffit pour faire converger le prix vers le coût de production lors de la seconde étape. Il peut aussi exister des équilibres de Bertrand dans lesquels une seule firme a choisi de ne pas s'engager. Pour que cette situation soit un équilibre, il faut que la somme des engagements des firmes ayant choisi de s'engager soit suffisante pour que le prix de l'étape 2 soit égal au coût unitaire des firmes même si la firme qui a choisi de ne pas d'engager modifie sa décision.

Le modèle de Dixon (1986) admet donc l'équilibre de Cournot comme solution et parfois aussi l'équilibre de Bertrand.

10.4 Choix endogène de la variable stratégique

Quelques travaux[74] ont étudié l'équilibre obtenu lorsque certaines firmes choisissent une quantité tandis que d'autres choisissent un prix. Une fois que cet équilibre est caractérisé, il est possible de permettre aux firmes de choisir leur variable stratégique[75].

Singh et Vives (1984) analysent un modèle comprenant deux étapes. Lors de la première étape, les firmes choisissent simultanément leur variable stratégique : quantité ou prix. Lors de la seconde étape, les firmes choisissent le niveau de la variable stratégique qu'elles ont choisie. Les firmes produisent des biens différenciés et les fonctions de demande inverses sont[76] :

$$\begin{aligned} p_1 &= \alpha_1 - \beta_1 q_1 - \gamma q_2 \\ p_2 &= \alpha_2 - \beta_2 q_2 - \gamma q_1 \end{aligned}$$

Si les deux firmes choisissent le prix [la quantité] comme variable stratégique lors de la première période, elles se livrent une concurrence à la Bertrand [Cournot] lors de la seconde. Si les firmes choisissent des variables stratégiques différentes, la firme qui a choisi comme variable la quantité met cette quantité sur le

[73] Les firmes ont tendance à choisir des quantités de capital trop faibles, par rapport à celles minimisant les coûts de production. Les firmes tentent de limiter la concurrence en réduisant leur capital installé. Cela les incite cependant à augmenter leur quantité de travail lors de la seconde étape, l'équilibre obtenu est compris entre ceux de Bertrand et de Cournot. Les coûts de production ne sont pas minimaux.

[74] Allen (1992), Szidarovsky et Molnár (1992), Tanaka (2001a).

[75] Outre les études présentées ci-dessous, voir Klemperer et Meyer (1986) et Qin et Stuart (1997).

[76] La section 5 de l'article généralise les résultats à des fonctions de demande non linéaires.

marché et le prix de vente est déterminé de façon à ce que l'ensemble de cette quantité soit vendue. L'autre firme vend une quantité égale à la demande qui s'adresse à elle compte tenu de son prix et du comportement de sa concurrente. Les auteurs montrent que, lors de la première étape du jeu, choisir la quantité comme variable stratégique est une stratégie dominante pour les deux firmes, si les biens sont des substituts ($\gamma > 0$). Si les biens sont des compléments ($\gamma < 0$), choisir le prix comme variable stratégique est une stratégie dominante. A l'équilibre parfait du jeu, les firmes se livrent donc une concurrence à la Cournot si les biens sont des substituts[77] et une concurrence à la Bertrand si les biens sont des compléments.

Tasnádi (2006) étudie lui aussi un modèle en deux étapes où les firmes choisissent leur variable stratégique puis la valeur de cette variable. Le modèle se différencie du précédent sur plusieurs points : premièrement, il comprend n firmes, deuxièmement, les firmes produisent un bien homogène, troisièmement, les firmes sont soumises à une contrainte de capacité, exogène et identique pour toutes les firmes : leur production ne peut pas dépasser k unités. L'auteur montre que, lorsque k est faible, le résultat de la seconde étape du jeu est indépendant des variables stratégiques choisies par les firmes à la première étape : toutes les firmes produisent au maximum de leur capacité et le prix d'équilibre est celui qui permet d'écouler l'ensemble de ces productions. Lorsque k est plus élevé[78], les résultats deviennent plus complexes, car il n'existe plus d'équilibre en stratégies pures lors de la deuxième étape du jeu si au moins deux firmes ont choisi le prix comme variable stratégique. L'auteur caractérise la stratégie mixte jouée lors de l'étape 2 par les firmes ayant choisi le prix comme variable stratégique, il montre que[79] l'espérance des prix est une fonction décroissante du nombre de firmes utilisant le prix comme variable stratégique. Il montre, ensuite, que le choix de la quantité comme variable stratégique, est une stratégie strictement dominante pour les firmes lors de l'étape 1. Donc, lorsque k prend une valeur intermédiaire[80], toutes les firmes choisissent la quantité comme variable stratégique et l'équilibre de Cournot est obtenu lors de la deuxième étape du jeu.

Sun (2013) permet aux firmes de choisir simultanément non seulement leur variable stratégique, mais aussi le timing selon lequel elles choisissent la valeur de cette variable. Le jeu comprend deux firmes et deux étapes. Lors de la première étape, les deux firmes choisissent simultanément leur variable stratégique, quantité ou prix, et la sous-période, 1 ou 2, pendant laquelle elles souhaitent annoncer la valeur de cette variable. Lors de la deuxième étape, les firmes choisissent la valeur de la variable qu'elles ont choisi au moment qu'elles ont choisi. Lorsque les biens vendus par les deux firmes sont des substituts, choisir la quantité comme variable stratégique et la sous-période 1 est une stratégie dominante pour les deux firmes. L'équilibre parfait du jeu correspond à l'équilibre de Cournot simultané. Lorsque les biens sont des compléments, la stratégie dominante des firmes est de choisir le prix comme variable stratégique et de jouer le plus vite possible. A l'équilibre parfait du jeu, les firmes se livrent une concurrence en prix à la Bertrand avec un timing simultané.

[77] Tanaka (2001b) montre que les firmes choisissent aussi la concurrence à la Cournot dans un modèle où les deux firmes sont différenciées verticalement.

[78] Mais inférieur à $a/(n-1)$, où a est la quantité demandée lorsque le prix est nul.

[79] Plus précisément, il montre que les prix sont plus faibles, au sens de la dominance stochastique du premier ordre, lorsqu'un plus grand nombre de firmes choisissent le prix comme variable stratégique.

[80] L'auteur n'étudie pas le cas où $(n-1)\,k > a$

10.5 Marchés à terme

Allaz et Vila (1993) : Cournot –> Bertrand quand le nombre de périodes augmente.

Voir aussi Mahenc et Salanié (2004) pour le cas de la concurrence en prix.

10.6 Pré-capacité et marchés à terme

Breitmoser (2012) combine dans un même modèle la possibilité de s'engager préalablement sur des niveaux de production, comme dans Saloner (1987), et la possibilité de vendre à l'avance une partie de la production sur un marché à terme, comme dans Allaz et Vila (1993). La première approche génère des équilibres compris entre l'équilibre de Cournot et les équilibres de Stackelberg (en quantités) tandis que la seconde approche permet d'obtenir des équilibres compris entre l'équilibre de Cournot et l'équilibre de Bertrand. La combinaison des deux est donc susceptible de générer tous les types possibles d'équilibres comme des équilibres du jeu.

Le modèle comprend n firmes et deux étapes. Lors de la première étape, les firmes peuvent prendre des pré-engagements. Lors de la seconde, elles choisissent leur niveau de production. Lors de la première étape, les firmes choisissent un niveau de "capacité" z_i. Ce niveau de capacité ne doit pas être interprété comme le choix de la taille d'une usine qui serait très contraignante pour les possibilités de production futures, mais plutôt comme des commandes (contraignantes) d'inputs. Chaque unité de capacité coûte $\gamma_i \in [0, a[$. L'indice i indique que ce coût peut varier d'une firme à l'autre. Parallèlement, les firmes choisissent la quantité y_i d'unités d'output qu'elles souhaitent vendre sur le marché à terme. Au début de la seconde étape, les z_i et les y_i sont observables. Les firmes choisissent ensuite simultanément leur niveau de production x_i. Si $x_i \leq z_i$, les coûts de production de la firme i sont nuls. Les inputs déjà commandés (et payés) sont suffisants pour produire sans dépense additionnelle. Une firme a aussi la possibilité de produire au delà de z_i en achetant des inputs additionnels. Chaque unité additionnelle engendre un coût $c_i \geq \gamma_i$. La fonction de demande est linéaire : $P(Q) = a - bQ$.

Si on supprime le marché à terme, le modèle ressemble fortement à celui de Saloner (1987). Si $c_i > \gamma_i$ (et si les γ_i sont suffisamment similaires), l'unique équilibre du jeu est l'équilibre de Cournot). Si $c_i = \gamma_i$ (et si les γ_i sont suffisamment similaires), le jeu admet un continuum d'équilibre incluant l'équilibre de Cournot et les différents équilibres de Stackelberg à deux périodes[81]. L'ensemble des équilibres n'est pas un ensemble convexe mais est constitué de l'addition d'hyper-rectangles (chacun ayant pour points limites l'équilibre de Cournot et certains équilibres de Stackelberg).

Les auteurs introduisent ensuite le marché à terme et se concentrent pour commencer sur le cas où les firmes produisent un bien homogène et où $c_i > \gamma_i$. Pour $n = 2$, l'ensemble des équilibres est un continuum dont les quatre coins sont l'équilibre de Cournot, les deux équilibres de Stackelberg et la solution du jeu

[81] i.e. dans lesquels une partie des firmes est leader et l'autre partie est *follower*.

d'Allaz et Vila. Le résultat se généralise à $n > 2$. Le jeu admet comme équilibres possibles : l'équilibre de Cournot, les équilibres de Stakelberg à deux étapes et l'équilibre d'Allaz et Vila ainsi que toutes les situations intermédiaires. Les auteurs se tournent ensuite vers le cas où $c_i = \gamma_i$ (toujours avec des biens homogènes). Les équilibres de Stackelberg où les firmes sont divisées en seulement deux groupes (jeux à deux étapes) font tous partis de l'ensemble des équilibres. L'ensemble des équilibres comprend aussi des équilibres de Stackelberg où les firmes sont divisées en un plus grand nombre de groupes (jeux à plus de deux étapes) mais ne les comprend pas tous. Les équilibres de Stackelberg non compris dans l'ensemble des équilibres sont Pareto dominés par des équilibres du jeu.

Les auteurs divisent ensuite la première période en T sous-périodes. Allaz et Vila (1993) ont montré que, si on ne prend en compte que le marché à terme, l'équilibre converge vers l'équilibre de Bertrand quand T converge vers ∞. Romano et Yildirim (2005) ont montré que l'ensemble des équilibres du jeu d'accumulation de capacité (sans marché à terme) ne change pas. Les auteurs fixent $c_i = \gamma_i = \gamma$. Les résultats obtenus sont un mélange des résultats obtenus par les études précédentes. Les équilibres du jeu restent des équilibres de ce jeu lorsque T augmente mais de nouvelles situations deviennent des équilibres. La frontière supérieure de l'ensemble des équilibres (celle passant par l'équilibre de Cournot et les équilibres de Stackelberg extrêmes) ne change pas quand T augmente. En revanche, l'extrémité inférieure de l'ensemble, donnée par l'équilibre du jeu d'Allaz et Vila converge progressivement vers l'équilibre de Bertrand. Donc lorsque T tend vers ∞, le jeu admet l'équilibre de Cournot, les équilibres de Stackelberg et l'équilibre de Bertrand comme équilibres. Les résultats ne changent pas beaucoup si $c_i > \gamma_i = \gamma$. La principale différence est que les différents "hyper-rectangles" formant l'ensemble des équilibres ne se touchent plus nécessairement.

