Chapitre 1 : Oligopoles

Armel JACQUES*

Première mise en ligne : 10 septembre 2006
Cette version : 18 août 2017

1 Introduction

Le fonctionnement des industries oligopolistiques est un problème complexe. Il existe plusieurs théories concurrentes, qui aboutissent, généralement, à des résultats différents, entre lesquelles la science économique n'a pas tranché.

Les résultats obtenus diffèrent beaucoup selon que l'on suppose que la variable choisie par les firmes est le prix (concurrence à la Bertrand) ou la quantité (concurrence à la Cournot).

Les résultats dépendent aussi de l'ordre des choix des firmes. On peut supposer que les firmes choisissent leurs actions simultanément ou séquentiellement. Lorsque les choix sont séquentiels, on parle de modèles de Stackelberg.

Les résultats varient aussi en fonction du degré de coopération autorisé entre les firmes. Ces dernières peuvent, dans certaines circonstances, s'entendre pour limiter la concurrence et augmenter les prix. On parle alors de collusion ou de cartel. L'étude de la collusion tacite sera l'objet d'un chapitre ultérieur.

On va d'abord étudier la concurrence en quantités, avant d'analyser la concurrence en prix. Pour chacune de ces formes de concurrence, on étudie d'abord le cas où les choix des firmes sont simultanés puis celui où ces choix sont séquentiels. On recherche, ensuite, à rendre endogène le timing des choix des firmes. On discute, enfin, les liens entre la concurrence à la Cournot et la concurrence à la Bertrand.

2 Concurrence à la Cournot

On commence par l'étude des modèles d'oligopoles où les firmes choisissent les quantités qu'elles souhaitent produire et où le prix est déterminé par l'égalisation de l'offre et de la demande.

On étudie, d'abord, le cas où les firmes choisissent leur niveau de production **simultanément** (concurrence à la Cournot). On analyse, ensuite, comment les résultats sont modifiés lorsque certaines firmes

*CEMOI, Université de La Réunion, Faculté de Droit et d'Economie, 15, avenue René Cassin, 97715 Saint-Denis messag cedex 9. Email : Armel.Jacques@univ-reunion.fr.

choisissent leur niveau de production avant d'autres firmes (modèles de Stackelberg). On présente, enfin, quelques travaux, qui ont essayé de rendre endogène l'ordre de choix des firmes.

2.1 Condition de premier ordre de la maximisation du profit

On suppose que le marché comprend n firmes. Les firmes produisent des biens homogènes.

La fonction de coût de la firme i est égale à $C_i(q_i)$ où q_i est le niveau de production choisi par la firme i.

La fonction de demande inverse est égale à $P(Q)$ où Q est la quantité totale produite.

On va noter Q_{-i} la quantité totale produite par les firmes autres que la firme i.

Sous ces hypothèses, le profit de la firme i est égal à :

$$\pi_i(q_i, Q_{-i}) = P(q_i + Q_{-i})\, q_i - C_i(q_i)$$

La firme i choisit le niveau de production qui maximise son profit.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_i(q_i, Q_{-i})}{\partial q_i} &= 0 \Leftrightarrow P(q_i + Q_{-i}) + \frac{\partial P(q_i + Q_{-i})}{\partial q_i} q_i - \frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i} = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad P(q_i + Q_{-i}) + \frac{\partial P(q_i + Q_{-i})}{\partial q_i} q_i = \frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i} \end{aligned}$$

On trouve une condition de premier ordre assez semblable à celle du monopole. La recette marginale (terme de gauche) doit être égale au coût marginal (terme de droite). La recette marginale est composée de deux termes. Lorsque la firme i produit une unité supplémentaire, elle reçoit le prix de la vente de cette unité ($P(q_i + Q_{-i})$) mais cela réduit le prix d'équilibre de $\frac{\partial P(q_i+Q_{-i})}{\partial q_i}$ et cette réduction doit être appliquée sur toutes les unités vendues par la firme (q_i).

Ce qui change par rapport au monopole est que les termes $P(q_i + Q_{-i})$ et $\frac{\partial P(q_i+Q_{-i})}{\partial q_i}$ dépendent de Q_{-i}. Or, la production des autres firmes n'est pas observable par la firme i lorsqu'elle choisit son niveau de production. La firme i doit donc "tenter de déviner" ce que vont faire les autres firmes. Pour anticiper les choix de ses concurrentes, chaque firme suppose que les autres firmes maximisent leur profit et supposent elles-même que les autres firmes se comportent de la même façon.

En utilisant la terminologie de la **théorie des jeux**, on va chercher l'**équilibre de Nash** de ce jeu. Un équilibre de Nash est un ensemble de stratégies (une par joueur) telles que la stratégie choisie par chacun des joueurs est celle qui maximise sa fonction de gain pour les stratégies choisies par les autres joueurs. Dans un équilibre de Nash, aucun joueur n'a intérêt à changer de stratégie compte tenu des stratégies choisies par les autres joueurs.

2.2 Duopole

On va commencer par un cas simple où il n'y a que deux firmes. Les deux firmes sont identiques et ont un coût marginal constant égal à c. La fonction de demande inverse est linéaire : $p(Q) = A - \beta Q$.

Fonctions de meilleures réponses : Le profit de la firme 1 est égal à :

$$\pi_1(q_1, q_2) = p(q_1, q_2)\, q_1 - cq_1 = (A - \beta q_1 - \beta q_2 - c)\, q_1$$

La firme 1 n'observe pas la quantité choisie par la firme 2. Elle va, cependant, faire une supposition sur cette quantité. Elle va, alors, déterminer la quantité q_1 qui maximise son profit compte tenu de la quantité q_2 choisie par la firme 2.

$$\frac{\partial \pi_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow A - 2\beta q_1 - \beta q_2 - c = 0 \Leftrightarrow q_1 = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_2 - c) \equiv R_1(q_2)$$

La quantité q_1 choisie par la firme 1 est une fonction de la quantité anticipée produite par l'autre firme. On note cette **fonction**, dite **de meilleure réponse** ou de réaction, $R_1(q_2)$.

On remarque que $R_1(q_2)$ est une fonction décroissante de q_2. Donc, si la firme 1 anticipe que la production de la firme 2 va augmenter, elle diminue sa production. Les quantités, dans ce modèle, sont donc des **substituts stratégiques**[1]. C'est généralement le cas dans les modèles de concurrence à la Cournot, mais certaines fonctions de demande peuvent générer des résultats différents.

La quantité q_1 est une fonction croissante de A et décroissante de c. La firme produit donc plus lorsque la demande est plus élevée et produit moins lorsque le coût unitaire de production est plus élevé.

On obtient la fonction de meilleure réponse de la firme 2, en procédant de la même manière :

$$q_2 \equiv R_2(q_1) = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_1 - c)$$

Equilibre : Il y a équilibre si les comportements des deux firmes sont cohérents. La quantité que la firme 1 [firme 2] anticipe que la firme 2 [firme 1] va produire doit correspondre à la quantité effectivement produite par la firme 2 [firme 1].

(q_1^*, q_2^*) sont, donc, les quantités d'équilibre si et seulement si :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1^* = R_1(q_2^*) \\ q_2^* = R_2(q_1^*) \end{array} \right\}$$

L'équilibre est, donc, déterminé par un système composé des deux fonctions de meilleures réponses des firmes.

[1] La distinction entre substituts stratégiques et compléments stratégiques est due à Bulow, Geanakoplos et Klemperer (1985).

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1^* = R_1(q_2^*) \\ q_2^* = R_2(q_1^*) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} q_1^* = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_2^* - c) \\ q_2^* = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_1^* - c) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} q_1^* = \frac{1}{3\beta}(A - c) \\ q_2^* = \frac{1}{3\beta}(A - c) \end{array} \right\}$$

On en déduit le prix d'équilibre :

$$p = A - \beta q_1 - \beta q_2 = A - \beta \frac{1}{3\beta}(A - c) - \beta \frac{1}{3\beta}(A - c) = c + \frac{1}{3}(A - c)$$

Et les profits des firmes :

$$\pi_1 = (p - c)\, q_1 = \frac{1}{9\beta}(A - c)^2 \quad \text{et} \quad \pi_2 = (p - c)\, q_2 = \frac{1}{9\beta}(A - c)^2$$

Dans cet exemple, les firmes réalisent des profits strictement positifs. Les profits des firmes augmentent lorsque la demande augmente et diminuent lorsque le coût unitaire de production augmente. Cela paraît assez intuitif, mais, ce n'est pas toujours le cas avec des fonctions de coût et de demande plus générales.

Efficacité au sens de Pareto ? Une fois l'équilibre déterminé, il est naturel de se demander si cet équilibre est un optimum de Pareto. Le prix d'équilibre est égal à :

$$p = c + \frac{1}{3}(A - c)$$

On constate que le prix d'équilibre est supérieur au coût marginal des firmes. L'équilibre du duopole de Cournot n'est donc pas un optimum de Pareto. **Les firmes produisent trop peu par rapport à ce qui est socialement souhaitable**. La valeur pour les consommateurs d'une unité supplémentaire est égale à p tandis que le coût de production de cette unité est égal à c. On peut donc augmenter le surplus social de $p-c$ en augmentant la production d'une unité. Les firmes réaliseraient une marge strictement positive sur cette unité supplémentaire mais elles préfèrent ne pas la produire car elles devraient alors réduire leur marge sur toutes les unités infra-marginales. On retrouve le même mécanisme que dans le cas du monopole. Lorsque les firmes ont un pouvoir de marché, c'est-à-dire la capacité d'influencer le niveau des prix, elles produisent trop peu. On va voir, un peu plus loin, une seconde divergence possible entre l'équilibre de Cournot et l'optimum de Pareto.

2.3 Impact du nombre de firmes

On étudie, maintenant, comment évolue les résultats lorsque le nombre de firmes augmente. On conserve la même fonction de demande inverse : $P(Q) = A - \beta Q$. Mais on suppose, maintenant, qu'il y a n firmes identiques. Le coût marginal est constant et égal à c. Il n'y a pas de coût fixe.

