FACULTE DE DROIT ET D'ECONOMIE

Année Universitaire 2016-2017

M1 ECONOMIE

EPREUVE D'ECONOMIE INDUSTRIELLE

Durée : 2H00

Examen 1 : 23 novembre 2016

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, **les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits**.

Traiter **au choix** soit les 4 exercices, soit la question de cours.

1 Concurrence en quantités (5 points)

On considère une industrie comprenant 2 firmes vendant des biens homogènes. Les fonctions de coût des firmes sont égales à :

$$C_1(q_1) = q_1^2 \qquad \text{et} \qquad C_2(q_2) = 5q_2$$

La fonction de demande inverse du marché est égale à :

$$P(Q) = 200 - Q$$

Question 1 (5 points) : Déterminer l'équilibre de Cournot (prix d'équilibre, quantités produites et profits) de cette industrie.

2 Concurrence en prix avec contraintes de capacité (5 points)

Deux firmes, 1 et 2, vendant un bien homogène se livrent une concurrence en prix. Les firmes ne peuvent pas produire plus que leurs capacités, respectivement, égales à $\overline{q}_1$ et $\overline{q}_2$. Le coût marginal des firmes est égal à 10.

La demande est composée de 100 consommateurs achetant au plus une unité du bien. Ces consommateurs sont tous identiques et ils ont un prix de réserve égal à 100.

Question 2 (1 point) : Calculer l'équilibre (ou les équilibres) de Nash, lorsque les firmes choisissent leur prix simultanément et que $\overline{q}_1 = 110$ et $\overline{q}_2 = 120$.

Question 3 (1 point) : Calculer l'équilibre (ou les équilibres) de Nash, lorsque les firmes choisissent leur prix simultanément et que $\overline{q}_1 = 40$ et $\overline{q}_2 = 60$.

Question 4 (3 points) : Calculer l'équilibre (ou les équilibres) de Stackelberg, lorsque la firme 1 est leader et que $\overline{q}_1 = 80$ et $\overline{q}_2 = 40$.

3 Hotelling (5 points)

Les consommateurs sont répartis uniformément sur l'intervalle $[0, 1]$. L'utilité d'un consommateur x lorsqu'il consomme une unité de bien achetée à la firme i, localisée au point x_i, est égale à :

$$U = 50 - 2\left(x - x_i\right)^2 - p_i$$

Deux firmes, situées en $x_1 = 0,2$ et $x_2 = 0,8$, se livrent une concurrence en prix. Le coût marginal des firmes est normalisé à 0.

Question 5 (5 points) : Calculer les prix d'équilibre de ce jeu. Calculer les parts de marché des firmes et leurs profits.

4 Concurrence en prix et entrée (5 points)

Deux entrepreneurs potentiels considèrent la possibilité d'entrer dans une nouvelle industrie. Le coût fixe d'entrée est égal à F. Une fois ce coût fixe payé, un entrepreneur dispose d'une usine lui permettant de produire le bien avec un coût unitaire constant égal à $c_1 = 5$ pour l'entrepreneur 1 et à $c_2 = 1$ pour l'entrepreneur 2. La fonction de demande sur ce marché est égale à $Q\left(p\right) = 100 - p$.

Question 6 (5 points) : Déterminer l'équilibre de Nash parfait en fonction de F du jeu suivant, comprenant 3 étapes. Etape 1 : l'entrepreneur 1 décide d'entrer ou non dans cette industrie. Etape 2 : l'entrepreneur 2 observe le choix de 1 et décide d'entrer ou non dans cette industrie. Etape 3 : les firmes existantes choisissent simultanément leur prix de vente.

5 Question de cours (20 points)

Comment choisir entre les modèles de Bertrand et de Cournot ?

6 Eléments de correction

6.1 Concurrence en quantités (5 points)

Question 1 (5 points) : Profit et fonction de meilleure réponse de la firme 1 :

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= P(Q)\,q_1 - q_1^2 = (200 - q_1 - q_2)\,q_1 - q_1^2 = (200 - q_2)\,q_1 - 2q_1^2 \\
\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} &= 0 \Leftrightarrow 200 - q_2 - 4q_1 = 0 \Leftrightarrow 4q_1 = 200 - q_2
\end{aligned}$$

Profit et fonction de meilleure réponse de la firme 2 :

$$\begin{aligned}
\pi_2 &= P(Q)\,q_2 - 5q_2 = (200 - q_1 - q_2)\,q_2 - 5q_2 = (200 - q_1 - q_2 - 5)\,q_2 \\
\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} &= 0 \Leftrightarrow 195 - q_1 - 2q_2 = 0 \Leftrightarrow 2q_2 = 195 - q_1
\end{aligned}$$

Quantités d'équilibre :

$$\left\{\begin{array}{c} 4q_1 = 200 - q_2 \\ 2q_2 = 195 - q_1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} q_2 = 200 - 4q_1 \\ 400 - 8q_1 = 195 - q_1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} q_2 = 200 - 4q_1 \\ 205 = 7q_1 \end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} q_2 = 200 - 4\frac{205}{7} \\ q_1 = \frac{205}{7} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} q_2 = \frac{1400}{7} - \frac{820}{7} \\ q_1 = \frac{205}{7} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} q_2 = \frac{580}{7} \simeq 82,86 \\ q_1 = \frac{205}{7} \simeq 29,29 \end{array}\right\}$$

Prix d'équilibre :

$$p = 200 - q_1 - q_2 = 200 - \frac{205}{7} - \frac{580}{7} = \frac{1400 - 785}{7} = \frac{615}{7} \simeq 87,86$$

Profits :

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= pq_1 - q_1^2 = (p - q_1)\,q_1 = \left(\frac{615}{7} - \frac{205}{7}\right)\frac{205}{7} = \frac{410}{7} \times \frac{205}{7} = \frac{84050}{49} \simeq 1715,31 \\
\pi_2 &= pq_2 - 5q_2 = (p - 5)\,q_2 = \left(\frac{615}{7} - \frac{35}{7}\right)\frac{580}{7} = \frac{580}{7} \times \frac{580}{7} = \frac{336400}{49} \simeq 6865,31
\end{aligned}$$

6.2 Concurrence en prix avec contraintes de capacité (5 points)

Question 2 (1 point) : $p_1 = p_2 = 10$.