Dans une dernière section, l'auteur commence à explorer le cas où les firmes vendent des biens différenciés. Il se limite au cas $n = 2$ (duopole). La principale différence avec le cas homogène est que l'équilibre du jeu d'Allaz et Vila ne converge plus vers l'équilibre de Bertrand. Lorsque T augmente, l'équilibre du jeu avec marché à terme se déplace de l'équilibre de Cournot vers l'équilibre de Bertrand, mais "il s'arrête à mi-chemin". Même lorsque $T \to \infty$, l'équilibre du jeu d'Allaz et Vila est moins concurrentiel que celui de Bertrand. Cette différence subsiste lorsque l'auteur considère les produits comme des compléments (au lieu de substituts).

10.7 Estimations économétriques

Il est aussi possible de tester la pertinence d'un modèle pour une industrie particulière en ayant recours à l'économétrie. Plus précisément, il faut estimer le paramètre θ dans la relation :

$$P + \theta Q P'(Q) = c$$

où Q est la production totale de l'industrie et c est le coût marginal des firmes. Cette relation correspond à la condition de premier ordre de maximisation du profit des firmes. Le prix d'équilibre et la quantité totale vendue sont généralement observables. Il faut donc estimer l'élasticité de la demande et le coût marginal des firmes. On déduit de ces deux estimations, une estimation de θ. Dans le cas d'un marché en concurrence pure et parfaite ou dans le cas d'une concurrence en prix avec bien homogène, θ doit être très proche de 0. Dans le cas d'un monopole ou d'un équilibre de collusion, θ doit être proche de 1. Enfin, dans le cas d'une concurrence à la Cournot entre n firmes identiques, θ doit être proche de $\frac{1}{n}$.

11 Taxonomie animalière

On a vu, dans ce chapitre, que les quantités sont, généralement, dans le modèle de concurrence à la Cournot des substituts stratégiques tandis que les prix sont, généralement, dans le modèle de concurrence à la Bertrand des compléments stratégiques. On a vu que lorsqu'on passe d'un modèle de choix simultanés à un modèle de choix séquentiels, le leader adopte une attitude plus agressive dans le modèle de concurrence en quantités et plus accomodante dans le modèle de concurrence en prix. On a aussi vu que lorsque les firmes choisissent des capacités avant de choisir leur prix, elles restreignent leurs capacités afin de réduire l'intensité de la concurrence en prix. On verra, dans le chapitre consacré aux barrières à l'entrée que les stratégies des firmes peuvent être différentes. Une firme qui espère dissuader une concurrente d'entrer dans l'industrie peut choisir des actions qui l'engage ensuite à mener une politique de choix de prix agressive.

Fudenberg et Tirole (1984) ont proposé une taxonomie permettant de classer l'ensemble de ces stratégies en quatre catégories. Leur modèle comprend deux périodes. Lors de la première, la firme en place, I (*Incumbent*), choisit un niveau d'investissement, puis produit et obtient son profit de première période. Au début de la seconde période, la firme E (*Entrant*) observe le choix d'investissement de I à la période 1, puis choisit d'entrer ou non. Si elle n'entre pas, la firme I se comporte de nouveau comme un monopole. Si la firme E entre, les deux firmes se font concurrence (en quantités, en prix, en R&D, etc). L'objectif principal des auteurs est de déterminer dans quelles situations la firme I choisit de sur-investir ou de sous-investir. Ce choix dépend de trois facteurs : (1) la pente de la fonction de réaction de la firme E, (2) l'impact du niveau de l'investissement sur la fonction de réaction de I, l'investissement rend la firme I plus agressive ou moins agressive et (3) le choix de I de dissuader l'entrée ou de l'accepter. Les auteurs présentent la synthèse de leurs résultats sous la forme du tableau suivant :

		Effet de l'investissement	sur le comportement de I
		Plus agressif	Moins agressif
Pente de la fonction de	Croissante	A : Puppy dog D : Top dog	A : Fat cat D : Lean and hungry
réaction de E	Décroissante	A : Top dog D : Top dog	A : Lean and hungry D : Lean and hungry

A : Entrée acceptée ; D : Entrée dissuadée

Une stratégie *Fat Cat* consiste à accepter l'entrée et à sur-investir pour atténuer la concurrence future. Dans les jeux de concurrence en prix avec consommateurs imparfaitement informés, on a vu que les firmes qui possèdaient un marché captif important baissaient moins leur prix après l'entrée d'une nouvelle firme.

La stratégie Fat Cat consiste à investir plus en période 1 dans la constitution d'un marché captif pour se transformer en chat gras qui ne réagit pas en période 2.

Une stratégie *Lean and hungry* consiste à faire l'opposé. La firme sous-investit dans la constitution d'un marché captif pour rester combative en période 2. Cet engagement à être agressive en cas d'entrée doit dissuader E d'entrer.

Une stratégie *Top Dog* correspond à sur-investir en période 1 pour être très fort en période 2. Si la concurrence en période 2 est en quantité à la Cournot, la firme I peut choisir d'investir plus fortement en période 1 pour réduire ses coûts. Le choix du leader de produire plus dans le modèle de Stackelberg est du même ordre.

Une stratégie *Puppy Dog* consiste à l'opposé à sous-investir pour paraître faible et ne pas déclencher une concurrence intense en période 2 après l'entrée de E.

Grand nombre d'entrants potentiels : Etro (2006) note que les stratégies jouées par les firmes leader peuvent être assez différentes de celles décrites par Fudenberg et Tirole (1984). Fudenberg et Tirole (1984) supposent que le nombre d'entrants potentiels est fini et relativement faible. Etro (2006) s'intéresse à une classe de jeu dans lesquels une firme leader choisit une action avant qu'un grand nombre d'entrants potentiels choisissent d'entrer ou non dans l'industrie. Dans ce modèle, le nombre de firmes qui choisit d'entrer dans l'industrie est déterminé par une condition de profit nul. La firme leader ne choisit jamais des stratégies ressemblant à celles de l'adaptation à l'entrée. La firme leader choisit toujours une stratégie agressive, même dans les modèles de concurrence en prix, afin de réduire le nombre d'entrants dans l'industrie. Si un investissement plus élevé du leader permet de dissuader l'entrée de certains concurrents, la firme leader sur-investit et joue donc une stratégie de *top dog*. Si un investissement plus élevé du leader est de nature à attirer plus d'entrants, la firme leader sous-investit et adopte donc une stratégie de *lean and hungry look*.

Les stratégies adoptées dans des modèles avec libre entrée peuvent donc être à l'opposée de celles choisies dans des modèles où le nombre d'entrants potentiels est fini et faible. Etro (2006) note que cela a des implications sur la façon de concevoir la politique de la concurrence. Une firme leader plus agressive et ayant une taille plus forte par rapport à ses concurrents ne correspond pas nécessairement à un marché moins concurrentiel. Au contraire, cela peut être parce qu'il n'y a que peu de barrières à l'entrée et que le nombre d'entrants potentiels est très élevé que la firme leader à sur-investit pour limiter le nombre d'entrées. Cette politique agressive de dissuasion de l'entrée ne réduit pas nécessairement le surplus social.

12 Etudes empiriques

12.1 Relation entre concentration et prix

Dans ce chapitre, on a avancé que lorsqu'il n'y a qu'un petit nombre de firmes, ces dernières possèdent un pouvoir de marché, qu'elles utilisent pour augmenter leurs prix. On a aussi montré que, dans le modèle de concurrence en quantité à la Cournot, le prix d'équilibre est une fonction décroissante du nombre de firmes. Les études empiriques confirment-elles ces prédictions ?

La relation entre la concentration des firmes et le prix d'équilibre n'est pas toujours simple à tester, car d'autres effets peuvent venir brouiller l'effet attendu. On s'attend à ce qu'une concentration plus élevée des firmes entraîne des prix plus élevés. Mais, parallèlement, certaines firmes peuvent avoir des parts de marché très élevées parce qu'elles ont des coûts de production faibles. Des coûts de production faibles pour certaines firmes peuvent donc induire une concentration élevée et des prix faibles. Il est important de bien distinguer les deux effets, mais, ce n'est pas toujours simple en pratique. Pour neutraliser le second effet, Cotterill (1986) utilise des données sur les prix fixés par des supermarchés, vendant des produits alimentaires, dans le Vermont. Les supermarchés sont en concurrence sur des sous-marchés géographiquement assez limités. En milieu rural, les consommateurs parcourent rarement plus de 20 kilomètres pour aller acheter de l'alimentation. En milieu urbain, cette distance maximale tombe à 5 kilomètres. Le Vermont peut ainsi être décomposé en 18 sous-marchés. Les variations de prix entre les différents sous-marchés peuvent atteindre 11%. Cotterill (1986) calcule l'indice d'Herfindahl pour chacun de ces sous-marchés et il trouve qu'une augmentation de la valeur de cet indice entraîne une augmentation, statistiquement significative, des prix[82]. Ces différences de prix ne semblent pas dues à des différences de coût. Car, certaines chaînes de supermarchés sont présentes, avec le même type de magasin, dans plusieurs sous-marchés et l'auteur montre que la distance entre le supermarché et les entreprôts de la chaîne n'a pas d'effet significatif sur les prix. Les différences de prix semblent donc être dues à des différences du degré de concurrence. En concurrence imparfaite, les firmes peuvent fixer des prix plus élevés.

12.2 Promotions

On a vu que les modèles de concurrence en prix avec contraintes de capacités ou avec des consommateurs imparfaitement informés peuvent générer des équilibres en prix où les firmes jouent des stratégies mixtes. La distribution des prix est donc aléatoire et change fréquemment. Ce type de résultats est généralement interprété comme un équilibre où des promotions sont fréquemment accordées aux consommateurs.

Il existe d'autres théories économiques sur les promotions. On ne va pas les détailler mais on va présenter une étude empirique.

[82] D'autres indices de concentration (part de marché de la firme la plus importante, part de marchés des quatres firmes les plus importantes, etc) conduisent au même résultat.

Berck, Brown, Perloff et Villas-Boas (2008) ont utilisé des données de scanner (issues des supermarchés) pour tester la pertinence des différentes explications économiques des promotions. Ils ont choisi d'utiliser des données sur les prix du jus d'orange, car ce produit a l'avantage de présenter une variété qui ne peut pas être stockée plus de quelques jours (le jus d'orange en carton "frais" devant être conservé au réfrigérateur) et une variété qui peut être stockée plusieurs mois facilement (conditionnée en cannettes d'aluminium[83]). Or, a priori, il semble naturel de penser que le caractère "stockable" du bien est une caractéristique importante dans le choix d'une stratégie de promotions. Les données proviennent des USA et datent de 1998 et 1999. En 1999, les trois principaux producteurs nationaux américains de jus d'orange frais sont Tropicana (22,2% de parts de marché), Minute Maid (16,3%) et Florida Natural (5,1%). Pour le jus d'orange "longue conservation", Minute Maid est le leader avec environ 40% de parts de marché, Old Orchard est la seconde marque nationale. Les auteurs retiennent les prix du produits le plus vendu de chacune de ces marques ainsi que, pour chaque supermarché, le prix de la marque de distributeur la plus vendue.

La première question étudiée par les auteurs est de savoir si les marques nationales sont plus souvent en promotion que les marques de distributeurs. Ils calculent donc pour chacune des marques le pourcentage des semaines où le produit est proposé avec un rabais d'au moins 25%, 35% et 50%. Ils obtiennent le tableau suivant :

Marque	Réduction de 25%	Réduction de 35%	Réduction de 50%
Jus d'orange "frais"			
Tropicana	5,85	0,97	0,06
Florida Natural	5,87	1,83	0,55
Minute Maid	3,46	1,45	0,06
Marque de distributeur	5,66	3,92	1,38
Jus d'orange "longue conservation"			
Minute Maid	4,8	3,18	0
Old Orchard	5,39	3,78	0,10
Marque de distributeur	10,55	4,53	0,20

Pour le jus d'orange frais, la fréquence des promotions semble identique pour les marques nationales et pour les marques de distributeur. En revanche, les réductions proposées par les marques de distributeur semblent un peu plus élevées. Pour le jus d'orange longue conservation, les marques de distributeurs sont plus souvent en promotion que les marques nationales. Contrairement à ce que l'on attendait la fréquence des promotions accordées par les marques nationales est à peu près la même pour les produits frais et pour les produits de longue conservation.