Résolution : On procède comme pour le duopole.

Le profit d'une firme i est égal à :

$$\pi_i(q_i, Q_{-i}) = P(q_i, Q_{-i})\,q_i - cq_i = (A - \beta q_i - \beta Q_{-i})\,q_i - cq_i$$

On cherche la fonction de meilleure réponse de cette firme :

$$\frac{\partial \pi_i(q_i, Q_{-i})}{\partial q_i} = 0 \Leftrightarrow A - 2\beta q_i - \beta Q_{-i} - c = 0 \Leftrightarrow q_i = \frac{A - \beta Q_{-i} - c}{2\beta}$$

On pourrait chercher les fonctions de meilleure réponse de chacune des firmes et résoudre un système avec n équations et n inconnues, mais c'est un peu long. On va utiliser le fait que toutes les firmes sont identiques pour aller plus vite. Comme toutes les firmes sont identiques, il paraît assez intuitif qu'elles produisent toutes la même quantité à l'équilibre. On va donc chercher un équilibre symétrique. Si l'équilibre est symétrique, on a :

$$Q_{-i} = (n-1)\,q_i$$

Remarque 1 : Dans certains modèles d'oligopole, l'équilibre peut ne pas être symétrique bien que les firmes soient initialement identiques. Cela peut notamment être le cas lorsqu'il y a des coûts fixes.

Remarque 2 : Il faut utiliser la symétrie **après** avoir dérivé la fonction de profit pour trouver la fonction de meilleure réponse d'une firme. Si on remplace Q_{-i} par $(n-1)\,q_i$ **avant** de dériver, on calcule le niveau de production choisi par un **cartel**.

En remplançant Q_{-i} par $(n-1)\,q_i$ dans la fonction de meilleure réponse, on obtient :

$$A - 2\beta q_i - \beta Q_{-i} - c = 0 \Leftrightarrow A - 2\beta q_i - \beta(n-1)\,q_i - c = 0 \Leftrightarrow \beta(n+1)\,q_i = A - c \Leftrightarrow q_i = \frac{A-c}{\beta(n+1)}$$

Résultats : La quantité produite par chacune des firmes est égale à :

$$q_i = \frac{A-c}{\beta(n+1)}$$

Cette quantité est une fonction décroissante du nombre de firmes. Lorsqu'une nouvelle firme entre sur le marché, chaque firme existante anticipe que Q_{-i} va augmenter. Comme les fonctions de meilleure réponse sont décroissantes en Q_{-i}, chaque firme réduit sa production.

Le prix d'équilibre est égal à :

$$p = A - \beta Q = A - n\beta\frac{A-c}{\beta(n+1)} = A - n\frac{A-c}{n+1} = \frac{n}{n+1}c + \frac{A}{n+1} = c + \frac{A-c}{n+1}$$

Le prix d'équilibre est une fonction décroissante du nombre de firmes. L'augmentation du nombre de firmes augmente la concurrence et réduit les marges des firmes. Le prix reste, cependant, supérieur au coût marginal.

Le prix d'équilibre diminue lorsque n augmente, cela implique que la quantité totale produite par l'industrie Q augmente lorsque n augmente.

Le profit de chacune des firmes est égal à :

$$\pi = (p - c)\, q_i = \frac{A - c}{n + 1} \frac{A - c}{\beta\,(n + 1)} = \frac{(A - c)^2}{\beta\,(n + 1)^2}$$

Le profit des firmes est une fonction décroissante du nombre de firmes. Ce qui est logique puisque chacune des firmes produit moins et vend à un prix plus faible. L'augmentation de la concurrence réduit le profit des firmes.

Convergence vers l'équilibre concurrentiel : Faisons tendre le nombre de firmes vers l'infini. On a :

$$\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty} q_i\,(n) &= \lim_{n\to\infty} \frac{A - c}{\beta\,(n + 1)} = 0 \\
\lim_{n\to\infty} p\,(n) &= \lim_{n\to\infty} c + \frac{A - c}{n + 1} = c \\
\lim_{n\to\infty} \pi\,(n) &= \lim_{n\to\infty} \frac{(A - c)^2}{\beta\,(n + 1)^2} = 0
\end{aligned}$$

Lorsque n tend vers l'infini, l'équilibre de Cournot tend vers l'équilibre concurrentiel de Walras. La quantité produite par chacune des firmes devient très faible par rapport à la taille du marché. Le prix d'équilibre tend vers le coût marginal des firmes. Le profit des firmes tend vers 0, ce qu'on aurait en concurrence pure et parfaite puisque les firmes ont des rendements d'échelle constants.

Les deux modèles ne sont donc pas antinomiques. On peut interpréter l'équilibre concurrentiel comme la limite de l'équilibre de Cournot lorsque le nombre de firmes devient très grand.

2.4 Coûts fixes et libre entrée

On a supposé, jusqu'à maintenant, que le nombre de firmes était exogène. Ce qui peut correspondre à un équilibre de court terme ou à une industrie où l'entrée est limitée (par l'existence de brevets, par exemple). On va s'intéresser, maintenant, à l'équilibre de long terme d'une industrie avec libre entrée.

On reprend les mêmes hypothèses que précédemment à une exception près. On suppose maintenant que, pour pouvoir produire, les firmes doivent préalablement payer un coût fixe F.

La fonction de coût des firmes est donc égale à : $C\,(q_i) = cq_i + F$.

Equilibre de libre entrée : L'hypothèse de libre entrée a la même implication que dans les modèles de concurrence pure et parfaite. De nouvelles firmes entrent sur ce marché si elles peuvent réaliser un profit strictement positif. Le flux d'entrée s'arrête lorsque le profit des firmes devient égal à 0.

Le nombre de firmes actives à long terme est tel que :

$$\pi(n^*) \geq 0 \text{ et } \pi(n^*+1) \leq 0$$

Pour simplifier la présentation, on va considèrer que n est une variable continue. Cette hypothèse n'est pas très génante si n est suffisament grand.

$$\begin{aligned}
\pi(n) &= 0 \Leftrightarrow \frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F = 0 \Leftrightarrow \frac{(A-c)^2}{(n+1)^2} = \beta F \Leftrightarrow \frac{(A-c)^2}{\beta F} = (n+1)^2 \\
&\Leftrightarrow \frac{A-c}{\sqrt{\beta F}} = n+1 \Leftrightarrow n^{LE} = \frac{A-c}{\sqrt{\beta F}} - 1
\end{aligned}$$

Comme n est en réalité une variable discrète, le nombre de firmes à l'équilibre est égal à la partie entière de ce nombre.

Le nombre de firmes augmente lorsque la taille du marché (mesurée par A) augmente et lorsque le coût fixe d'entrée F diminue.

On peut reporter ce nombre de firmes dans l'expression du prix d'équilibre trouvée précédemment pour obtenir le prix d'équilibre de long terme :

$$p = c + \frac{A-c}{n+1} = c + \frac{A-c}{\frac{A-c}{\sqrt{\beta F}} - 1 + 1} = c + \frac{A-c}{\frac{A-c}{\sqrt{\beta F}}} = c + \sqrt{\beta F}$$

La production par firme est égale à :

$$q = \frac{A-c}{\beta(n+1)} = \frac{A-c}{\beta\left(\frac{A-c}{\sqrt{\beta F}} - 1 + 1\right)} = \frac{A-c}{\beta\left(\frac{A-c}{\sqrt{\beta F}}\right)} = \frac{\sqrt{\beta F}}{\beta} = \sqrt{\frac{F}{\beta}}$$

Lorsque F devient très faible, le prix tend vers le coût marginal. Le nombre de firmes devient très grand et la production de chaque firme devient très faible. Le marché se rapproche d'un marché concurrentiel.

Nombre optimal de firmes : On recherche le nombre de firmes socialement optimal lorsque les firmes se livrent une concurrence à la Cournot.

Remarque : la situation qu'on va caractériser n'est pas l'optimum de Pareto. L'optimum de Pareto consiste à créer une seule firme (pour minimiser les coûts fixes) et à fixer un prix égal au coût marginal.

Pour différencier les deux situations, on parle d'**optimum de premier rang** lorsque l'Etat peut contrôler le nombre de firmes et le prix et d'**optimum de second rang** lorsque l'Etat contrôle le nombre de firmes mais pas le prix d'équilibre.

Ici, on s'intéresse à l'optimum de second rang.

En l'absence de coût fixe, $F = 0$, le surplus social est une fonction croissante du nombre de firmes. Ce n'est pas nécessairement le cas, s'il existe des coûts fixes.

Un plus grand nombre de firmes actives accroît la concurrence entre les firmes et permet de réduire les prix. Ce qui diminue l'écart entre le prix d'équilibre et le coût marginal des firmes. Une augmentation du nombre de firmes réduit les distorsions dues au pouvoir de marché des firmes. Parallèlement, une augmentation du nombre de firmes provoque une augmentation des coûts fixes de l'industrie et une hausse du coût moyen de production. Le premier effet augmente le surplus social tandis que le second le réduit. On recherche le nombre de firmes qui maximise le surplus social.

Le surplus social est égal à la somme du surplus des consommateurs et des profits des firmes :

$$\begin{aligned} W(n) &= Sc(n) + n\pi(n) = \frac{1}{2}\beta (Q(n))^2 + n\left[\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F\right] = \frac{1}{2}\beta\left(n\frac{A-c}{\beta(n+1)}\right)^2 + n\left[\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F\right] \\ &= \frac{1}{2}n^2\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} + n\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - nF = \left(\frac{n^2}{2}+n\right)\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - nF \end{aligned}$$

La dérivée de cette expression est égale à :

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(n)}{\partial n} &= (n+1)\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} + \left(\frac{n^2}{2}+n\right)\frac{-2\beta(n+1)(A-c)^2}{\beta^2(n+1)^4} - F \\ &= (n+1)\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - \left(n^2+2n\right)\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^3} - F = \left[(n+1) - \frac{n^2+2n}{n+1}\right]\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F \\ &= \frac{(n+1)^2 - n^2 - 2n}{n+1}\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F = \frac{n^2+2n+1-n^2-2n}{n+1}\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F \\ &= \frac{1}{n+1}\frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^2} - F = \frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^3} - F \end{aligned}$$

En égalisant la dérivée à 0, on obtient le nombre de firmes socialement optimal :

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(n)}{\partial n} &= 0 \Leftrightarrow \frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^3} - F = 0 \Leftrightarrow \frac{(A-c)^2}{\beta(n+1)^3} = F \Leftrightarrow (n+1)^3 = \frac{(A-c)^2}{\beta F} \\ &\Leftrightarrow\ n+1 = \sqrt[3]{\frac{(A-c)^2}{\beta F}} \Leftrightarrow n^{OP} = \sqrt[3]{\frac{(A-c)^2}{\beta F}} - 1 \end{aligned}$$

Comparaison : La comparaison avec le nombre de firmes de l'équilibre de libre entrée est immédiate :

$$n^{LE} = \frac{A-c}{\sqrt{\beta F}} - 1 = \sqrt{\frac{(A-c)^2}{\beta F}} - 1 > n^{OP} = \sqrt[3]{\frac{(A-c)^2}{\beta F}} - 1$$

Lorsque le nombre de firmes est traité comme une variable continue, le nombre de firmes à l'équilibre de libre-entrée est supérieur à l'optimum social. Sur des marchés oligopolistiques fonctionnant à la Cournot, le nombre de firmes actives à l'équilibre a tendance à être trop élevé.

Intuition et généralisation : Le problème, qu'on vient de traiter sur un exemple, a été étudié de façon plus systématique par Mankiw et Whinston (1986) et Suzumura et Kiyono (1987).

Suzumura et Kiyono (1987) ont montré que, sur un marché où les firmes se livrent une concurrence à la Cournot, **le nombre de firmes à l'équilibre de libre-entrée est supérieur à l'optimum social, lorsque le nombre de firmes était traité comme une variable continue**. Lorsque le nombre de firmes est traité comme une variable discrète, le nombre de firmes à l'équilibre de libre entrée peut être inférieur au nombre socialement optimal mais l'écart entre ces deux nombres ne peut alors pas être supérieur à 1. Les auteurs concluent donc que sur des marchés oligopolistiques fonctionnant à la Cournot, le nombre de firmes actives à l'équilibre a tendance à être trop élevé. Il est donc possible d'augmenter le bien-être social en réduisant le nombre de firmes actives, en taxant l'entrée par exemple (ce qui peut être fait en introduisant des licences).

Mankiw et Whinston (1986) généralisent ce résultat à tous les marchés oligopolistiques où les biens vendus par les différentes firmes sont homogènes. Ce résultat est dû à un **effet de détournement de commerce** (*business-stealing effect*). Lorsqu'une nouvelle firme entre sur le marché, les unités du bien qu'elle vend peuvent provenir de deux sources. Elles peuvent provenir d'une augmentation de la demande globale due à une baisse du prix d'équilibre. Il s'agit alors d'une création de commerce et cela augmente le surplus social. Mais les unités vendues par la firme peuvent aussi être des unités qui auraient été vendues par une autre firme si la première firme n'était pas entrée sur le marché. Il s'agit alors d'un détournement de commerce. Ce détournement de commerce permet à la firme d'augmenter son profit mais il n'augmente pas le surplus social. A cause de cet effet de détournement de commerce, le profit potentiel de la firme (hors coût fixe) est supérieur à l'augmentation du surplus social (hors coût fixe) que son entrée provoque. Les firmes ont donc trop d'incitation à entrer et le nombre de firmes à l'équilibre est trop élevé (lorsque le nombre de firmes est traité comme une variable continue). Le résultat peut être inversé, si le nombre de firmes est traité comme une variable discrète. Le nombre de firmes à l'équilibre peut alors être inférieur d'une firme (au maximum) au nombre socialement optimal.

2.5 Différence de coûts

On a supposé, jusqu'à présent, que les firmes avaient les mêmes fonctions de coût. On suppose, maintenant, que les firmes ont des coûts différents. De nouveaux effets peuvent, alors, apparaître.

2.5.1 Coûts marginaux croissants et différents :

$$\begin{aligned} C_1(q_1) &= \frac{1}{2}q_1^2 \quad \text{et} \quad C_2(q_2) = \frac{1}{4}q_2^2 \\ p &= 1 - Q \end{aligned}$$

Fonctions de meilleure réponse :

$$q_1 = \frac{1}{3}(1 - q_2) \quad \text{et} \quad q_2 = \frac{2}{5}(1 - q_1)$$

Equilibre :

$$q_1 = \frac{3}{13} \quad \text{et} \quad q_2 = \frac{4}{13}$$

La firme 2, qui a la fonction de coût la plus faible, produit plus que la firme 1 à l'équilibre. Ce qui était prévisible.

Le point intéressant est la comparaison des coûts marginaux des deux firmes à l'équilibre. Ces coûts sont égaux à :

$$\frac{dC_1(q_1)}{dq_1} = q_1 = \frac{3}{13} \quad \text{et} \quad \frac{dC_2(q_2)}{dq_2} = \frac{1}{2}q_2 = \frac{1}{2}\frac{4}{13} = \frac{2}{13}$$

On constate qu'à l'équilibre **le coût marginal de la firme 2 est inférieur à celui de la firme 1**. L'industrie ne minimise pas le coût total de production. Il serait possible de produire la même quantité totale $(\frac{7}{13})$ à un coût plus faible, en réduisant la production de la firme 1 et en augmentant la production de la firme 2. Pour minimiser le coût de production total, il faut modifier la répartition de la production entre les deux firmes jusqu'à ce que leurs coûts marginaux soient égaux.

La répartition qui minimise le coût de production total de l'industrie est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{dC_1(q_1)}{dq_1} = \frac{dC_2(q_2)}{dq_2} \\ q_1 + q_2 = \frac{7}{13} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{1}{2}q_2 \\ \frac{1}{2}q_2 + q_2 = \frac{7}{13} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{1}{2}q_2 \\ \frac{3}{2}q_2 = \frac{7}{13} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = \frac{7}{39} \\ q_2 = \frac{14}{39} \end{array} \right\}$$

On a vu que l'équilibre de Cournot n'était pas un optimum de Pareto car la production totale était inférieure au niveau de production socialement optimal. On vient d'identifier une deuxième source d'inefficacité de l'équilibre de Cournot. **La répartition de la production entre les firmes est inefficace, si les firmes ont des fonctions de coût différentes**.

On a montré ce résultat sur un exemple, mais on peut vérifier qu'il s'agit d'un résultat général en examinant la condition de premier ordre de maximisation du profit des firmes :

$$P(q_i + Q_{-i}) + \frac{\partial P(q_i + Q_{-i})}{\partial q_i} q_i = \frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i}$$

Les termes $P(q_i + Q_{-i})$ et $\frac{\partial P(q_i+Q_{-i})}{\partial q_i}$ sont identiques pour toutes les firmes. Donc le seul terme du membre de gauche qui varie d'une firme à l'autre est la quantité produite : q_i. Comme $\frac{\partial P(q_i+Q_{-i})}{\partial q_i}$ est négatif, le terme de gauche est plus faible pour les firmes produisant plus. Le coût marginal des firmes étant égal au terme de gauche, on en déduit que les firmes produisant plus ont un coût marginal plus faible que les firmes produisant moins.

Donc, pour réduire l'inefficacité de la répartition de la production entre les firmes, il faut augmenter la production des "grandes" firmes et réduire la production des "petites" firmes. Si l'Etat souhaite intervenir, il doit taxer la production des petites firmes et subventionner la production des grandes firmes. Dans l'équilibre de Cournot, les grandes firmes sont celles qui ont les coûts les plus faibles.

2.5.2 Impact sur le surplus social d'une diminution de coût

On a vu, dans l'exemple précédent, qu'à l'équilibre les firmes ont des coûts marginaux différents. L'allocation de la production entre les firmes n'est donc pas optimale et il est possible d'augmenter le bien-être en diminuant la production des firmes ayant des coûts marginaux élevés et en augmentant la production des firmes ayant des coûts marginaux faibles. Certaines modifications des paramètres du modèle conduisent à ce type de réallocation. Par exemple, une augmentation du coût marginal d'une firme ayant initialement un coût marginal élevé conduit cette firme à produire moins et ses concurrentes à produire plus. Cette réallocation de la production entre les firmes peut augmenter le bien-être social. Cependant, cette modification entraîne aussi une diminution de la production totale ce qui diminue le surplus des consommateurs et donc le bien-être social. Lahiri et Ono (1988) montrent que, pour certaines valeurs des paramètres du modèle, le premier effet peut dominer le second effet et donc une augmentation du coût marginal d'une firme peut permettre d'augmenter le surplus social (un exemple numérique est développé dans la version longue).

Lahiri et Ono (1988) montrent aussi que si une firme est très inefficiente par rapport à ses concurrentes alors la fermeture de cette firme (diminuer sa production à zéro) peut augmenter le surplus social[2].

2.5.3 Impact sur les profits d'une variation du coût marginal

Il semble assez intuitif de penser qu'une augmentation du coût marginal des firmes va provoquer une diminution de leur profit. Cette intuition peut, cependant, se révéler fausse (Kimmel, 1992). En effet, une hausse du coût marginal des firmes va, généralement, entraîner une augmentation du prix d'équilibre et, en fonction de l'élasticité de la demande, cette hausse peut être inférieure ou supérieure à la hausse du coût marginal. Une hausse du coût marginal peut donc provoquer une baisse ou une hausse de la marge des firmes par unité vendue. En outre, si les firmes ont initialement des coûts unitaires différents, une hausse identique des coûts unitaires peut provoquer une réallocation des parts de marché entre les firmes.

On verra en TD un exemple où le profit des firmes est une fonction croissante du coût unitaire des firmes. Une augmentation du prix des inputs est donc accueillie comme une bonne nouvelle dans cette industrie !