La seconde question étudiée est qui décide des promotions : les industriels ou les distributeurs ? Les auteurs avancent que si ce sont les industriels alors le même produit devrait être en promotion dans tous les magasins en même temps. En revanche, si ce sont les distributeurs alors un produit en promotion devrait l'être dans l'ensemble des magasins d'une chaîne mais pas dans les magasins des autres chaînes. Les données ne correspondent vraiment à aucune des deux hypothèses, mais elles sont plus proches de la seconde que de

[83] Le texte parle de jus d'orange congelé (*frozen orange juice ; 12 fluid ounce cans of frozen concentrate*). Mais, je ne vois pas trop de quoi il s'agit. L'idée importante est que ce bien est plus "durable" que l'autre.

la première. Ils semblent donc que ce soit les distributeurs qui décident des promotions.

Le troisième point de l'étude des auteurs est la comparaison des distributions de prix observées avec les distributions théoriques prédites par les différentes théories sur les promotions. Les distributions observées varient d'une marque à l'autre et d'un distributeur à l'autre. Certaines distributions ressemblent à des distributions prédites par certaines théories mais globalement aucune théorie existante ne semble en mesure d'expliquer l'ensemble des observations. Les auteurs ne trouvent pas non plus de différences très tranchées entre les distributions des prix du jus d'orange frais et du jus d'orange longue conservation.

La dernière section de l'étude est consacrée au timing des promotions. Les dates des promotions ne semblent pas totalement aléatoires. La première hypothèse testée est que la probabilité d'une promotion augmente avec le temps écoulée depuis la promotion précédente. Les auteurs estiment un modèle probit pour tester cette hypothèse. La plupart des coefficients estimés ne sont pas statistiquement significatifs. En outre, les quelques coefficients significatifs n'ont pas le signe attendu[84]. La probabilité d'une promotion décroit avec le temps écoulé depuis la précédente. L'explication de ce résultat semble être que certains magasins réalisent beaucoup moins de promotion que d'autres. La seconde hypothèse étudiée est qu'une promotion sur certaines marques déclenche des promotions sur d'autres. L'hypothèse que les dates de promotion des différentes marques sont totalement indépendantes est rejetée. Cependant, les promotions simultanées sur plusieurs marques ne sont pas très fréquentes. Une promotion sur une marque accroît la probabilité qu'une promotion intervienne sur une autre marque mais seulement après un certain délai. Les promotions des marques nationales accroissent plus la probabilité d'une promotion sur une autre marque que les promotions sur les marques de distributeurs. Ces effets sont, cependant, assez faibles.

12.3 *"Menu costs"* et rigidité des prix

On a considéré, dans ce chapitre, que les prix pouvaient être modifiés sans coûts et (quasiment) instantanément. Certains économistes et gestionnaires ont, cependant, noté que les modifications de prix pouvaient engendrer des coûts. L'exemple le plus évident est celui des sociétés de vente par correspondance (comme La Redoute) où une modification de prix entraîne l'édition d'un nouveau catalogue. Mais, même dans les autres secteurs, la modification des prix nécessite de changer les étiquettes et les affichages. Ce coût de modification de l'affichage est appelé "*menu costs*" en économie. Une conséquence de ces coûts est que les prix peuvent devenir *rigides*. Si les prix sont coûteux à changer, alors de petites variations de l'environnement économique n'entraineront pas toujours une variation des prix ou alors pas immédiatemment. On présente une évaluation des "*menu costs*" dans des chaînes de supermarchés américaines. On présente, ensuite, deux études analysant la rigidité des prix du jus d'orange aux USA.

[84] Pesendorfer (2002) obtient des résultats opposés en étudiant le timing des promotions sur le ketchup.

12.3.1 Evaluation des *"menu costs"* dans les supermarchés

Levy, Bergen, Dutta et Venable (1997) ont essayé d'estimer les coûts des changements de prix dans des chaînes de supermarchés américaines. Les données proviennent de 5 chaînes de supermarchés (possédant en moyenne 400 supermarchés chacune) et datent des années 1991 et 1992[85]. Les supermarchés modifient leurs prix sur une base hebdomadaire. Les modifications ont lieu en dehors des heures d'ouverture (donc généralement la nuit). Une nuit est consacrée aux produits alimentaires, une autre aux produits non-alimentaires, une troisième à la mise en place des promotions. Les supermarchés proposent environ 25000 articles différents. Les quatre premières chaînes étudiées modifient entre 3200 et 4300 prix chaque semaine, soit entre 12% et 17% de leurs prix. Les deux chaînes qui modifient le moins leurs prix sont celles qui ont adopté une stratégie dite *Every day low price.* Ce qui signifie qu'au lieu d'accorder régulièrement des promotions, elles proposent des prix un peu plus faibles toute l'année mais peu de promotions. Les auteurs identifient quatre composantes dans le coût des changements de prix : (1) le temps passé à changer les prix dans les rayons, (2) l'impression et la livraison des nouvelles étiquettes, (3) les coûts dues aux erreurs d'affichage et (4) le temps de vérification. L'étude mesure précisément les coûts de chacune de ces composantes et les décomposent elles mêmes en plusieurs tâches. Globalement, les auteurs estiment que la modification d'un prix coûte en moyenne 0,52$. Le coût total sur l'année est compris entre 91416$ et 114188$ avec une moyenne de 105887$. Ce montant correspond approximativement à 0,70% du chiffre d'affaires annuel d'un supermarché et à environ 35% de son profit net. Le coût paraît donc faible par rapport au chiffre d'affaires mais comme les marges dans cette industrie sont faibles, ce coût représente un pourcentage important du profit net.

Les auteurs étudient, ensuite, la cinquième chaîne de supermarchés. Cette dernière se distingue des précédentes car elle est implantée dans un Etat qui impose que le prix soit étiqueté sur chaque article et pas seulement sur le rayon où il est proposé. Cette contrainte augmente significativement le coût des changements de prix. Le coût moyen d'un changement de prix devient proche de 1,33$. Les auteurs étudient les changements de stratégie induits par ce coût plus élevé. Cette chaîne de supermarché ne change en moyenne que 1580 prix chaque semaine, soit seulement 6,31% de ses prix. L'augmentation du coût de changement de prix entraîne donc une nette diminution de leur fréquence. A l'appui de leur résultat, les auteurs notent que 400 produits échappent à la loi et peuvent se contenter d'un affichage par rayon. Pour ces 400 produits, les auteurs trouvent que la chaîne change 21% de ces prix toutes les semaines. La fréquence des changements semble donc bien liée à leur coût.

Les auteurs étudient aussi le pourcentage d'augmentation de coût qui se traduit par une augmentation du prix. Ils peuvent se livrer à cet exercice pour trois de leurs chaînes de supermarchés. Ils trouvent des pourcentages de 66%, 70% et 78%. Dans 22% à 34% des cas, une chaîne de supermarché ne répercute pas immédiatement une augmentation de son coût d'approvisionnement dans son prix de vente à cause du coût de changement des prix.

[85] Les données ont été réunies par une société vendant des processus d'affichage életronique des prix.

12.3.2 Rigidité ou flexibilité des prix du jus d'orange ?

Une question centrale en macroéconomie est celle de la rigidité des prix. Les auteurs "keynésiens" insistent sur les délais importants entre les chocs économiques et leurs effets sur les prix. Les prix s'ajustent très lentement aux modifications économiques et, à court terme, ce sont les quantités qui doivent s'ajuster. Les auteurs "néo-classiques" considèrent au contraire que les prix sont flexibles et s'ajustent pour équilibrer les marchés. Ce cours n'étant pas un cours de macroéconomie, on ne va pas rentrer dans le détail de ce débat, ni s'étendre sur ses conséquences pour la politique économique. Mais, on va présenter une étude empirique portant sur la flexibilité du prix du jus d'orange aux USA.

Dutta, Bergen et Levy (2002) ont étudié la flexibilité des prix sur le marché du jus d'orange aux USA. Ils disposent des prix de plusieurs marques de jus d'orange dans une chaîne de supermarchés américaine pour les années 1989-1991. Comme l'étude précédente, ils retiennent les prix de jus d'orange "frais" et de jus d'orange "longue conservation". Les auteurs disposent aussi des prix de gros unitaires demandés par les industriels à la chaîne de supermarché ainsi que du prix du jus d'orange sur le marché à terme de New-York (*New York Cotton Exchange - NYCE*). Il existe deux définitions de la flexibilité des prix dans la littérature empirique. Certaines études considèrent que les prix sont rigides s'ils ne sont modifiés que rarement. D'autres études considèrent que les prix sont rigides si une augmentation des coûts nécessite un long délai pour se répercuter totalement dans les prix de ventes. Les auteurs testent les deux définitions. La fréquence des changements de prix est relativement élevée. Les prix pour les consommateurs du jus d'orange réfrigéré changent environ toutes les deux semaines. Les prix du jus d'orange "longue conservation" changent un peu moins souvent : toutes les deux semaines et demi pour le *Minute Maid 12oz* mais seulement toutes les 12 semaines pour le *Tropicana 16 oz.* Beaucoup de ces changements de prix sont en fait dus à des promotions. Si on supprime les promotions, le prix du jus d'orange réfrigéré change toutes les 6 à 20 semaines selon les marques et celui du jus d'orange "longue conservation" toutes les 8 à 13 semaines. Les auteurs étudient, ensuite, la seconde définition de la rigidité des prix : le délai nécessaire pour que les prix s'ajustent à une modification du coût de production. La demande de jus d'orange est relativement stable au cours de l'année. En revanche, le prix des oranges varie en fonction des saisons et des aléas climatiques. Les variations de prix sont donc essentiellement dues à des chocs d'offre. Le test mené par les auteurs consiste à regarder 6 semaines après une variation du coût de production si le prix a augmenté du même montant ou n'a pas changé. Ils estiment donc des équations VAR expliquant le prix du jus d'orange pour les consommateurs et en déduisent des *cumulative impulse response functions.* Ils calculent l'intervalle de confiance du prix six semaines après un choc d'offre et regardent si cet intervalle contient la valeur 0 mais pas la valeur 1 (prix rigide) ou la valeur 1 mais pas la valeur 0 (prix flexible). Si l'intervalle de confiance contient les deux valeurs, ils réduisent l'intervalle de confiance jusqu'à ce qu'il ne contienne qu'une des deux valeurs (prix tendant à être rigide ou prix tendant à être flexible). 9 séries de prix sur les 12 produits sont flexibles tandis que les 3 autres sont rigides. Pour la plupart des produits, les prix s'ajustent après un délai de seulement 3 à 6 semaines aux variations de coût. Les prix de détails s'ajustent donc rapidement après une variation des prix de gros. Ces variations sont rapides, car des études antérieurs avaient trouvé des délais de plusieurs mois pour des prix industriels. Les auteurs avancent que cette flexibilité des prix est due à la concurrence assez vive entre les supermarchés. Les auteurs trouvent aussi que les prix de détails dépendent du prix du jus d'orange à la Bourse de New-York, même lorsque les équations économétriques contiennent les prix de gros unitaires. Les supermarchés utilisent donc le prix à la Bourse et le prix de gros pour fixer leur prix de détails. Le cours de Bourse leur permet d'anticiper les variations du prix de gros et de commencer les ajustements du prix de détails nécessaire. Les auteurs s'intéressent ensuite à la flexibilité des prix de gros. Ces prix sont modifiés fréquemment toutes les 1,5 à 4 semaines selon les produits, à l'exception du prix du *Tropicana 16 oz* qui ne change en moyenne que toutes les 12 semaines. Donc, selon la première définition, ils sont très flexibles. En revanche, les prix apparaissent moins flexibles, lorsqu'on utilise la seconde définition. En utilisant la même méthodologie mesurant le changement moyen du prix de gros six semaines après une variation du prix en Bourse, les auteurs trouvent que 6 séries de prix sont rigides et 6 séries sont flexibles. Les prix de gros paraissent donc moins flexibles que les prix de détails. Les auteurs expliquent cette plus forte rigidité des prix de gros par la concurrence plus faibles entre les industriels qu'entre les supermarchés et par l'existence de contrats de fourniture de long terme entre les industriels et les supermarchés.