3 Stackelberg

Dans la section précédente, on a supposé que les firmes choisissaient leurs niveaux de production simultanément. On peut envisager d'autres timing de choix. Il est possible que les firmes n'entrent pas à la même date sur un marché. Une firme peut avoir terminé la mise au point de son produit avant ses concurrentes et profiter de cette avance pour s'engager sur un niveau de production élevé avant que ses concurrentes ne puissent agir. Il est aussi possible qu'une firme choisisse de retarder le choix de son niveau de production pour observer ce que font ses concurrentes ou pour obtenir plus d'informations sur le niveau de la demande

[2] On retrouvera ce résultat dans le chapitre sur les fusions, notamment dans le modèle de Farrell et Shapiro (1990).

et les goûts des consommateurs. Il existe probablement beaucoup de situations dans lesquelles les firmes choisissent leurs niveaux de production séquentiellement plutôt que simultanément. L'étude de ce timing séquentiel a été initiée par Von Stackelberg (1934). On commence par présenter le cas du duopole avant de traiter un cas avec un plus grand nombre de firmes.

3.1 Duopole : un leader et un follower

Pour pouvoir comparer les effets du timing sur la concurrence entre deux firmes, on reprend les mêmes hypothèses que dans le cas du duopole de Cournot de la section 2.2. On modifie uniquement l'hypothèse faite sur le timing des choix des firmes. On suppose que le jeu comprend, maintenant, deux étapes. Lors de la première, la firme 1 choisit son niveau de production. Lors de la seconde, la firme 2 **observe** la quantité produite par la firme 1 et choisit, ensuite, son niveau de production. Le "marché" détermine, ensuite, le prix d'équilibre en égalisant l'offre et la demande. Il est important que la firme 2 observe le choix de la firme 1 avant de choisir son niveau de production. Si ce n'était pas le cas, le jeu serait identique au jeu de Cournot. Ce qui différencie les deux jeux, ce n'est pas le fait que les choix soient séquentiels plutôt que simultanés mais le fait que la firme 2 observe le choix de la firme 1 avant de faire son choix et que la firme 1 ne puisse plus modifier son choix.

La résolution de ce jeu séquentiel se fait par récurrence amont, en commençant donc par la seconde étape.

Seconde étape : La seconde étape consiste à déterminer le comportement de la firme 2 en fonction du comportement de la firme 1. Cela revient à calculer la fonction de meilleure réponse de la firme 2 à la quantité choisie par la firme 1. Ce qu'on a déjà fait dans la section 2.2.

$$q_2(q_1) = \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_1 - c)$$

Il existe, cependant, une différence. Dans le duopole de Cournot, la quantité q_1 est **anticipée** par la firme 2. La firme 2 n'observe pas cette quantité mais suppose que c'est celle que la firme 1 va produire. Tandis que dans le duopole de Stackelberg, la quantité q_1 est **observée** par la firme 2.

Première étape : Lors de la première étape, la firme 1 va prendre en compte que la quantité que la firme 2 choisira lors de la seconde étape est une fonction de la quantité choisie par la firme 1. La firme 2 réagit au choix de la firme 1. La firme 1 prend en compte cette réaction et va volontairement influencer le choix de la firme 2. Le profit de la firme 1 est égal à :

$$\pi_1(q_1) = [A - \beta q_1 - \beta q_2(q_1) - c]\, q_1 = \left[A - \beta q_1 - \beta \frac{1}{2\beta}(A - \beta q_1 - c) - c\right] q_1 = \frac{1}{2}(A - \beta q_1 - c)\, q_1$$

$$\frac{\partial \pi_1(q_1)}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(A - 2\beta q_1 - c) = 0 \Leftrightarrow q_1 = \frac{1}{2\beta}(A - c)$$

Résultats : Pour obtenir la quantité produite par la firme 2, il suffit de reporter le choix de 1 dans la fonction de réaction de la firme 2 :

$$q_2 = \frac{1}{2\beta}\left(A - \beta q_1 - c\right) = \frac{1}{2\beta}\left(A - \beta \frac{1}{2\beta}\left(A - c\right) - c\right) = \frac{1}{4\beta}\left(A - c\right)$$

Le prix d'équilibre s'obtient en reportant les quantités produites dans la fonction de demande inverse :

$$p = A - \beta Q = A - c + c - \beta \frac{1}{2\beta}\left(A - c\right) - \beta \frac{1}{4\beta}\left(A - c\right) = c + \frac{1}{4}\left(A - c\right)$$

Les profits des firmes sont respectivement égaux à :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= (p - c)\, q_1 = \frac{1}{4}\left(A - c\right) \times \frac{1}{2\beta}\left(A - c\right) = \frac{1}{8\beta}\left(A - c\right)^2 \\ \pi_2 &= (p - c)\, q_2 = \frac{1}{4}\left(A - c\right) \times \frac{1}{4\beta}\left(A - c\right) = \frac{1}{16\beta}\left(A - c\right)^2 \end{aligned}$$

Comparaison Cournot-Stackelberg : En comparant avec les résultats du duopole de Cournot, on constate que la production du leader de Stackelberg est plus élevée que la production d'une firme en Cournot, tandis que la production de la firme follower est plus faible qu'en Cournot. Le profit du leader augmente et le profit du follower diminue par rapport au profit obtenu dans le duopole de Cournot. Les profits totaux de l'industrie sont plus élevés dans le duopole de Cournot que dans le duopole de Stackelberg. Le prix d'équilibre est plus faible dans le duopole de Stackelberg que dans le duopole de Cournot, ce qui implique que le surplus des consommateurs est plus élevé en Stackelberg qu'en Cournot. Le surplus social est, lui aussi, plus élevé en Stackelberg qu'en Cournot car l'écart entre le prix d'équilibre et le coût marginal de production des firmes est plus faible. La production totale reste, cependant, plus faible que le niveau socialement optimal.

La firme 1 met à profit son statut de leader pour influencer le comportement de la firme 2. La firme 1 souhaite que la firme 2 réduise sa production. Or, les quantités sont des substituts stratégiques. Pour inciter la firme 2 à réduire sa production, la firme 1 doit augmenter la sienne. La réduction de la production de la firme 2 est inférieure à l'augmentation de celle de la firme 1. La quantité totale augmente, ce qui provoque une réduction du prix d'équilibre et une augmentation du surplus des consommateurs.

3.2 Oligopole : m leaders et $n - m$ followers

Il est possible de mélanger choix simultanés et choix séquentiels lorsque le nombre de firmes est supérieur à 2. On suppose qu'une industrie contient n firmes produisant un bien homogène avec un coût marginal constant c. m firmes sont des leaders (notés avec un exposant L) et choisissent leur production lors de la première étape du jeu. Les $n - m$ autres firmes sont des *followers* (notés avec un exposant F) et elles choisissent leur production lors de la seconde étape du jeu après avoir observé la production des firmes leaders.

Voir la version longue pour la résolution.

4 Timing endogène : Cournot vs Stackelberg

La comparaison des sections 2 et 3 montrent que les résultats de la concurrence en quantités dépendent des hypothèses faites sur la chronologie des choix des firmes. Dans les sections 2 et 3, le timing des choix était exogène. On peut rendre le timing endogène en découpant l'étape de production en plusieurs périodes et en laissant les firmes choisir à quelle(s) période(s) elles souhaitent produire.

Supposons que le jeu se décompose en trois étapes. Chaque firme peut produire lors de la deuxième ou de la troisième, mais pas lors des deux étapes. Lors de la première étape, les firmes annoncent simultanément l'étape (2 ou 3) à laquelle elles souhaitent produire.

A l'équilibre du jeu. On obtient le timing de Cournot.

Il est possible d'obtenir le timing de Stackelberg en supprimant l'étape 1. Les firmes continuent de pouvoir produire à l'étape 2 ou à l'étape 3, mais elles ne peuvent plus s'engager à l'avance sur le timing. On peut aussi obtenir le timing de Stackelberg en supposant que la demande est incertaine et que les firmes recevront des informations entre les étapes 2 et 3 (voir la version longue pour plus de détails).

5 Concurrence à la Bertrand

Dans les sections précédentes, on a supposé que les firmes choisissaient leur niveau de production et que le marché déterminait le prix d'équilibre. On se tourne, maintenant, vers l'autre grande catégorie de modèles d'oligopoles. On suppose, dans cette section, que les firmes choisissent leur prix de vente et que les consommateurs choisissent les quantités qu'ils souhaitent acheter à chacune des firmes (les firmes ayant l'obligation de fournir ces quantités[3]).

5.1 Le paradoxe de Bertrand

On commence par étudier la concurrence en prix dans un duopole où les deux firmes produisent un bien homogène.

Hypothèses : Deux firmes, 1 et 2, produisent un bien homogène. Les deux firmes sont identiques et elles produisent avec un coût marginal constant c. La fonction de demande du marché est notée : $D(p)$. Les consommateurs s'adressent à la firme vendant au prix le plus faible. Si les deux firmes affichent le même prix, les consommateurs se répartissent de façon égale entre les deux firmes. Les firmes choisissent leur prix simultanément.

[3]Edgeworth a critiqué cette hypothèse et a introduit la contrainte additionnelle que l'échange devait être volontaire.

La demande s'adressant à la firme i est donc égale à :

$$D_i(p_i, p_j) = \begin{cases} D(p_i) \quad \text{si } p_i < p_j \\ \frac{1}{2} D(p_i) \quad \text{si } p_i = p_j \\ 0 \quad \text{si } p_i > p_j \end{cases}$$

Fonction de meilleure réponse des firmes : On note p^m le prix de monopole.

La fonction de meilleure réponse de la firme i est donnée par :

$$p_i(p_j) = \begin{cases} p_i = p^m \quad \text{si } p_j > p^m \\ p_i = p_j - \varepsilon \quad \text{si } p^m \geq p_j > c \\ p_i \in [c, +\infty[\quad \text{si } p_j = c \\ p_i \in]p_j, +\infty[\quad \text{si } p_j < c \end{cases}$$

où ε est un nombre très petit. Dans les calculs de profit, on considère habituellement que ε peut être négligé et on le considère égal à 0. En TD, on posera que $\varepsilon = 0,01$ et on verra que les fonctions de meilleure réponse sont alors légèrement différentes.

Equilibre : Le jeu admet un seul équilibre en stratégies pures. Les deux firmes fixent un prix égal au coût marginal de production.

La fonction de meilleure réponse montre que $p_i = c$ est bien une meilleure réponse à $p_j = c$. $p_1 = p_2 = c$ est donc bien un équilibre de Nash du jeu.

Il reste à montrer qu'il n'y a pas d'autres équilibres en stratégies pures.

$p_1 > p_2 > c$ n'est pas un équilibre car la firme 1 réalise un profit nul et elle pourrait réaliser un profit positif en réduisant son prix au-dessous de celui de la firme 2.

$p_1 = p_2 > c$ n'est pas un équilibre car la firme 1 pourrait augmenter son profit en réduisant son prix de ε. Sa demande et son profit doubleraient.

$p_1 > p_2 = c$ n'est pas un équilibre car la firme 2 réalise un profit nul et elle pourrait réaliser un profit positif en augmentant légèrement son prix.

Les situations où au moins l'une des firmes choisit un prix inférieur à c ne sont pas non plus des équilibres. Car, au moins l'une des firmes réalise un profit strictement négatif et elle pourrait supprimer cette perte en fixant un prix égal à c.

n **firmes :** L'équilibre se généralise facilement au cas où il y a n firmes. Au moins deux firmes choisissent des prix égaux à c et les autres firmes choisissent un prix supérieur (ou égal) à c.

5.1.1 Paradoxe de Bertrand

Lorsque les firmes se livrent une concurrence en prix avec des biens homogènes, il suffit de deux firmes pour que l'équilibre obtenu soit identique à l'équilibre de concurrence pure et parfaite. Les firmes fixent des prix égaux au coût marginal et réalisent un profit nul.

Ce résultat implique que, s'il existe un coût fixe d'entrée $F > 0$, une seule firme entre sur le marché, même si F est très faible[4]. Si une deuxième firme entre, les profits des deux firmes deviennent négatifs. Tous les marchés où il existe un coût fixe d'entrée, même très faible, devraient être en situation de monopole.

Ces résultats ne semblent pas très réalistes. En outre, à l'équilibre, les deux firmes jouent des stratégies faiblement dominées. En fixant un prix égal à c, une firme réalise un profit nul quelquesoit le prix choisi par l'autre firme. Cette stratégie est faiblement dominée par toutes les stratégies consistant à fixer un prix strictement supérieur à c, qui assurent les firmes d'obtenir un profit au moins égal à 0 et strictement positif si l'autre firme choisit un prix supérieur.

Les hypothèses du modèle de Bertrand semblent donc plus réalistes que celles du modèle de Cournot mais les résultats du modèle de Cournot semblent plus plausibles que ceux du modèle de Bertrand. On peut, cependant, sortir des conclusions extrêmes du modèle de concurrence en prix en modifiant certaines de ses hypothèses. La première piste possible est de rechercher un équilibre en stratégies mixtes.

5.1.2 Possibilité d'un équilibre en stratégies mixtes ?

Harrington (1989) a montré que, si le coût marginal est constant et si la fonction de demande est bornée[5], continue et décroissante, il n'existe pas d'équilibre en stratégies mixtes non-dégénérées. Sous ces conditions, l'équilibre en stratégies pures dans lequel les deux firmes choisissent un prix égal au coût marginal est le seul équilibre de Nash du jeu. Les équilibres en stratégies mixtes ne semblent donc pas (sauf fonctions de demande assez particulières) la bonne piste pour résoudre le "paradoxe" de l'équilibre de Bertrand.

5.1.3 Solutions du paradoxe

Il existe plusieurs façons de sortir du paradoxe de Bertrand. On peut introduire des contraintes de capacité, supposer que les firmes vendent des biens semblables mais pas totalement identiques, supposer que les firmes jouent le jeu de Bertrand un nombre infini de fois (voir chapitre sur la collusion) ou supposer que certains consommateurs sont mieux informés que d'autres.

[4] Si on se limite aux équilibres en stratégies pures.

[5] Baye et Morgan (1999) se sont penchés sur les cas où la demande n'est pas bornée. Voir version longue.

5.2 Entrée et équilibre en stratégies mixtes

On a dit, ci-dessus, que les marchés où les firmes se livrent une concurrence à la Bertrand avec des biens homogènes devraient être en situation de monopole s'il existe un coût fixe d'entrée et si les firmes jouent des stratégies pures. On va développer le raisonnement et caractériser l'équilibre en stratégies mixtes du jeu.

On suppose qu'il existe deux entrants potentiels identiques. Le jeu comprend deux étapes. Lors de la première, les deux firmes choisissent simultanément de payer ou non un coût fixe F pour entrer sur ce marché. Lors de la seconde étape, les firmes entrées sur le marché choisissent leur prix de vente.

On note π^m le profit, hors coût fixe, d'un monopole opérant sur ce marché. On obtient la matrice de gain suivante :

		Firme 2	
		Entre	N'entre pas
Firme 1	Entre	$-F$; $-F$	$\pi^m - F$; 0
	N'entre pas	0 ; $\pi^m - F$	0 ; 0

La première étape admet deux équilibres de Nash en stratégies pures. L'une des firmes entre et l'autre n'entre pas.

Elle admet aussi un équilibre en stratégies mixtes. On note q_i la probabilité que la firme i entre sur ce marché. Pour que la firme i accepte de déterminer son action au hasard, il faut que son espérance de gain lorsqu'elle entre soit égale à son espérance de gain lorsqu'elle n'entre pas. On doit donc avoir :

$$\begin{aligned} q_j \times (-F) + (1-q_j)(\pi^m - F) &= 0 \Leftrightarrow -q_j F + (1-q_j)\pi^m - F + q_j F = 0 \Leftrightarrow (1-q_j)\pi^m = F \\ &\Leftrightarrow 1 - q_j = \frac{F}{\pi^m} \Leftrightarrow q_j = 1 - \frac{F}{\pi^m} \end{aligned}$$

Il existe donc un équilibre de Nash en stratégies mixtes, dans lequel chacune des firmes entre avec la probabilité $1 - \frac{F}{\pi^m}$. On peut alors observer des situations où les deux firmes entrent et réalisent des pertes[6].

5.3 Concurrence en prix avec contraintes de capacité

La première façon de rendre le modèle de Bertrand plus réaliste est de supposer que les firmes sont soumises à des contraintes de capacité. La firme i ne peut pas produire plus de $\overline{q}_i$ unités du bien par période. Donc, si elle fixe un prix inférieur à celui de sa concurrente et si la demande du marché pour ce prix est supérieure à $\overline{q}_i$, la firme i ne peut pas fournir la totalité des biens qui lui sont demandés. Les consommateurs sont donc rationnés et ils ne peuvent pas tous obtenir la quantité qu'ils souhaitent acheter. Les consommateurs qui n'ont pas été servis ont le choix entre renoncer au bien et l'acheter à la firme vendant à un prix plus élevé. Une firme peut donc conserver des clients malgré un prix plus élevé que sa concurrente. Les firmes

[6] Il existe des modèles comprenant plus de périodes où les firmes peuvent ressortir dans ce type de situations. Voir le chapitre "dynamique des industries".

doivent choisir entre deux types de stratégies. Vendre à un prix faible et écouler la totalité de leur capacité de production ou vendre à un prix plus élevé et accepter de ne vendre qu'une quantité faible. Les résultats de cette interaction entre les firmes dépendent beaucoup du niveau des capacités des firmes.

Le problème est assez compliqué à résoudre dans le cas général. On va donc développer les principales intuitions à l'aide d'un exemple et se contenter de mentionner les résultats généraux[7].

Exemple numérique : hypothèses. La demande est composée de 100 consommateurs identiques. Ces consommateurs souhaitent acheter au maximum une unité du bien. Leur prix de réserve est égal à $v = 100$.

Deux firmes produisant des biens homogènes se font concurrence en prix sur ce marché. La capacité de la firme 1 est notée $\overline{q}_1$; celle de la firme 2 est notée $\overline{q}_2$. On suppose que le coût marginal de production des firmes est égal à $c < 100$ lorsqu'elles produisent des quantités inférieures ou égales à leur capacité et infini au delà.

Capacités fortes : On commence par supposer $\overline{q}_1 \geq 100$ et $\overline{q}_2 \geq 100$. On se retrouve dans un jeu analogue au jeu sans contrainte de capacité. La capacité de chacune des firmes est suffisante pour servir l'intégralité du marché lorsqu'elle fixe un prix égal à son coût marginal. La firme qui fixe un prix plus élevé que sa concurrente se retrouve avec une demande nulle. On revient donc à la situation sans contrainte de capacité et le seul équilibre en stratégies pures est $p_1 = p_2 = c$.

Ce résultat est général et ne dépend pas des hypothèses particulières de l'exemple.

Capacités faibles et équilibres en stratégies pures : Supposons, maintenant, que $\overline{q}_1 + \overline{q}_2 \leq 100$. Les firmes vont choisir de fixer $p_1 = p_2 = 100$ et elles vont vendre des quantités égales à leurs capacités.

Le résultat qui se généralise est que les firmes vendent des quantités égales à leurs capacités lorsque leurs capacités sont faibles. Les deux firmes choisissent un prix indentique. Ce prix est égal au prix pour lequel la demande est égale à $\overline{q}_1 + \overline{q}_2$.

Les résultats généraux (démontrés dans Tirole, 1988) sont les suivants :

Proposition 1 *Lorsque les capacités des firmes sont faibles, l'équilibre va être de la forme :* $p_1 = p_2 = P(\overline{q}_1 + \overline{q}_2)$*, où* $P(Q)$ *est la fonction de demande inverse du marché.*

Ce résultat est obtenu à partir de deux lemmes (résultats intermédiaires).

Lemma 2 *Dans un équilibre en stratégies pures,* $p_1 = p_2 = P(\overline{q}_1 + \overline{q}_2)$*. Les firmes saturent leurs capacités.*

[7] Plus de détails dans la version longue et dans Tirole (1988).