Levy, Dutta et Bergen (2002) approfondissent l'étude précédente en détaillant la variation du prix de détail après deux chocs particuliers. Le premier choc est une vague de gel qui s'abat sur la Floride en décembre 1989 et détruit une partie des oranges et des orangers[86]. Le second choc est la parution en octobre 1991 d'un rapport du ministère de l'agriculture américain prévoyant que la prochaine récolte d'oranges serait inférieure d'environ 10% à la précédente[87]. Le premier choc provoque une hausse brutale du cours du jus d'orange sur le marché à terme. Cette hausse est suivie rapidement par une hausse du prix de gros et du prix de détails du jus d'orange. De façon un peu surprenante, la hausse du prix de détail précède la hausse du prix de gros. Les supermarchés augmentent donc le prix du jus d'orange avant que leurs fournisseurs augmentent leur prix de gros. On retrouve ce qu'on avait vu dans l'étude précédente. Le prix de détail réagit aux variations du prix sur le marché à terme et le prix de détail est plus flexible que le prix de gros. Les prix restent élevés pendant plusieurs mois. Le prix sur le marché à terme est le premier a baissé, suivi par le prix de gros dont la baisse est plus progressive puis par le prix de détail, dont la baisse commence plus tard mais est plus rapide. Le second choc, l'annonce d'une mauvaise récolte prévue, provoque une augmentation sur le marché à terme, mais pas de réaction notable des prix de gros et de détail du jus d'orange. Le cours sur le marché à terme diminue progressivement au cours des semaines suivantes, tandis que les prix de gros et de détails restent stables. Les auteurs tirent trois enseignements de cette expérience. (1) Les prix sont plus rigides lorsque les chocs sont de faibles ampleurs que lorsque les chocs sont importants. (2) Les prix sont plus rigides lorsque la variation sur le marché à terme est temporaire que lorsqu'elle est permanente. (3) Les prix sont plus rigides si les informations sur le choc sont plus limitées.

[86] La récolte suivante sera inférieure de presque 25% à la précédente et les oranges contiendront moins de sucre. Environ 20% des orangers seront détruits.

[87] La réduction sera finalement de 7,7%, mais les orangers contiendront plus de sucre.

12.4 Prix pro ou contra-cycliques ?

Dans la plupart des modèles qu'on a étudiés, les prix ont tendance à augmenter lorsque la demande augmente. On a cependant vu quelques exceptions. Si la concurrence est en prix à la Bertrand avec des biens homogènes et un coût marginal constant, les prix sont égaux au coût marginal et donc indépendants du niveau de la demande. A long terme, dans les modèles de la concurrence pure et parfaite et de Cournot avec libre entrée, le prix d'équilibre est aussi indépendant du niveau de la demande. Dans ces deux modèles, une augmentation de la demande provoque une augmentation du nombre de firmes mais ne modifie pas le prix d'équilibre à long terme. Cependant, dans ces deux modèles, des fluctuations de la demande provoquent, à court terme, des fluctuations des prix dans le même sens. Les modèles standards prédisent donc une augmentation des prix lorsque la demande augmente de façon transitoire. Ce qui paraît assez intuitif.

Empiriquement, on constate cependant parfois la relation inverse. Warner et Barsky (1995), MacDonald (2000) et Chevalier, Kashyap et Rossi (2003) trouvent que des augmentations saisonnières de la demande de certains produits semblent provoquer des réductions des prix de ces produits.

Chevalier, Kashyap et Rossi (2003) disposent de données hebdomadaires sur les prix de certains produits fixés par une chaîne de supermarchés de la région de Chicago allant de 1989 à 1997. Ils trouvent que Noël et Thanksgiving tendent à provoquer une réduction des prix des gâteaux apéritifs et du fromage, que la période du carême se traduit par une réduction du prix du thon, que les étés chauds font baisser le prix de la bière, etc. Les augmentations saisonnières de la demande de certains produits semblent donc se traduire par des baisses du prix de ces produits.

Chevalier, Kashyap et Rossi (2003) recensent trois théories prévoyant des prix contra-cycliques. Le modèle de collusion de Rotemberg et Saloner (1986) prévoit que les prix peuvent baisser lors des pics de demande[88]. Warner et Barsky (1995) prédisent aussi un mouvement contra-cyclique dans un modèle avec coût de recherche. Le mécanisme repose sur l'information imparfaite des consommateurs. Les consommateurs sont mal informés des prix pratiqués et ils doivent se renseigner pour connaître les prix des différents magasins. L'idée générale est que les consommateurs consentiront plus d'efforts pour s'informer durant les périodes où leurs achats sont plus importants. Les consommateurs sont donc mieux informés pendant les périodes où la demande est forte. L'élasticité de la demande de chacune des firmes est alors plus forte et les prix baissent. Le troisième modèle prévoyant des prix contra-cycliques est le modèle de "*loss-leader*" de Lal et Matutes (1994). Ce modèle est un modèle de concurrence entre supermarché vendant une grande variété de biens. Les consommateurs ne connaissent pas les prix pratiqués par les supermarchés, mais ils anticipent que les supermarchés fixent des prix égaux aux prix de réserve des consommateurs. Les supermarchés doivent, cependant, convaincre les consommateurs que leurs prix sont un peu plus faibles pour inciter les consommateurs à accepter de subir des coûts de transport pour se rendre au supermarché. Les supermarchés utilisent la publicité pour informer les consommateurs que les prix sont plus faibles et s'engager sur le niveau

[88] Voir chapitre sur la collusion tacite.

de ces prix. Cependant, comme la publicité a un coût, les supermarchés ne font de la publicité que sur les prix d'un petit nombre de produits. Les autres produits ne font pas l'objet de publicité et ils sont vendus aux prix de réserves des consommateurs. Pour réduire les coûts de publicité, les supermarchés ont intérêt à cibler les biens les plus demandés par les consommateurs. Ce modèle prédit donc que les biens ont plus de chance de servir de "produits d'appel" lorsque leur demande est la plus forte.

Chevalier, Kashyap et Rossi (2003) s'efforcent dans leur article de confronter ces trois théories à leurs observations de prix. Ils notent que les trois théories ne prédisent pas exactement les mêmes changements de prix. Rotemberg et Saloner (1986) et Warner et Barsky (1995) prédisent que les prix baissent lorsque la demande *totale* augmente. Lal et Matutes (1994) prédisent que le prix d'un produit doit baisser lorsque la demande *de ce produit* augmente. Les périodes de Noël et de Thanksgiving correspondent des augmentations globales des achats des consommateurs. Ce sont les semaines où le chiffre d'affaires des supermarchés est le plus élevé dans l'année. Les demandes de certains produits augmentent cependant plus que d'autres. Les demandes pour les gâteaux apéritifs, pour le champagne, pour le fromage, etc, augmentent tandis que les demandes de lessive, de dentifrice, de yaourts, etc restent stables ou diminuent légèrement. La période du carême correspond à une période de déplacement de la demande de viande vers la demande de poisson mais la demande totale de produits n'est pas affectée. Les modèles de Rotemberg et Saloner (1986) et de Warner et Barsky (1995) prédisent donc une baisse de tous les prix à l'approche de Noël et de Thankgiving tandis que le modèle de Lal et Matutes (1994) prédit une réduction des prix des produits dont la demande augmente fortement. Chevalier, Kashyap et Rossi (2003) trouvent que, lors de ces fêtes, les prix des produits dont la demande augmente fortement baissent mais que l'indice des prix des autres produits semble plutôt légèrement augmenté. Le modèle de Lal et Matutes (1994) semble donc le mieux expliquer les observations. De même le modèle de Lal et Matutes (1994) prédit bien la baisse du prix du thon pendant la période du carême alors que les autres modèles ne prédisent a priori pas de changement des stratégies des supermarchés.

Pour conforter leurs résultats, Chevalier, Kashyap et Rossi (2003) se livrent à quelques tests supplémentaires. Ils vérifient que les réductions de prix sont dues essentiellement à des réductions de la marge des supermarchés et seulement marginalement à une réduction des prix de gros consentie par les industriels. Ils estiment aussi l'élasticité de la demande des différents produits et trouvent que l'élasticité augmente lorsque la demande augmente pour seulement 5 des 22 produits étudiés. Ce qui semble indiquer que l'explication de Warner et Barsky (1995) n'est pas la plus importante. Enfin, les auteurs trouvent que les dépenses publicitaires pour informés les consommateurs du prix des produits augmentent pour les produits donc la demande augmente, ce qui correspond bien aux prédictions de Lal et Matutes (1994). Le modèle de Lal et Matutes (1994) semble donc fournir une bonne explication du caractère contra-cyclique des marges des supermarchés.

12.5 Cycles de prix

On a vu que, dans plusieurs modèles de concurrence à la Bertrand, il n'existe pas d'équilibres en stratégies pures. Les firmes peuvent alors jouer des stratégies mixtes. Si les firmes s'"adaptent" aux comportements de leurs concurrentes, les prix peuvent suivre des cycles. On part d'un prix élevé. Chacune des firmes va réduire son prix juste au-dessous de celui de ses concurrentes. Les prix baissent donc régulièrement. Lorsqu'un prix très faible est atteint, l'une des firmes fixe à nouveau un prix très élevé et un nouveau cycle de baisse progressive s'engage. Théoriquement, il est donc possible de construire des modèles où le prix baisse lentement puis remonte brusquement, avant de baisser à nouveau lentement, etc.

On observe effectivement ce type de cycles dans certaines industries. C'est notamment le cas du prix de l'essence à la pompe dans certaines villes américaines (Eckert, 2003; Noel, 2007a et b, 2008; Wang, 2008).

Lewis (2012) s'intéresse aux mécanismes de coordination des firmes lorsque le prix remonte. S'il n'y a que deux firmes, la dynamique des prix est assez simple. Fixer un prix élevé est la meilleure réponse à un prix très faible. La dynamique est plus complexe lorsque le nombre de firmes est supérieur à deux. Il est possible qu'une firme n'ait intérêt à remonter son prix que si certaines de ses concurrentes le remontent aussi. Les firmes doivent donc trouver un moyen de coordonner leurs hausses de prix.