Lemma 3 *Dans un équilibre en stratégies pures, la firme i ne fixe jamais un prix inférieur à* $P\left(\overline{q}_j + R_i\left(\overline{q}_j\right)\right)$ *dans le jeu en prix avec contraintes de capacité.*

Autrement dit, la firme i ne souhaite jamais fixer un prix la conduisant à vendre une quantité supérieure à sa meilleure réponse dans le jeu de Cournot $R_i\left(q_j\right)$.

Les lemmes 1 et 2 indiquent que, dans un équilibre en stratégies pures, les firmes doivent produire au maximum de leur capacité (lemme 1) et qu'elles ne fixent pas un prix qui les conduiraient à produire une quantité supérieure à leur meilleure réponse dans le jeu de Cournot (lemme 2). Donc, pour que l'équilibre soit en stratégies pures, il faut nécessairement que :

$$\forall i \quad \overline{q}_i \leq R_i\left(\overline{q}_j\right)$$

Dans cette zone, les fonctions de profit des firmes (en fonction de leurs capacités) ont les mêmes formes que les fonctions de profit des firmes (en fonction des quantités) dans le jeu de Cournot.

Capacités intermédiaires et équilibres en stratégies mixtes : Dans les cas intermédiaires, c'est à dire lorsque les capacités des firmes sont supérieures à leur meilleure réponse dans le jeu de Cournot, mais sont trop faibles pour servir toute la demande lorsque le prix est égal au coût marginal, il n'existe pas d'équilibre en stratégies pures. En revanche, il existe un équilibre en stratégies mixtes.

Pour ces valeurs des capacités, les firmes ont intérêt à fixer un prix très légèrement inférieur à celui de leur concurrente lorsque cette dernière choisit un prix élevé. En revanche, lorsque le prix fixé par la concurrente devient faible, chacune des firmes préfère fixer un prix élevé et ne vendre qu'une quantité faible aux consommateurs qui n'ont pas pu obtenir le bien auprès de la firme ayant le prix le plus faible, à fixer un prix faible et écouler la totalité de leur capacité de production. Les fonctions de meilleure réponse des firmes sont donc discontinues et il n'existe pas d'équilibre en stratégies pures.

Pour illustrer ces résultats, on suppose $\overline{q}_1 = \overline{q}_2 = 70$ et $c = 0$.

On recherche la fonction de meilleure réponse de la firme 1 à un prix p_2.

Si la firme 1 fixe un prix $p_1 = p_2 - \varepsilon$, elle peut vendre une quantité égale à $\overline{q}_1$ et réaliser un profit égal à : $\left(p_2 - c\right)\overline{q}_1 = 70p_2$. Si, à l'opposé, la firme 1 fixe un prix plus grand que p_2, elle ne pourra vendre que $100 - \overline{q}_2 = 30$. Si la firme décide de suivre cette stratégie, elle a intérêt à choisir $p_1 = v = 100$. Son profit est alors égal à 3000.

La première stratégie est préférable à la seconde si et seulement si :

$$70p_2 \geq 3000 \Leftrightarrow p_2 \geq \frac{300}{7} \simeq 42,86$$

La fonction de meilleure réponse de la firme i prend donc la forme suivante :

$$p_i(p_j) = \begin{cases} 100 & \text{si} \quad p_j > 100 \\ p_j - \varepsilon & \text{si} \quad 100 \geq p_j > 42,86 \\ 100 & \text{si} \quad p_j \leq 42,86 \end{cases}$$

Il est assez rapide de voir que le jeu n'admet pas d'équilibre en stratégies pures si les firmes choisissent leur prix simultanément.

La détermination d'un équilibre en stratégies mixtes est assez compliquée et on ne va pas le faire. Levitan et Shubik (1972) caractérisent cet équilibre lorsque les capacités des firmes sont symétriques. Kreps et Scheinkman (1983) traitent aussi le cas où les firmes ont des capacités asymétriques.

On peut trouver un équilibre en stratégies pures si on modifie le timing du jeu en supposant que les firmes choisissent leur prix séquentiellement. On le fera en TD.

5.4 Consommateurs imparfaitement informés

Il existe, dans la littérature économique, des modèles où tous les consommateurs ne sont pas informés de l'existence de tous les produits ou des prix pratiqués dans certains magasins. Ces modèles sont souvent assez compliqués à résoudre car ils génèrent souvent des équilibres où les firmes jouent des stratégies mixtes, comme dans le modèle de concurrence en prix avec des capacités intermédiaires. Voir, par exemple, Varian (1980).

Ces modèles peuvent servir à étudier la **publicité informative** (par opposition à la **publicité persuasive** qui n'apporte pas d'informations objectives directement vérifiables mais essaye d'influencer les goûts ou les croyances des consommateurs).

Exemple : Deux firmes vendant des biens homogènes se livrent une concurrence en prix. Elles ont le même coût marginal constant : c.

100 consommateurs souhaitent acheter chacun une unité du bien au maximum. Leur prix de réserve, c'est-à-dire le prix maximal qu'ils sont prêts à payer, est égal à 100. 30 consommateurs ne connaissent que la firme 1 et ne peuvent donc jamais acheter à la firme 2. 30 consommateurs ne connaissent que la firme 2. 40 consommateurs connaissent l'existence des deux firmes et achètent à la firme qui propose le prix le plus faible.

Une autre façon de raconter l'histoire est de dire que 30 consommateurs vont systématiquement dans le supermarché 1 [respectivement le supermarché 2] sans s'informer des prix pratiqués dans le supermarché 2 [supermarché 1] tandis que 40 consommateurs épluchent les prospectus déposés chaque semaine dans leur boîte aux lettres avant de décider où ils vont faire leurs courses.

Le problème est formellement identique à celui de l'exemple de la concurrence en prix avec contraintes de capacités lorsque $\overline{q}_1 = \overline{q}_2 = 70$.

5.5 Biens différenciés

Une autre façon de sortir du paradoxe de Bertrand est de supposer que les firmes vendent des biens un peu différents et que les consommateurs n'ont pas tous les mêmes préférences (ou qu'ils ont un goût pour la diversité). Les chapitres sur la différenciation horizontale et la différenciation verticale traitent de ce problème en détails. On se contente, pour l'instant, de présenter un cas simple où le degré de différenciation des produits est exogène.

On suppose que deux firmes produisent des biens différenciés et que les fonctions de demande de ces biens sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{c} q_1 = a - bp_1 + dp_2 \\ q_2 = a - bp_2 + dp_1 \end{array} \right\} \quad \text{avec} \quad b > d$$

Les fonctions de demande des firmes sont des fonctions continues des prix. On suppose, le plus souvent, $d > 0$ ce qui signifie que les biens sont substituables. Il est, cependant, possible de supposer $d < 0$ et d'interpréter les biens comme étant complémentaires.

Choix simultanés : On étudie d'abord le cas où les deux firmes choisissent leur prix simultanément. On commence par calculer les fonctions de meilleure réponse des firmes. Pour alléger les calculs, on pose $b = 1$ et on suppose que le coût marginal des firmes est nul.

Profit de la firme 1 :

$$\pi_1 (p_1, p_2) = (p_1 - c)\, q_1 (p_1, p_2) = p_1 (a - p_1 + dp_2)$$

Fonction de réaction de la firme 1 :

$$\frac{\partial \pi_1 (p_1, p_2)}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow a - 2p_1 + dp_2 = 0 \Leftrightarrow p_1 = \frac{a + dp_2}{2}$$

On remarque que la fonction de meilleure réponse de la firme 1 est une fonction croissante de p_2. Les prix des firmes sont des **compléments stratégiques**.

Par symétrie, la fonction de réaction de la firme 2 est :

$$p_2 = \frac{a + dp_1}{2}$$

Equilibre :

$$\left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{a+dp_2}{2} \\ p_2 = \frac{a+dp_1}{2} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2p_1 = a + dp_2 \\ 2p_2 = a + dp_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2 (p_1 - p_2) = d (p_2 - p_1) \\ 2p_2 = a + dp_1 \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} -\frac{2}{d} (p_1 - p_2) = (p_1 - p_2) \\ 2p_2 = a + dp_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 - p_2 = 0 \\ (2 - d)\, p_2 = a \end{array} \right\} \Rightarrow p_1^S = p_2^S = \frac{a}{2 - d}$$

Quantités produites :

$$q_1^S = a - p_1 + dp_2 = a - \frac{a}{2-d} + d\frac{a}{2-d} = \frac{2a - ad - a + ad}{2-d} = \frac{a}{2-d}$$

Par symétrie :

$$q_2^S = q_1^S$$

Profits des firmes :

$$\pi_i^S = \left(p_i^S - c\right) q_i^S = \frac{a}{2-d}\frac{a}{2-d} = \left(\frac{a}{2-d}\right)^2$$

Choix séquentiels : On suppose que la firme 1 fixe son prix en premier. La firme 2 observe ce prix et détermine le sien[8].