Lewis (2012) recherche le mécanisme de coordination utilisé dans l'industrie des stations services aux USA. Il commence par utiliser une base de données listant les prix de l'essence dans 280 villes américaines entre 2004 et 2010. L'auteur recherche dans cette base les villes présentant des cycles de prix. Pour repérer les cycles, il calcule la médiane des variations quotidiennes des prix. Dans les villes ne présentant pas de cycles, les hausses et les baisses ont des proportions voisines et la médiane est proche de zéro. Dans les villes présentant des cycles, les baisses sont plus nombreuses (mais de faible montant) que les hausses (brutales). La médiane doit donc être sensiblement négative. Ce filtre permet de sélectionner 52 villes présentant des prix cycliques. Ces villes sont toutes situées dans le *middle west*. Ces villes semblent aussi correspondre aux zones de fortes implantations de deux chaînes de station-services : *speedway* et *quick trip*. L'auteur utilise ensuite une seconde base de données contenant les prix quotidiens des différentes station-service entre 2008 et 2010. Les cycles de prix dans les villes sélectionnées sont assez courts. La médiane est de 8 jours (les premiers et troisièmes quartiles sont égaux à 6 et 14 jours). La remontée des prix est généralement brutale : 1 ou 2 jours. Le reste du cycle est une baisse lente des prix. Les hausses sont assez importantes 5 et parfois 10 cents par gallon en une seule hausse. Les hausses des différentes firmes apparaissent comme simultanées ou décalées d'une seule journée et les prix de beaucoup de firmes sont identiques juste après une hausse. Les hausses sont rapidement suivies de petites baisses et les prix des différentes firmes divergent. Pour approfondir son étude, l'auteur utilise une troisième base de données qu'il a constitué en relevant toutes les trois heures les prix affichés par la chaîne *speedway* sur son site internet. Cette chaîne et la chaîne *quick trip* semblent prendre l'initiative de beaucoup des hausses brutales de prix. Les hausses de prix dans la plupart des stations de cette chaîne sont simultanées (dans le même intervalle de trois heures) et les prix sont identiques dans les différentes stations de la chaîne après une hausse. A l'opposé, les baisses ne sont pas concentrées dans le temps et les prix des différentes stations de la chaîne divergent. L'économétrie confirme que ces deux chaînes sont plus souvent que les autres à l'initiative des hausses de prix. Ces deux chaînes semblent donc jouer le rôle de leader et servent à coordonner les remontées de prix entre les différentes firmes et les différentes localités.

12.6 Marché à terme du jus d'orange

Roll (1984) étudie les fluctuations sur le marché à terme du jus d'orange concentré aux USA entre 1976 et 1981. La production d'oranges destinées à la production de jus d'orange aux USA est concentrée dans la région d'Orlando en Floride. La Californie produit aussi des oranges, mais ces dernières sont vendues sous forme de fruits et ne servent que rarement à produire du jus d'orange concentré (les propriétés de ces oranges sont différentes de celles de Floride). Le marché à terme de la bourse de New York permet d'échanger des contrats portant sur la livraison future de jus d'orange concentrée. De nouveaux contrats sont émis tous les 2 mois et portent sur des périodes allant de 2 mois à 18 mois. L'étude se concentre sur les contrats à 2 mois et à 4 mois. Les contrats à terme servent, pour les consommateurs, à se prémunir contre une hausse du prix du jus concentré. Cette hausse est souvent liée à des conditions météorologique défavorables, notamment des jours de gel en hiver. Les prix des contrats montrent une tendance décroissante durant les hivers sans gel. Le prix est élevé au début de l'hiver car le risque de gel est incertain et le prix baisse de jours en jours si le risque de gel ne se matérialise pas. En revanche, si une période de gel apparaît, le prix des contrats à terme augmente fortement.

L'auteur utilise ses données pour tester l'hypothèse d'efficience informationnelle du marché. Si le marché est informationnellement efficient, la totalité des informations disponibles sont intégrées dans les prix et l'information disponible à un moment t ne permet pas de prévoir les variations de prix entre les moments t et $t+1$. Pour le marché du jus d'orange concentré, cela implique concrètement que les variations de prix pendant un jour t devraient dépendre de l'écart entre la météo du jour t et sa prévision par les services météo dans les jours précédents mais pas de la météo du jour (qui devraient avoir été prise en compte dans les jours précédents lorsque les prévisions ont été rendues publiques). L'auteur trouve que ce n'est pas le cas. La différence entre la météo du jour et la météo prévue a un impact non seulement sur la variation des prix au jour t mais aussi sur celle des jours $t+1$ et $t+2$. Cependant, l'auteur note que les variations de prix sur le marché à terme sont plafonnées par la règlementation du marché. Cette limite des variations est saturée pour plus d'une centaine de jours de l'échantillon. Pour éliminer cette contrainte, l'auteur agrège en une seule journée, les jours où la limite contraint les variations de prix. Après cette modification des données, l'erreur de prévision de la température du jour t influence la variation des cours du jour t mais pas celle du jour $t+1$. Le marché apparaît donc informationnellement efficient. L'auteur trouve aussi que la variation des prix des contrats à terme de la journée t permet de prédire en partie l'erreur de prévision de la température de la nuit suivante en hiver.

Si l'auteur trouve une relation claire entre l'évolution des prix des contrats à terme et la température en hiver, il n'arrive en revanche pas à trouver de lien entre la pluviométrie et le prix futur du jus d'orange concentré. L'auteur ne trouve pas non plus d'effet significatif des variations du taux de change entre dollar américain et dollar canadien (censées influencer la demande du Canada) sur les prix du marché à terme. Les variations de prix de biens substituts (comme le jus de pomme) n'ont pas non plus d'impact statistiquement significatif. Les variations de température semblent être le principal déterminant de la variation des prix sur le marché à terme. Les variations de température n'expliquent cependant qu'une petite partie des fluctuations des prix. La plus grande partie des variations reste inexpliquée.

13 Principaux points à retenir

- Comment calculer les équilibres de Cournot, Stackelberg et Bertrand.

- Généralement, dans le modèle de Cournot, les quantités choisies par les firmes sont des substituts stratégiques, tandis que, dans le modèle de Bertrand, les prix sont des compléments stratégiques. Il existe des exceptions.

- L'équilibre de Cournot n'est pas un optimum de Pareto pour 2 raisons. La production totale des firmes est trop faible (le prix d'équilibre est supérieur aux coûts marginaux des firmes). La répartition de la production entre les firmes peut être inefficiente (les firmes peuvent avoir des coûts marginaux différents à l'équilibre). Pour résoudre cette seconde inefficacité, il faut réduire le niveau de production des firmes qui produisent peu et augmenter celui des firmes qui produisent beaucoup.

- Le nombre de firmes dans l'équilibre de Cournot avec libre entrée a tendance à être supérieur au nombre socialement efficace.

- On peut résoudre le paradoxe de Bertrand en introduisant de la différenciation entre les produits ou des contraintes de capacités.

- Sous certaines hypothèses, un jeu dans lequel les firmes choisissent des capacités puis des prix aboutit aux mêmes résultats qu'un jeu à la Cournot.

14 Lectures conseillées

Le chapitre 5 de Tirole (1988) constitue une excellente introduction à la concurrence en prix. Le livre de Vives (1999) couvre l'ensemble des thèmes abordé dans ce chapitre. Il est plus technique que Tirole (1988). On peut donc commencer par Tirole (1988) pour découvrir le sujet et utiliser ensuite Vives (1999) pour approfondir certains points.

15 Quelques notions de mathématiques

Definition 5 *Une fonction* $F : [0, \infty[^2 \to \mathbb{R}$ *est strictement "supermodular" si :*

$$F(x_1, y_1) - F(x_2, y_1) > F(x_1, y_2) - F(x_2, y_2)$$

pour tous $x_1 > x_2$ *et tous* $y_1 > y_2$*.*

Definition 6 *Une fonction* $F : [0, \infty[^2 \to \mathbb{R}$ *est strictement "submodular" si :*

$$F(x_1, y_1) - F(x_2, y_1) < F(x_1, y_2) - F(x_2, y_2)$$

pour tous $x_1 > x_2$ *et tous* $y_1 > y_2$*.*

Une fonction F est strictement *log-supermodular* si $\log F$ est strictement *supermodular*.

Theorem 7 *Une fonction* $x^*(y) \in \arg\max_{x \geq 0} F(x, y)$ *est non décroissante [non croissante] en* y *si* F *est strictement supermodular [strictement submodular] en* (x, y)*.*

References

[1] ABBINK K. et J. BRANDTS (2008), Pricing in Bertrand competition with increasing marginal costs, *Games and Economic Behavior*, 63 (1), 1-31?.

[2] ALLAZ B. et J-L. VILA (1993), Cournot competition, forward markets and efficiency, *Journal of Economic Theory*, 59 (1), 1-16.

[3] ALLEN Beth (1992), Price and quantity competition in homogeneous duopoly markets, *Economics Letters*, 38, 417-422.

[4] ALLEN Beth et Martin HELLWIG (1986a), Price-setting firms and the oligopolistic foundations of perfect competition, *American Economic Review, Papers and Proceedings*, 76 (2), 387-392.

[5] ALLEN B. et M. HELLWIG (1986b), Bertrand-Edgeworth oligopoly in large markets, *Review of Economic Studies*, 53, 175-204.

[6] AMIR Rabah (1995), Endogenous timing in two-player games: a counterexample, *Games and Economic Behavior*, 9, 234-237.

[7] AMIR Rabah (1996), Cournot oligopoly and the theory of supermodular games, *Games and Economic Behavior*, 15, 132-148.

[8] AMIR Rabah, Luciano DE CASTRO et Leonidas KOUTSOUGERAS (2014), Free entry versus socially optimal entry, *Journal of Economic Theory*, 154, 112-125.

[9] AMIR Rabah, Philip ERICKSON et Jim JIN (2017), On the microeconomic foundations of linear demand for differentiated products, *Journal of Economic Theory*, 169, 641-665.

[10] AMIR Rabah et I. GRILO (1999), Stackelberg vs Cournot equilibrium, *Games and Economic Behavior*, 26, 1-21.

[11] AMIR R., I. GRILO et J. JIN (1999), Demand-induced endogenous price leadership, *International Game Theory Review*, 1, 219-240.

[12] AMIR R. et J.Y. JIN (2001), Cournot and Bertrand equilibria compared: substituability, complementarity and concavity, *International Journal of Industrial Organization*, 19, 303-317.

[13] AMIR Rabah et Anna STEPANOVA (2006), Second-mover advantage and price leadership in Bertrand duopoly, *Games and Economic Behavior*, 55, 1-20.

[14] ARNOLD Michael A. (2000), Costly search, capacity constraints, and Bertrand equilibrium price dispersion, *International Economic Review*, 41, 117-131.

[15] ARNOLD Michael A. et Christine SALIBA (2011), Asymmetric capacity constraints and equilibrium price dispersion, *Economics Letters*, 111, 158-160.

[16] BAGH Adib (2010), Pure strategy equilibria in Bertrand games with discontinuous demand and asymmetric tie-breaking rules, *Economics Letters*, 108, 277-279.

[17] BAYE M. R. et D. KOVENOCK (2008), *Bertrand Competition*, in Durlauf S.N. et L. E.Blume (Eds), *The New Palgrave Dictionary in Economics*, Palgrave Macmillan.

[18] BAYE Michael R. et John MORGAN (1999), A folk theorem for one-shot Bertrand games, *Economics Letters*, 65, 59-65.

[19] BAYE Michael R. et John MORGAN (2002), Winner-take-all price competition, *Economic Theory*, 19, 271-282.

[20] BENASSY J.P. (1989), On the role of market size in imperfect competition, *Review of Economic Studies*, 56, 217-234.

[21] BERCK Peter, Jennifer BROWN, Jeffrey M. PERLOFF et Sofia Berto VILLAS-BOAS (2008), Sales: tests of theories on causality and timing, *International Journal of Industrial Organization*, 26, 1257-1273.

[22] BERGSTROM Theodore C. et Hal R. VARIAN (1985a), Two remarks on Cournot Equilibria, *Economics Letters*, 19 (1), 5-8.

[23] BERGSTROM Theodore C. et Hal R. VARIAN (1985b), When are Nash equilibria independent of the distribution of agent's characteristics?, *Review of Economic Studies*, 52 (4), 715-718.

[24] BERNHEIM D. (1984), Rationalizable strategic behavior, *Econometrica*, 52, ?.

[25] BERRY Steven T. et Joel WALDFOGEL (1999), Free entry and social inefficiency in radio broadcasting, *Rand Journal of Economics*, 30 ( ), 397-420.

[26] BERTOMEU Jeremy (2009), Endogenous shakeouts, *International Journal of Industrial Organization*, 27, 435-440.

[27] BERTRAND Joseph (1883), Théorie mathématique de la richesse sociale, *Journal des Savants*, 48, 499-508.

[28] BLUME Andreas (2003), Bertrand without fudge, *Economics Letters*, 78, 167-168.

[29] BOCCARD Nicolas et Xavier WAUTHY (2000), Bertrand competition and Cournot outcomes : further results, *Economics Letters*, 68, 279-285.

[30] BOCCARD Nicolas et Xavier WAUTHY (2004), Bertrand competition and Cournot outcomes : a correction, *Economics Letters*, 84, 163-166.

[31] BOCCARD N. et X.Y. WAUTHY (2010), Equilibrium vertical differentiation in a Bertrand model with capacity precommitment, *International Journal of Industrial Organization*, 28, 288-297.

[32] BÖRGERS T. (1992), Iterated elimination of dominated strategies in a Bertrand-Edgeworth model, *Review of Economic Studies*, 59, 163-176.

[33] BOYER Marcel et Michel MOREAUX (1986a), Perfect competition as the limit of a hierarchical market game, *Economics Letters*, 22, 115-118.

[34] BOYER Marcel et Michel MOREAUX (1986b), Rationnement, anticipations rationnelles et équilibres de Stackelberg, *Annales d'Économie et de Statistique*, 1, 55-73.

[35] BOYER Marcel et Michel MOREAUX (1987), Being a leader or a follower: reflections on the distribution of roles in duopoly, *International Journal of Industrial Organization*, 5, 175-192.

[36] BOYER Marcel et Michel MOREAUX (1988), Rational rationing in Stackelberg equilibria, *Quarterly Journal of Economics*, ?, 409-414.

[37] BOYER Marcel et Michel MOREAUX (1991), Les équilibres de marché avec meneur en information complète : un survol de la littérature, *Revue d'économie politique*, 101, 255-279.

[38] BRAID Ralph M. (1986), Stackelberg price leadership in spatial competition, *International Journal of Industrial Organization*, 4, 439-449.

[39] BREITMOSER Yves (2012), On the endogeneity of Cournot, Bertrand, and Stackelberg competition in oligopolies, *International Journal of Industrial Organization*, 30, 16-29.

[40] BULOW J.I., J.D. GEANAKOPLOS et Paul KLEMPERER (1985), Multimarket oligopoly : strategic substitutes and complements, *Journal of Political Economy*, 93, 488-511.

[41] BURGUET Roberto et József SÁKOVICS (2017), Bertrand and the long run, *International Journal of Industrial Organization*, 51, 39-55.

[42] CABON-DHERSIN Marie-Laure et Nicolas DROUHIN (2014), Tacit collusion in a one-shot game of price competition with soft capacity constraints, *Journal of Economics & Management Strategy*, 23 (2), 427-442.

[43] CABRAL L.M.B. (1995), Conjectural variations as a reduced form, *Economics Letters*, 49, 397-402.

[44] CABRALES A., W. GARCIA-FONTES et M. MOTTA (2000), Risk dominance selects the leader. An experimental analysis, *International Journal of Industrial Organization*, 18, 137-162.

[45] CANOY M. (1996), Product differentiation in a Bertrand-Edgeworth duopoly, *Journal of Economic Theory*, 70, 158-179.

[46] CHAMBERLIN E. H. (1933), *The Theory of Monopolistic Competition*, HUP.

[47] CHEN Y. et M. RIORDAN (2008), Price-increasing competition, *Rand Journal of Economics*, 39, 1042-1058.

[48] CHENG L. (1985), Comparing Bertrand and Cournot equilibria: a geometric approach, *Rand Journal of Economics*, 16, 146-152.

[49] CHEVALIER Judith A., Anil K. KASHYAP et Peter E. ROSSI (2003), Why don't prices rise during periods of peak demand? Evidence from scanner data, *American Economic Review*, 93 (1), 15-37.

[50] COTTERILL Ronald W. (1986), Market power in the retail food industry: evidence from Vermont, *Review of Economics and Statistics*, 68, 379-386.

[51] COURNOT Antoine-Augustin (1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Hachette, Paris.

[52] COURTY P. (2003), Some economics of ticket resale, *Journal of Economic Perspectives*, 17 (?), 85-97.

[53] CYERT R.M. et M. DeGROOT (1970), Multiperiod decision models with alternating choice as a solution to the duopoly problem, *Quarterly Journal of Economics*, 84, 410-429.

[54] van DAMME Eric et Sjaak HURKENS (1996), Commitment-robust equilibria and endogenous timing, *Games and Economic Behavior*, 15, 290-311.

[55] van DAMME Eric et Sjaak HURKENS (1997), Games with imperfectly observable commitment, *Games and Economic Behavior*, 21, 282-308.

[56] van DAMME Eric et Sjaak HURKENS (1999), Endogenous Stackelberg leadership, *Games and Economic Behavior*, 28, 105-129.

[57] van DAMME Eric et Sjaak HURKENS (2004), Endogenous price leadership, *Games and Economic Behavior*, 47, 404-420.

[58] DANA J. (1999), Equilibrium price dispersion under demand uncertainty: the role of costly capacity and market structure, *Rand Journal of Economics*, 30, 632-660.

[59] DANA J. (2001), Competition in price and availability when availability is unobservable, *Rand Journal of Economics*, 32, 497-513.

[60] DASTIDAR K. G. (1995), On the existence of pure strategy Bertrand equilibrium, *Economic Theory*, 5 (1), 19-32.

[61] DASTIDAR Krishnendu Ghosh (1997), Comparing Cournot and Bertrand in a homogeneous product market, *Journal of Economic Theory*, 75, 205-212.

[62] DASTIDAR Krishnendu Ghosh (2001), Collusive outcomes in price competition, *Journal of Economics*, 73, 81-93.

[63] DASTIDAR Krishnendu Ghosh (2004), On Stackelberg games in a homogeneous product market, *European Economic Review*, 48 (3), 549-562.

[64] DASTIDAR Krishnendu Ghosh (2011a), Existence of Bertrand equilibrium revisited, *International Journal of Economic Theory*, 7 (1), 331-350.

[65] DASTIDAR Krishnendu Ghosh (2011b), Bertrand equilibrium with subbadditive costs, *Economics Letters*, 112, 202-204.

[66] DASTIDAR Krishnendu Ghosh et D. FURTH (2005), Endogenous price leadership in a duopoly: equal products, unequal technology, *International Journal of Economic Theory*, 1 (3), 189-210.

[67] DAVIDSON Carl et Raymond DENECKERE (1986), Long-run competition in capacity, short-run competition in price, and the Cournot model, *Rand Journal of Economics*, 17 (3), 404-415.

[68] DE FRANCESCO Massimo A. (2003), On a property of mixed strategy equilibria of the pricing game, *Economics Bulletin*, 4 (30), 1-8.

[69] DELGADO J. et D. MORENO (2004), Coalition-proof supply function equilibria in oligopoly, *Journal of Economic Theory*, 114, 231-254.

[70] DENECKERE Raymond J. et Dan KOVENOCK (1992), Price Leadership, *Review of Economic Studies*, 59 (1), 143-162.

[71] DENECKERE Raymond J. et Dan KOVENOCK (1996), Bertrand-Edgeworth duopoly with unit cost asymmetry, *Economic Theory*, 8, 1-25.

[72] DENECKERE Raymond J., Dan KOVENOCK et R. LEE (1991), A model of price leadership based on consumer loyalty, *Journal of Industrial Economics*, 40, 147-156.

[73] DIXIT Avinash (1986), Comparative statics for oligopoly, *International Economic Review*, 27 (1), 107-122.

[74] DIXON Huw (1984), The existence of mixed-strategy equilibria in a price-setting oligopoly with convex Costs, *Economics Letters*, 16, 205-212.

[75] DIXON Huw (1985), Strategic investment in an industry with a competitive product market, *Journal of Industrial Economics*, 33 (4), 483-499.

[76] DIXON Huw (1986), The Cournot and Bertrand outcomes as equilibria in a strategic metagame, *Economic Journal*, 96, 59-70.

[77] DIXON H. (1987), Approximate Bertrand equilibrium in a replicated industry, *Review of Economic Studies*, 54, 47-62.

[78] DIXON Huw (1990), Bertrand-Edgeworth equilibria when firms avoid turning customers away, *Journal of Industrial Economics*, 39 (2), 131-146.

[79] DIXON Huw David (1992), The competitive outcome as the equilibrium in an Edgeworthian price-quantity model, *Economic Journal*, 102 (411), 301-309.

[80] DOCKNER E.J. (1992), A dynamic theory of conjectural variations, *Journal of Industrial Economics*, 40 (4), 377-395.

[81] DUTTA Shantanu, Mark BERGEN et Daniel LEVY (2002), Price flexibility in channels of distribution: evidence from scanner data, *Journal of Economic Dynamics & Control*, 26, 1845-1900.

[82] ECKERT A. (2003), Retail price cycles and the presence of small firms, *International Journal of Industrial Organization*, 21 (2), 151-170.

[83] EDGEWORTH F. (1897), La teoria pura del monopolio, *Giornale Degli Economisti*, 40, 13-31. [Traduction anglaise : '*The pure theory of monopoly.*' In *Papers Relating to Political Economy*, 1925, London. Macmillan].

[84] EINY E., O. HAIMANKO, D. MORENO et B. SHITOVITZ (2010), On the existence of Bayesian Cournot equilibrium, *Games and Economic Behavior*, 68, 77-94.

[85] ELLINGSEN T. (1995), On flexibility in oligopoly, *Economics Letters*, 48, 83-89.

[86] ETRO Federico (2006), Agressive leaders, *Rand Journal of Economics*, 37 (1), 146-154.

[87] ETRO F. (2008), Stackelberg competition with endogenous entry, *Economic Journal*, 118 (532), 1670-1697.

[88] FÉVRIER Philippe et Laurent LINNEMER (2004), Idiosyncratic shocks in an asymmetric Cournot oligopoly, *International Journal of Industrial Organization*, 22, 835-848.

[89] FONSECA M.A., S. HUCK et H-T. NORMANN (2005), Playing Cournot although they shouldn't: endogenous timing in experimental duopolies with asymmetric cost, *Economic Theory*, 25 (3), 669-677.

[90] FONSECA M.A., W. MULLER et H-T. NORMANN (2006), Endogenous timing in duopoly: experimental evidence, *Int J Game Theory*, 34 (3), 443-456.

[91] FRANK C. R. (1965), Entry in a Cournot market, *Review of Economic Studies*, 32, 245-250.

[92] FRAYSSÉ Jean (1986), Existence des équilibres de Cournot : un tour d'horizon, *Annales d'Economie et de Statistiques*, 1, 9-33.

[93] FRIEDMAN James W. (1988), On the strategic importance of prices versus quantities, *Rand Journal of Economics*, 19 (4), 607-622.

[94] FUESS Scott M. Jr. et Mark A. LOEWENSTEIN (1991), On strategic cost increases in a duopoly, *International Journal of Industrial Organization*, 9, 389-395.

[95] FURTH D. et D. KOVENOCK (1992), Price leadership in a duopoly with capacity constraints and product differentiation, *Journal of Economics*, 57 (1), 1-35.