La fonction de réaction de la firme 2 est identique à celle du jeu simultané. En revanche, le programme de maximisation de la firme 1 est maintenant différent. La firme 1 va tenir compte de l'influence du prix qu'elle choisit sur le prix choisi par sa concurrente. Son profit devient :

$$\pi_1\left(p_1\right) = \left(p_1 - c\right)\left(a - bp_1 + dp_2\left(p_1\right)\right) = p_1\left(a - p_1 + d\frac{a + dp_1}{2}\right)$$

Détermination de p_1 :

$$\frac{\partial \pi_1\left(p_1, p_2\right)}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow a - p_1 + d\frac{a + dp_1}{2} + p_1\left(-1 + \frac{d^2}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow p_1^L = \frac{(2+d)}{2\left(2 - d^2\right)}a$$

Détermination de p_2 :

$$p_2^F = \frac{a + dp_1}{2} = \frac{a}{2} + \frac{d}{2}\frac{(2+d)\,a}{2\left(2-d^2\right)} = \frac{4 + 2d - d^2}{4\left(2-d^2\right)}a$$

Quantités produites :

$$\begin{aligned} q_1^L &= a - p_1 + dp_2 = a - \frac{(2+d)}{2\left(2-d^2\right)}a + d\frac{4+2d-d^2}{4\left(2-d^2\right)}a = \frac{4+2d-2d^2-d^3}{4\left(2-d^2\right)}a \\ q_2^F &= a - p_2 + dp_1 = a - \frac{4+2d-d^2}{4\left(2-d^2\right)}a + d\frac{(2+d)}{2\left(2-d^2\right)}a = \frac{4+2d-d^2}{4\left(2-d^2\right)}a \end{aligned}$$

Profits des firmes :

$$\begin{aligned} \pi_1^L &= p_1 q_1 = \frac{(2+d)}{2\left(2-d^2\right)}a \times \frac{4+2d-2d^2-d^3}{4\left(2-d^2\right)}a = \frac{(2+d)\left(4+2d-2d^2-d^3\right)}{8\left(2-d^2\right)^2}a^2 \\ \pi_2^F &= p_2 q_2 = \frac{4+2d-d^2}{4\left(2-d^2\right)}a \times \frac{4+2d-d^2}{4\left(2-d^2\right)}a = \frac{\left(4+2d-d^2\right)^2}{16\left(2-d^2\right)^2}a^2 \end{aligned}$$

[8] Les calculs sont plus détaillés dans la version longue.

Comparaison des résultats des deux timing : Comparaison des prix :

$$\begin{aligned} p_2^F &\geq p_2^S \Leftrightarrow \frac{\left(4-d^2+2d\right)a}{4\left(2-d^2\right)} \geq \frac{a}{2-d} \Leftrightarrow d^3 \geq 0 \\ p_1^L &\geq p_2^F \Leftrightarrow \frac{\left(2+d\right)a}{2\left(2-d^2\right)} \geq \frac{\left(4-d^2+2d\right)a}{4\left(2-d^2\right)} \Leftrightarrow 0 \geq -d^2 \end{aligned}$$

On a donc :

$$p_1^L \geq p_2^F \geq p_i^S$$

La firme 1 souhaite inciter la firme 2 à augmenter son prix et les prix des deux firmes sont des compléments stratégiques. Dans le jeu séquentiel, la firme 1 choisit donc de fixer un prix plus élevé que dans le jeu simultané. En réponse, la firme 2 choisit elle aussi un prix plus élevé que dans le jeu simultané mais plus faible que le prix choisi par la firme leader.

Comparaison des profits :

$$\begin{aligned} \pi_1^L &\geq \pi_1^S \Leftrightarrow \frac{\left(2+d\right)\left(4+2d-2d^2-d^3\right)}{8\left(2-d^2\right)^2}a^2 \geq \left(\frac{a}{2-d}\right)^2 \Leftrightarrow 2d^4-d^6 \geq 0 \Leftrightarrow \left(2-d^2\right)d^4 \geq 0 \\ \pi_2^F &\geq \pi_1^L \Leftrightarrow \frac{\left(4+2d-d^2\right)^2}{16\left(2-d^2\right)^2}a^2 \geq \frac{\left(2+d\right)\left(4+2d-2d^2-d^3\right)}{8\left(2-d^2\right)^2}a^2 \Leftrightarrow 4d^3+3d^4 \geq 0 \end{aligned}$$

Ces deux conditions sont toujours vérifiées, on a donc :

$$\pi_2^F > \pi_1^L > \pi_1^S = \pi_2^S$$

Les profits des deux firmes sont plus élevés dans le jeu séquentiel que dans le jeu simultané. Le profit de la firme 2 est plus élevé que celui de la firme 1. Il est préférable de jouer le dernier et de laisser l'autre firme prendre le rôle de leader.

6 Comparaison : Cournot vs Bertrand

Les modèles de concurrence à la Cournot et à la Bertrand conduisent à des résultats assez différents. Quelques études ont comparé les résultats obtenus avec les mêmes fonctions de coût et de demande mais en faisant varier le mode de concurrence. On présente, dans cette section, quelques unes de ces études ; avant de discuter le choix du modèle dans la section suivante.

6.1 Résultat général

Lorsque les biens sont homogènes et le coût marginal constant, le prix d'équilibre est égal au coût marginal dans le modèle de Bertrand (s'il y a au moins deux firmes) et strictement supérieur au coût marginal dans le modèle de Cournot. Le prix d'équilibre en Cournot est donc supérieur à celui de la concurrence en Bertrand.

Le surplus social est supérieur si la concurrence est en prix que si elle est en quantité. Premièrement, parce que l'écart entre le prix et le coût marginal est plus faible. Deuxièmement, parce que dans le modèle de Bertrand, toute la prodution est assurée par les firmes ayant le coût marginal le plus faible.

Singh et Vives (1984) étendent ce résultat au cas où les biens sont différenciés. Ils étudient un modèle dans lequel les firmes ont des coûts marginaux constants et identiques et produisent des biens différenciés. Les fonctions de demande inverses sont :

$$\begin{aligned} p_1 &= \alpha_1 - \beta_1 q_1 - \gamma q_2 \\ p_2 &= \alpha_2 - \beta_2 q_2 - \gamma q_1 \end{aligned}$$

Les auteurs montrent que, dans ce modèle, la concurrence à la Cournot conduit à des quantités plus faibles et à des prix plus élevés que la concurrence à la Bertrand. Le surplus social est plus élevé en Bertrand qu'en Cournot. Les profits des firmes sont plus élevés dans le cas de la concurrence à la Cournot lorsque les biens sont des substituts. Mais, les profits sont plus élevés dans le cas de la concurrence en prix lorsque les biens sont des compléments.

Cette étude représente la tendance générale : **la concurrence en prix conduit généralement à des prix plus faibles que la concurrence en quantités (pour un nombre de firmes donné)**. Certains auteurs avancent que le degré de concurrence dans la plupart des industries (ne faisant pas de collusion) est intermédiaire entre celui de la concurrence à la Bertrand et celui de la concurrence à la Cournot. En calculant les prix d'équilibre dans le modèle de Bertrand et dans celui de Cournot, on obtiendrait un intervalle dans lequel le prix d'oligopole se trouverait.

6.2 Exceptions et limites du résultat général

Il existe, cependant, quelques exceptions à la tendance générale d'une concurrence plus vive en Bertrand qu'en Cournot (voir version longue). On retiendra surtout les deux limites suivantes.

Collusion tacite : La tendance générale a été dégagée en supposant que les firmes se comportaient de façon non-coopérative. Si les firmes passent des accords de collusion tacite, il existe de nombreux cas où le prix de monopole est plus facile à soutenir lorsque la variable stratégique est le prix que lorsque la variable stratégique est la quantité produite.

Nombre de firmes endogène : La tendance générale a aussi été dégagée en supposant que le nombre de firmes est le même dans les deux modèles. Cependant, si le nombre de firmes est endogène, il y aura généralement plus de firmes actives dans le modèle de Cournot que dans celui de Bertrand, ce qui peut renverser le résultat. On a vu, par exemple, que si les biens sont homogènes, une seule firme entre sur le marché dans le modèle de Bertrand dès qu'il existe un coût fixe d'entrée même très faible. Le prix d'équilibre est alors égal au prix de monopole et donc supérieur au prix d'équilibre du modèle de Cournot.

7 Choix d'un modèle : Cournot ou Bertrand ?

Les modèles de concurrence en quantités à la Cournot et en prix à la Bertrand semblent antinomiques. Leurs résultats et leurs propriétés sont très différents. Cela pose un problème à l'économiste qui souhaite modéliser un secteur industriel et étudier le comportement des firmes. Plusieurs travaux se sont efforcés d'établir des liens entre les deux formes de concurrence ou ont proposé des modèles plus généraux qui admettent l'équilibre de Cournot et l'équilibre de Bertrand comme équilibre pour certaines valeurs de leurs paramètres.

7.1 Choix de capacité puis concurrence en prix

Résultat de Kreps et Scheinkman : La contribution la plus importante est celle de Kreps et Scheinkman (1983) [KS]. Ils ont montré que, sous certaines hypothèses, un jeu en deux étapes dans lequel les firmes choisissent des capacités avant de se livrer une concurrence en prix présente les mêmes résultats qu'un jeu de Cournot. A la première étape, les firmes choisissent des niveaux de capacité égaux aux quantités d'équilibre du modèle de Cournot. A la seconde étape, les firmes choisissent des prix égaux à $P(\overline{q}_1 + \overline{q}_2)$. Les quantités produites, le prix d'équilibre et les profits des firmes dans l'équilibre de Nash parfait de ce jeu sont les mêmes que dans le jeu statique de Cournot. Le modèle de Cournot peut donc être vu comme une forme condensée du choix par les firmes de capacité de production puis de prix. Les deux modèles sont ainsi réconciliés. Les hypothèses semblent relativement plausibles, les firmes se livrent une concurrence en prix et les résultats sont ceux du modèle de Cournot, qui semblent plus réalistes que ceux du modèle de Bertrand.

Le résultat dépend de la règle de rationnement : Le résultat de KS dépend, cependant, de la règle de rationnement retenue. Davidson et Deneckere (1986) montrent que les résultats sont modifiés si on choisit une règle de rationnement différente. KS utilisaient la règle de rationnement efficace[9]. Si on prend une autre règle de rationnement l'équilibre de Nash parfait du jeu en deux étapes ne correspond plus à l'équilibre de Cournot. Davidson et Deneckere (1986) caractérisent les équilibres lorsque la règle de rationnement est proportionnelle[10]. Ils obtiennent des résultats très différents de ceux de KS. Les différences les plus importantes interviennent lorsque le coût des capacités est faible. Pour ces valeurs des paramètres, les fonctions de meilleure réponse des firmes lors de la première étape du jeu sont discontinues, ce qui conduit à des équilibres en stratégies pures qui sont asymétriques. Notamment, lorsque la fonction de demande est égale

[9] La règle de rationnement efficace consiste à servir en premier les consommateurs ayant la propension à payer la plus forte. Ce rationnement est dit efficace car il maximise le surplus des consommateurs. La fonction de demande résiduelle définie par la règle de rationnement efficace est celle que l'on obtiendrait si les consommateurs étaient en mesure de se revendre le bien entre eux sans coût de transaction.