[96] GAL-OR E. (1985), First mover and second mover advantages, *International Economic Review*, 26, 649-653.

[97] GAUDET Gérard et Stephen W. SALANT (1991), Uniqueness of Cournot equilibrium : news results from old methods, *Review of Economic Studies*, 58, 399-404.

[98] GHOSH A. et S. SAHA (2007), Excess entry in the absence of scale economies, *Economic Theory*, 30 (?), 575-586.

[99] GROSSMANN Volker (2007), Firm size and diversification: multiproduct firms in asymmetric oligopoly, *International Journal of Industrial Organization*, 25, 51-67.

[100] GRUYER N. (2009), A note on quantity precommitment, Cournot outcome and asymmetric capacity costs, *Economics Bulletin*, 29 (1), 385-392.

[101] HÄCKNER Jonas (2000), A note on price and quantity competition in differentiated oligopolies, *Journal of Economic Theory*, 93, 233-239.

[102] HAHN F. (1962), The stability of the Cournot oligopoly solution, *Review of Economic Studies*, 29, 329-331.

[103] HAMILTON J. et S. SLUTSKY (1990), Endogenous timing in duopoly games: Stackelberg or Cournot equilibria, *Games and Economic Behavior*, 2 (1), 29-46.

[104] HARRINGTON J. (1989), A re-evaluation of perfect competition as the solution to the Bertrand price game, *Mathematical Social Sciences*, 17, 315-328.

[105] HARSANYI J. et R. SELTEN (1988), *A general theory of equilibrium selection in games*, MIT Press, Cambridge MA.

[106] HENKEL J. (2002), The 1.5th mover advantage, *Rand Journal of Economics*, 33, 156-170.

[107] HIRATA Daisuke et Toshihiro MATSUMURA (2010), On the uniqueness of Bertrand equilibrium, *Operations Research Letters*, 38, 533-535.

[108] HIRATA Daisuke et Toshihiro MATSUMURA (2011), Price leadership in a homogeneous product market, *Journal of Economics*, 104, 199-217.

[109] HIROKAWA Midori et Dan SASAKI (2000), Endogenous co-leadership when demand is uncertain, *Australian Economic Papers*, 39 (3), 278-290.

[110] HOERNIG Steffen H. (2002), Mixed Bertrand equilibria under decreasing returns to scale: an embarrassment of riches, *Economics Letters*, 74, 359-362.

[111] HOERNIG S. H. (2007), Bertrand games and sharing rules, *Economic Theory*, 31, 573-585.

[112] HOLLANDER Abraham (1987), On price-increasing entry, *Economica*, 54 (215), 317-324.

[113] HUCK S., W. MÜLLER et H.T. NORMANN (2002), To commit or not to commit: endogenous timing in experimental duopoly markets, *Games and Economic Behavior*, 38 (2), 240-264.

[114] INO H. et T. MATSUMURA (2012), How many firms should be leaders? Beneficial concentration revisited, *International Economic Review*, 53 (4), 1323-1340.

[115] JULIEN L. A. (2011), A note on Stackelberg competition, *Journal of Economics*, 103 (?), 171-187.

[116] KAMIEN M, L. LI et D. SAMET (1989), Bertrand competition with subcontracting, *Rand Journal of Economics*, 20, 553-567.

[117] KAPLAN T. et D. WETTSEIN (2000), The possibility of mixed-strategy equilibria with constant-return-to-scale technology under Bertrand competition, *Spanish Economic Review*, 2, 65-71.

[118] KARP L. et J. PERLOFF (2005), When promoters like scalpers, *Journal of Economics and Management Strategy*, 14, 477-508.

[119] KARTIK Navin (2011), A note on undominated Bertrand equilibria, *Economics Letters*, 111, 125-126.

[120] KIMMEL Sheldon (1992), Effects of cost changes on oligopolists' profits, *Journal of Industrial Economics*, 40 (4), 441-449.

[121] KLAUS A. et J. BRANDTS (2008), Pricing in Bertrand competition with increasing marginal costs, *Games and Economic Behavior*, 63, 1-31.

[122] KLEMPERER P. et M. MEYER (1986), Price competition vs. quantity competition: the role of uncertainty, *Rand Journal of Economics*, 17 (4), 618-638.

[123] KLEMPERER Paul D. et Margaret A. MEYER (1989), Supply function equilibria in oligopoly under uncertainty, *Econometrica*, 57 (6), 1243-1277.

[124] KREPS David M. et José A. SCHEINKMAN (1983), Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes, *Bell Journal of Economics*, 14 (2), 326-337.

[125] LAHIRI Sajal et Yoshiyasu ONO (1988), Helping minor firms reduces welfare, *Economic Journal*, 98, 1199-1202.

[126] LAL Rajiv et Carmen MATUTES (1994), Retail pricing and advertising strategies, *Journal of Business*, 67 (3), 345-370.

[127] LAPAN Harvey E. et David A. HENNESSY (2006), A note on cost arrangement and market performance in a multi-product Cournot oligopoly, *International Journal of Industrial Organization*, 24, 583-591.

[128] LEPORE Jason J. (2008), Cournot and Bertrand-Edgeworth competition when rivals' costs are unknown, *Economics Letters*, 101, 237-240.

[129] LEPORE Jonas (2009), Consumer rationing and the Cournot outcome, *The B.E. Journal of Theoretical Economics*, 9 (1), article 28.

[130] LEVITAN R. et M. SHUBIK (1972), Price duopoly and capacity constraints, *International Economic Review*, 13, 111-121.

[131] LEVY Daniel, Mark BERGEN, Shantanu DUTTA et Robert VENABLE (1997), The magnitude of menu costs: direct evidence from large U.S. supermarket chains, *Quarterly Journal of Economics*, ? (?), 791-825.

[132] LEVY Daniel, Shantanu DUTTA et Mark BERGEN (2002), Heterogeneity of price rigidity: evidence from a case study using microlevel data, *Journal of Money, Credit and Banking*, 34 (1), 197-220.

[133] LEWIS Matthew S. (2012), Price leadership and coordination in retail gasoline markets with price cycles, *International Journal of Industrial Organization*, 30, 342-351.

[134] LIANG Xiaoying, Lei XIE et Houmin YAN (2012), Bertrand competition with intermediation, *Economics Letters*, 116, 112-114.

[135] LOFARO A. (2002), On the efficiency of Bertrand and Cournot competition under incomplete information, *European Journal of Political Economy*, 18, 561-578.

[136] LONG Ngo Van et Antoine SOUBEYRAN (2001), Cost manipulation games in oligopoly, with costs of manipulating, *International Economic Review*, 42 (2), 505-533.

[137] MAC DONALD James M. (2000), Demand, information and competition: why do food prices fall at seasonal demand peak?, *Journal of Industrial Economics*, 48 (1), 27-45.

[138] MADDEN P. (1998), Elastic demand, sunk costs and the Kreps-Scheinkman extension of the Cournot model, *Economic Theory*, 12, 199-212.

[139] MAGGI Giovanni (1996a), Strategic trade policies with endogenous mode of competition, *American Economic Review*, 86 (1), 237-258.

[140] MAGGI Giovanni (1996b), Endogenous leadership in a new market, *Rand Journal of Economics*, 27, 641-659.

[141] MAHENC Philippe et François SALANIÉ (2004), Softening competition through forward trading, *Journal of Economic Theory*, 116 (2), 282-293.

[142] MANKIW N. Gregory et Michael D. WHINSTON (1986), Free entry and social inefficiency, *Rand Journal of Economics*, 17 (1), 48-58.

[143] MARJIT S. et A. MUKHERJEE (2013), Foreign competition and social efficiency of entry, *Economic Modelling*, 32, 108-112.

[144] MARKHAM J.W. (1951), The nature and significance of price leadership, *American Economic Review*, 41, 891-905.

[145] MARQUEZ Robert (1997), A note on Bertrand competition with asymmetric fixed costs, *Economics Letters*, 57, 87-96.

[146] MASKIN Eric (1986), The existence of equilibrium with price-setting firms, *American Economic Review, Papers and Proceedings*, 76 (2), 382-386.

[147] MATSUMURA T. (1995), Endogenous timing in multi-stage duopoly games, *Jpn Econ Rev*, 46 (3), 257-265.

[148] MATSUMURA Toshihiro (1997), How many firms become leaders?, *Australian Economic Papers*, 36 (68), 1-13.

[149] MATSUMURA Toshihiro (1999), Quantity-setting oligopoly with endogenous sequencing, *International Journal of Industrial Organization*, 17, 289-296.

[150] MATSUMURA Toshihiro, Takeshi MUROOKA et Akira OGAWA (2011), Randomized strategy equilibrium in the action commitment game with costs of leading, *Operations Research Letters*, 39, 115-117.

[151] MATSUMURA Toshihiro et Akira OGAWA (2009), Payoff dominance and risk dominance in the observable delay game: a note, *Journal of Economics*, 97 (3), 265-272.

[152] MORENO Diego et Luis UBEDA (2006), Capacity precommitment and price competition yield the Cournot outcome, *Games and Economic Behavior*, 56, 323-332.

[153] MUKHERJEE Arijit (2012), Social efficiency of entry with market leaders, *Journal of Economics and Management Strategy*, 21 (2), 431-444.

[154] MUKHERJEE A. et L. ZHAO (2009), Profit raising entry, *Journal of Industrial Economics*, 57 (4), 870.

[155] NAIMZADA A.K. et F. TRAMONTANA (2012), Dynamic properties of a Cournot-Bertrand duopoly game with differentiated products, *Economic Modelling*, 29, 1436-1439.

[156] NEGISHI Takashi et Koji OKUGUCHI (1972), A model of duopoly with Stackelberg equilibrium, *Zeitschrift fur Nationalokonomie/Journal of Economics*, 32, 153-162.

[157] NIE Pu-yan et You-hua CHEN (2012), Duopoly competitions with capacity constrained input, *Economic Modelling*, 29 (5), 1715-1721.

[158] NOEL M. (2007a), Edgeworth price cycles, cost based pricing and sticky pricing in retail gasoline markets, *Review of Economics and Statistics*, 89 (2), 324-334.

[159] NOEL M. (2007b), Edgeworth price cycles: evidence from the Toronto retail gasoline market, *Journal of Industrial Economics*, 55 (1), 69-92.

[160] NOEL M. (2008), Edgeworth cycles and focal prices: computational dynamic Markov equilibria, *Journal of Economics and Management Strategy*, 17 (2), 345-377.

[161] NORMANN H-T. (1997), Endogenous Stackelberg equilibria with incomplete information, *Journal of Economics*, 66 (2), 177-187.

[162] NORMANN H-T (2002), Endogenous timing with incomplete information and with observable delay, *Games and Economic Behavior*, 39 (2), 282-291.

[163] NOVSHEK W. (1980), Cournot equilibrium with free entry, *Review of Economic Studies*, 47, 473-486.

[164] NOVSHEK W. (1985), On the existence of Cournot equilibrium, *Review of Economic Studies*, 52, 85-98.

[165] NOVSHEK William et Prabal ROY CHOWDHURY (2003), Bertrand equilibria with entry: limit results, *International Journal of Industrial Organization*, 21, 795-808.

[166] OKUGUCHI K. (1973), Quasi-competitiveness and Cournot oligopoly, *Review of Economic Studies*, 40, 145-148.

[167] OKUGUCHI K. (1987), Equilibrium prices in the Bertrand and Cournot oligopolies, *Journal of Economic Theory*, 42, 128-139.

[168] OKUNO-FUJIWARA M. et K. SUZUMURA (1993), Symmetric Cournot oligopoly and economic welfare: a synthesis, *Economic Theory*, 3, 43-59.