[10] La règle de rationnement proportionnel suppose que les consommateurs qui peuvent acheter auprès la firme 1 sont tirés au hasard. Tous les consommateurs ont la même probabilité d'être rationnés.

à $D(p) = 1-p$ et que le coût des capacités est nul, on obtient que l'une des firmes choisit une capacité égale à 0,43 tandis que l'autre firme choisit une capacité égale à 0,86 (donc, le double de sa concurrente). Il convient aussi de remarquer que les deux firmes choisissent des capacités supérieures aux quantités de Cournot, égales à 0,33. Pour ces capacités, l'équilibre de la seconde étape du jeu est nécessairement en stratégies mixtes. Les prix des firmes sont donc des variables aléatoires et les deux auront donc finalement, très probablement des prix différents. Si l'on considère des valeurs plus élevées pour le coût des capacités, les résultats se rapprochent de ceux de KS. Les capacités choisies par les firmes deviennent symétriques. Cependant, les capacités choisies demeurent plus élevées que les quantités de Cournot et les firmes continuent de jouer des stratégies mixtes lors de la seconde étape du jeu. Lorsque le coût des capacités devient très élevé, les firmes choisissent des capacités faibles et jouent des stratégies pures lors de la seconde étape du jeu.

7.2 Possibilité de produire au delà de la capacité

Vives (1986) étudie la relation entre le degré de flexibilité de la technologie de production et l'intensité de la concurrence. Son modèle comprend deux périodes : lors de la première étape, chacune des n firmes choisit un niveau de capacité k ; lors de la seconde étape, chaque firme choisit son niveau de production en considérant le prix comme donné. Le prix d'équilibre est celui qui égalise l'offre et la demande. La fonction de coût des firmes est de la forme :

$$C_\lambda(x;k) = \begin{cases} ck & \text{si } x \leq k \\ cx + \lambda V(x-k) & \text{si } x > k \end{cases}$$

où k est une variable de capacité librement choisie en première période, x est la quantité produite en seconde période, λ est le degré de flexibilité de la technologie disponible et V est une fonction strictement croissante. Les firmes choisissent un niveau de capacité en première période. Elles ont cependant la possibilité de choisir en seconde période un niveau de production qui excède leur niveau de capacité mais cette production excédentaire est obtenue à un coût supérieur.

Si la technologie de production est totalement inflexible ($\lambda \to \infty$) alors l'équilibre de Nash parfait du jeu est équivalent à un équilibre de Cournot standard. Lorsque $\lambda \to \infty$, le modèle de Vives est très proche du modèle de Kreps et Scheinkman (1983) dans lequel les firmes choisissent une capacité de production maximale avant de se livrer une concurrence en prix. Il n'est donc pas étonnant que les deux modèles aboutissent à un résultat analogue.

Si la technologie de production est totalement flexible ($\lambda = 0$) alors l'équilibre de Nash parfait du jeu est équivalent à un équilibre de Bertrand : $p = c$. Dans ce cas extrême, le choix de capacité de première période n'a aucune valeur d'engagement pour les firmes. Elles ne peuvent pas s'engager de façon crédible à limiter leur production en seconde période.

Une technologie de production plus flexible rend donc la concurrence entre les firmes plus intense, en limitant le pouvoir d'engagement du choix de capacité.

7.3 Choix endogène de la variable stratégique

Quelques travaux ont étudié l'équilibre obtenu lorsque certaines firmes choisissent une quantité tandis que d'autres choisissent un prix. Une fois que cet équilibre est caractérisé, il est possible de permettre aux firmes de choisir leur variable stratégique.

Singh et Vives (1984) analysent un modèle comprenant deux étapes. Lors de la première étape, les firmes choisissent simultanément leur variable stratégique : quantité ou prix. Lors de la seconde étape, les firmes choisissent le niveau de la variable stratégique qu'elles ont choisie. Les firmes produisent des biens différenciés et les fonctions de demande inverses sont :

$$\begin{aligned} p_1 &= \alpha_1 - \beta_1 q_1 - \gamma q_2 \\ p_2 &= \alpha_2 - \beta_2 q_2 - \gamma q_1 \end{aligned}$$

Si les deux firmes choisissent le prix [la quantité] comme variable stratégique lors de la première période, elles se livrent une concurrence à la Bertrand [Cournot] lors de la seconde. Si les firmes choisissent des variables stratégiques différentes, la firme qui a choisi comme variable la quantité met cette quantité sur le marché et le prix de vente est déterminé de façon à ce que l'ensemble de cette quantité soit vendue. L'autre firme vend une quantité égale à la demande qui s'adresse à elle compte tenu de son prix et du comportement de sa concurrente. Les auteurs montrent que, lors de la première étape du jeu, choisir la quantité comme variable stratégique est une stratégie dominante pour les deux firmes, si les biens sont des substituts ($\gamma > 0$). Si les biens sont des compléments ($\gamma < 0$), choisir le prix comme variable stratégique est une stratégie dominante.

7.4 Estimations économétriques

Il est aussi possible de tester la pertinence d'un modèle pour une industrie particulière en ayant recours à l'économétrie. Plus précisément, il faut estimer le paramètre θ dans la relation :

$$P + \theta Q P'(Q) = c$$

où Q est la production totale de l'industrie et c est le coût marginal des firmes. Cette relation correspond à la condition de premier ordre de maximisation du profit des firmes. Le prix d'équilibre et la quantité totale vendue sont généralement observables. Il faut donc estimer l'élasticité de la demande et le coût marginal des firmes. On déduit de ces deux estimations, une estimation de θ. Dans le cas d'un marché en concurrence pure et parfaite ou dans le cas d'une concurrence en prix avec bien homogène, θ doit être très proche de 0. Dans le cas d'un monopole ou d'un équilibre de collusion, θ doit être proche de 1. Enfin, dans le cas d'une concurrence à la Cournot entre n firmes identiques, θ doit être proche de $\frac{1}{n}$.

8 Principaux points à retenir

- Comment calculer les équilibres de Cournot, Stackelberg et Bertrand.

- Généralement, dans le modèle de Cournot, les quantités choisies par les firmes sont des substituts stratégiques, tandis que, dans le modèle de Bertrand, les prix sont des compléments stratégiques. Il existe des exceptions.

- L'équilibre de Cournot n'est pas un optimum de Pareto pour 2 raisons. La production totale des firmes est trop faible (le prix d'équilibre est supérieur aux coûts marginaux des firmes). La répartition de la production entre les firmes peut être inefficiente (les firmes peuvent avoir des coûts marginaux différents à l'équilibre). Pour résoudre cette seconde inefficacité, il faut réduire le niveau de production des firmes qui produisent peu et augmenter celui des firmes qui produisent beaucoup.

- Le nombre de firmes dans l'équilibre de Cournot avec libre entrée a tendance à être supérieur au nombre socialement efficace.

- On peut résoudre le paradoxe de Bertrand en introduisant de la différenciation entre les produits ou des contraintes de capacités.

- Sous certaines hypothèses, un jeu dans lequel les firmes choisissent des capacités puis des prix aboutit aux mêmes résultats qu'un jeu à la Cournot.

9 Lecture conseillée

Le chapitre 5 de Tirole (1988).

References

[1] BAYE Michael R. et John MORGAN (1999), A folk theorem for one-shot Bertrand games, *Economics Letters*, 65, 59-65.

[2] BERTRAND Joseph (1883), Théorie mathématique de la richesse sociale, *Journal des Savants*, 499-508.

[3] BULOW J.I., J.D. GEANAKOPLOS et Paul KLEMPERER (1985), Multimarket oligopoly: strategic substitutes and complements, *Journal of Political Economy*, 93, 488-511.

[4] COURNOT Antoine-Augustin (1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Hachette, Paris.

[5] DAVIDSON Carl et Raymond DENECKERE (1986), Long-run competition in capacity, short-run competition in price, and the Cournot model, *Rand Journal of Economics*, 17 (3), 404-415.

[6] HAMILTON J. et S. SLUTSKY (1990), Endogenous timing in duopoly games: Stackelberg or Cournot equilibria, *Games and Economic Behavior*, 2, 29-46.

[7] HARRINGTON J. (1989), A re-evaluation of perfect competition as the solution to the Bertrand price game, *Mathematical Social Sciences*, 17, 315-328.

[8] KIMMEL Sheldon (1992), Effects of cost changes on oligopolists' profits, *Journal of Industrial Economics*, 40 (4), 441-449.

[9] KREPS David M. et José A. SCHEINKMAN (1983), Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes, *Bell Journal of Economics*, 14 (2), 326-337.

[10] LAHIRI Sajal et Yoshiyasu ONO (1988), Helping minor firms reduces welfare, *Economic Journal*, 98, 1199-1202.

[11] LEVITAN R. et M. SHUBIK (1972), Price duopoly and capacity constraints, *International Economic Review*, 13, 111-121.

[12] MANKIW N. Gregory et Michael D. WHINSTON (1986), Free entry and social inefficiency, *Rand Journal of Economics*, 17 (1), 48-58.

[13] SINGH Nirvikar et Xavier VIVES (1984), Price and quantity competition in a differentiated duopoly, *Rand Journal of Economics*, 15, 546-554.

[14] SUZUMURA Kotaro et Kazuharu KIYONO (1987), Entry barriers and economic welfare, *Review of Economic Studies*, 54, 157-167.

[15] TIROLE Jean (1988), *The Theory of Industrial Organization*, MIT Press, Cambridge [Traduction française : Théorie de l'organisation industrielle, Economica, 2 tomes, 1993 et 1995]. Chapitre 5.

[16] VARIAN H. (1980), A model of sales, *American Economic Review*, 70, 651-659.

[17] VIVES Xavier (1986), Commitment, flexibility and market outcomes, *International Journal of Industrial Organization*, 4, 217-229.

[18] Von STACKELBERG H. (1934), *Marktform und Gleichgewicht*, Springer-Verlag, Berlin.