[169] ONO Y. (1978), The equilibrium of duopoly in a market of homogeneous goods, *Economica*, 45, 287-295.

[170] ONO Y. (1982), Price leadership: a theoretical analysis, *Economica*, 49, 11-20.

[171] ORBAY Hakan (2009), Computing Cournot equilibrium through maximization over prices, *Economics Letters*, 105, 71-73.

[172] OSBORNE M. et C. PITCHIK (1986), Price competition in a capacity constrained duopoly, *Journal of Economic Theory*, 38, 238-260.

[173] PAL Debashis (1991), Cournot duopoly with two production periods and cost differentials, *Journal of Economic Theory*, 55, 441-448.

[174] PAL D. (1996), Endogenous Stackelberg equilibria with identical firms, *Games and Economic Behavior*, 12 (1), 81-94.

[175] PAL D. et J. SARKAR (2001), A Stackelberg oligopoly with nonidentical firms, *Bulletin of Economic Research*, 53, 127-134.

[176] PASTINE Ivan et Tuvana PASTINE (2004), Cost of delay and endogenous price leadership, *International Journal of Industrial Organization*, 22, 135-145.

[177] PEARCE D. (1984), Rationalizable strategic behavior and the problem of perfection, *Econometrica*, 52, 1029-1050.

[178] PERRY M. K. (1982), Oligopoly and consistent conjectural variations, *Bell Journal of Economics*, 13, 197-205.

[179] PESENDORFER M. (2002), Retail sales: a study of pricing behavior in supermarkets, *Journal of Business*, 75, 33-66.

[180] QIN C-Z. et C. STUART (1997), Bertrand versus Cournot revisited, *Economic Theory*, 10, 497-507.

[181] RAY CHAUDHURI Prabal (1996), The contestable outcome as a Bertrand equilibrium, *Economics Letters*, 50, 237-242.

[182] REYNOLDS S. et B. WILSON (2000), Bertrand-Edgeworth competition, demand uncertainty, and asymmetric outcomes, *Journal of Economic Theory*, 92 (1), 122-141.

[183] ROBSON Arthur J. (1990a), Duopoly with endogenous strategic timing: Stackelberg regained, *International Economic Review*, 31 (2), 263-274.

[184] ROBSON Arthur J. (1990b), Stackelberg and Marshall, *American Economic Review*, 80 (1), 69-82.

[185] RODRIK Dani (2015), *Economics rules*, ?, ? [Traduction française : *Peut-on faire confiance aux économistes ? Réussites et échecs de la science économique*, De Boeck, collection Pop Economics, 2017].

[186] ROLL Richard (1984), Orange juice and weather, *American Economic Review*, 74 (5), 861-880.

[187] ROMANO Richard et Huseyin YILDIRIM (2005), On the endogeneity of Cournot-Nash and Stackelberg equilibria: games of accumulation, *Journal of Economic Theory*, 120 (1), 73-107.

[188] ROUTLEDGE Robert R. (2010), Bertrand competition with cost uncertainty, *Economics Letters*, 107, 356-359.

[189] ROY CHOWDHURY P. (2002), Limit-pricing as Bertrand equilibrium, *Economic Theory*, 19, 811-822.

[190] ROY CHOWDHURY Prabal (2003), Bertrand-Edgeworth equilibrium large markets with non-manipulable residual demand, *Economics Letters*, 79, 371-375.

[191] ROY CHOWDHURY Prabal (2005), Bertrand-Edgeworth duopoly with linear costs: a tale of two paradoxes, *Economics Letters*, 88, 61-65.

[192] ROY CHOWDHURY Prabal (2008), Bertrand-Edgeworth equilibrium with a large numbers of firms, *International Journal of Industrial Organization*, 26 (3), 746-761.

[193] ROY CHOWDHURY Prabal (2009), Bertrand competition with non-rigid capacity constraints, *Economics Letters*, 103, 55-58.

[194] ROY CHOWDHURY P. et K. SENGUPTA (2004), Coalition-proof Bertrand equilibria, *Economic Theory*, 24, 307-324.

[195] RUFFIN R. J. (1971), Cournot oligopoly and competitive behavior, *Review of Economic Studies*, 38, 493-502.

[196] SADANAND A. et V. SADANAND (1996), Firm scale and the endogenous timing of entry: a choice between commitment and flexibility, *Journal of Economic Theory*, 70, 516-530.

[197] SALANT Stephen W. et Greg SHAFFER (1999), Unequal treatment of identical agents in Cournot equilibrium, *American Economic Review*, 89 (3), 585-604.

[198] SALONER G. (1987), Cournot duopoly with two production periods, *Journal of Economic Theory*, 42, 183-187.

[199] SAPORITI Alejandro et Germán COLOMA (2010), Bertrand competition in markets with fixed costs, *B.E. Journal of Theoretical Economics*, 10 (1), Contributions, article 27.

[200] SCHOONBECK L. (1990), Stackelberg price leadership in the linear heterogeneous duopoly, *Journal of Economics*, 88 (1), 49-68.

[201] SEADE Jesus (1980a), On the effects of entry, *Econometrica*, 48 (2), 479-489.

[202] SEADE J. (1980b), The stability of the Cournot revisited, *Journal of Economic Theory*, 23, 15-27.

[203] SHAPLEY L.S. (1957), A duopoly model with price competition, *Econometrica*, 25, 354-355.

[204] SHAPLEY L. et M. SHUBIK (1969), Price strategy oligopoly with product variation, *Kyklos*, 1, 30-43.

[205] SHARKEY W. et D. SIBLEY (1993), A Bertrand model of pricing and entry, *Economics Letters*, 41, 199-206.

[206] SHINKAI T. (2000), Second mover disadvantages in a three-player Stackelberg game with private information, *Journal of Economic Theory*, 90 (2), 293-304.

[207] SHUBIK M. (1959), *Strategy and market structure*, Wiley, New York.

[208] SINGH Nirvikar et Xavier VIVES (1984), Price and quantity competition in a differentiated duopoly, *Rand Journal of Economics*, 15, 546-554.

[209] SPENCER B. et J. BRANDER (1992), Pre-commitment and flexibility: applications to oligopoly theory, *European Economic Review*, 36, 1601-1626.

[210] SPULBER D.F. (1995), Bertrand competition when rivals' costs are unknown, *Journal of Industrial Economics*, 43 (1), 1-11.

[211] SU X. (2010), Optimal pricing with speculators and strategic consumers, *Management Science*, 56, 25-40.

[212] SUN Chia-Hung (2013), Combining the endogenous choice of price/quantity and timing, *Economics Letters*, 120, 364-368.

[213] SUZUMURA Kotaro (2012), Excess entry theorem after 25 years, *Japanese Economic Review*, 63, 152-167.

[214] SUZUMURA Kotaro et Kazuharu KIYONO (1987), Entry barriers and economic welfare, *Review of Economic Studies*, 54, 157-167.

[215] SZIDAROVSKY F. (?) et S. MOLNÁR (1992), Bertrand, Cournot and mixed oligopolies, *Keio Economic Studies*, 29, 1-7.

[216] SZIDAROVSKY I (?). et S. YAKOWITZ (1977), A new proof of the existence and uniqueness of the Cournot equilibrium, *International Economic Review*, 18, 787-789.

[217] TANAKA Y. (2001a), Profitability of price and quantity strategies in an oligopoly, *Journal of Mathematical Economics*, 35, 409-418.

[218] TANAKA Yasuhito (2001b), Profitability of price and quantity strategies in a duopoly with vertical product differentiation, *Economic Theory*, 17, 693-700.

[219] TASNÁDI Attila (1999a), Existence of pure strategy nash equilibrium in Bertrand-Edgeworth oligopolies, *Economics Letters*, 63, 201-206.

[220] TASNÁDI Attila (1999b), A two-stage Bertrand-Edgeworth game, *Economics Letters*, 65, 353-358.

[221] TASNÁDI Attila (2003), Endogenous timing of moves in an asymmetric price-setting duopoly, *Port Econ J*, 2 (3), 23-35.

[222] TASNÁDI Attila (2004), Production in advance versus production to order, *Journal of Economic Behavior and Organization*, 54, 191-204.

[223] TASNÁDI Attila (2006), Price vs. quantity in oligopoly games, *International Journal of Industrial Organization*, 24, 541-554.

[224] TESORIERE Antonio (2008), Endogenous timing with infinetely many firms, *International Journal of Industrial Organization*, 26 (6), 1381-1388.

[225] TESORIERE Antonio (2017), Stackelberg equilibrium with many leaders and followers. The case of zero fixed costs, *Research in Economics*, 71 (1), 102-117.

[226] TIROLE Jean (1988), *The Theory of Industrial Organization*, MIT Press, Cambridge [Traduction française : *Théorie de l'organisation industrielle*, Economica, 2 tomes, 1993 et 1995].

[227] TREMBLAY Carol Horton et Victor J. TREMBLAY (2011), The Cournot-Bertrand model and the degree of product differentiation, *Economics Letters*, 111, 233-235.

[228] VARIAN H. (1980), A model of sales, *American Economic Review*, 70, 651-659.

[229] VILLAS-BOAS J. Miguel (1995), Models of competitive price promotions: some empirical evidence from the coffee and saltine crackers markets, *Journal of Economics and Management Strategy*, 4, 85-107.

[230] VIVES Xavier (1985), On the efficiency of Bertrand and Cournot equilibria with product differentiation, *Journal of Economic Theory*, 36, 166-175.

[231] VIVES Xavier (1986a), Commitment, flexibility and market outcomes, *International Journal of Industrial Organization*, 4, 217-229.

[232] VIVES Xavier (1986b), Rationing rules and Bertrand-Edgeworth equilibria in large markets, *Economics Letters*, 21, 113-116.

[233] VIVES Xavier (1989), Cournot and the oligopoly problem, *European Economic Review*, 33, 503-514.

[234] VIVES Xavier (1999), *Oligopoly pricing: olds ideas and new tools*, MIT Press, Cambridge, MA.

[235] Von STACKELBERG H. (1934), *Marktform und Gleichgewicht*, Springer-Verlag, Berlin.

[236] WANG X. Henry (2002), Fee versus royalty licensing in a differentiated Cournot duopoly, *Journal of Economics and Business*, 54, 253-266.

[237] WANG Z. (2008), Collusive communication and pricing coordination in a retail gasoline market, *Review of Industrial Organization*, 32 (1), 35-52.

[238] WARNER Elizabeth J. et Robert B. BARSKY (1995), The timing and magnitude of retail store markdowns: evidence from weekends and holidays, *Quarterly Journal of Economics*, 110 (2), 321-352.

[239] WU Xin-Wang, Quan-Tao ZHU et Laixiang SUN (2012), On the equivalence between Cournot competition and the Kreps-Scheinkman game, *International Journal of Industrial Organization*, 30, 116-125.

[240] YANG Xiao-Hua, Yun-Feng LUO et Hiu-Qiu WU (2009), On the comparison of price and quantity competition under endogenous timing, *Research in Economics*, 63, 55-61.

[241] YANO Y. et T. KOMATSUBARA (2006), Endogenous price leadership and technological differences, *Int J Econ Theory*, 2 (3-4), 365-383.

[242] YIN Xiangkang et Yew-Kwang NG (1997), Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes : a case with product differentiation, *Australian Economic Papers*, 36 (68), 14-22.

[243] ZANCHETTIN Piercarlo (2006), Differentiated duopoly with asymmetric costs, *Journal of Economics & Management Strategy*, 15 (4), 999-1015.

[244] ZHAO J. (2001), A characterization for the negative welfare effects of cost reduction in Cournot oligopoly, *International Journal of Industrial Organization*, 19 (3/4), 455-469.