Question 3 (1 point) : $p_1 = p_2 = 100$.

Question 4 (3 points) : Fonction de réaction de la firme 2 : Si la firme 2 fixe un prix supérieur ou égal à la firme 1, elle vend 20 unités et obtient un profit égal à $20\,(p_2 - 10)$. Dans ce cas, elle a intérêt à choisir $p_2 = 100$. Si la firme 2 fixe un prix légèrement inférieur à la firme 1, elle vend 40 unités et obtient un profit égal à $40\,(p_2 - 10)$. La première stratégie est préférable à la seconde si :

$$20\,(100 - 10) \geq 40\,(p_1 - 10) \Leftrightarrow 1800 \geq 40\,(p_1 - 10) \Leftrightarrow 45 \geq p_1 - 10 \Leftrightarrow 55 \geq p_1$$

D'où la fonction de meilleure réponse de la firme 2 au prix fixé par la firme 1 :

$$p_2(p_1) = \begin{cases} 100 & \text{si} \quad p_1 > 100 \\ p_1 - \varepsilon & \text{si} \quad 100 \geq p_1 > 55 \\ 100 & \text{si} \quad 55 \geq p_1 \end{cases}$$

La firme 1 doit choisir entre deux stratégies. Elle peut fixer un prix égal à 100 et accepter que la firme 2 fixe un prix inférieur. Dans ce cas, elle ne vendra que 60 unités et obtiendra un profit égal à : $60 \times (100 - 10) = 5400$. Alternativement, elle peut fixer un prix égal à 55. Dans ce second cas, la firme 2 ne choisira pas un prix plus faible et la firme 1 pourra vendre 80 unités. Le profit de la firme 1 sera égal à : $80 \times (55 - 10) = 3600$.

L'équilibre est donc le suivant : $p_1 = 100$ et $p_2 = 100 - \varepsilon$, $q_1 = 60$ et $q_2 = 40$, $\pi_1 = 5400$ et $\pi_2 = 3600$.

6.3 Hotelling (5 points)

Question 5 (5 points) : On recherche le consommateur marginal :

$$50 - 2(\widetilde{x} - x_1)^2 - p_1 = 50 - 2(\widetilde{x} - x_2)^2 - p_2 \Leftrightarrow -2\left(\widetilde{x} - \frac{1}{5}\right)^2 - p_1 = -2\left(\widetilde{x} - \frac{4}{5}\right)^2 - p_2$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\left[\left(\widetilde{x} - \frac{4}{5}\right)^2 - \left(\widetilde{x} - \frac{1}{5}\right)^2\right] = p_1 - p_2 \Leftrightarrow 2\left[\left(\widetilde{x} - \frac{4}{5} - \widetilde{x} + \frac{1}{5}\right)\left(\widetilde{x} - \frac{4}{5} + \widetilde{x} - \frac{1}{5}\right)\right] = p_1 - p_2$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\left[\left(-\frac{3}{5}\right)(2\widetilde{x} - 1)\right] = p_1 - p_2 \Leftrightarrow 2\widetilde{x} - 1 = \frac{5}{6}(p_2 - p_1) \Leftrightarrow \widetilde{x} = \frac{5}{12}(p_2 - p_1) + \frac{1}{2}$$

Les demandes des firmes sont égales à :

$$\begin{aligned} D_1(p_1, p_2, x_1, x_2) &= \widetilde{x} = \frac{5(p_2 - p_1) + 6}{12} \\ D_2(p_1, p_2, x_1, x_2) &= 1 - \widetilde{x} = 1 - \frac{5(p_2 - p_1) + 6}{12} = \frac{6 - 5(p_2 - p_1)}{12} \end{aligned}$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 1 : Le profit de la firme 1 est égal à :

$$\pi_1 = p_1 D_1(p_1, p_2, x_1, x_2) = p_1 \frac{5(p_2 - p_1) + 6}{12}$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{5(p_2 - p_1) + 6}{12} - \frac{5}{12}p_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{10}{12}p_1 = \frac{5p_2 + 6}{12} \Leftrightarrow p_1 = \frac{5p_2 + 6}{10}$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 2 : Le profit de la firme 2 est égal à :

$$\pi_2 = p_2 D_2(p_1, p_2, x_1, x_2) = p_2 \frac{6 - 5(p_2 - p_1)}{12}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{6 - 5(p_2 - p_1)}{12} - \frac{5}{12}p_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{10}{12}p_2 = \frac{6 + 5p_1}{12} \Leftrightarrow p_2 = \frac{6 + 5p_1}{10}$$

Equilibre en prix :

$$\left\{\begin{array}{c} 10p_1 = 5p_2 + 6 \\ 10p_2 = 6 + 5p_1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 5p_1 = \frac{5}{2}p_2 + 3 \\ 10p_2 = 6 + \frac{5}{2}p_2 + 3 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2}p_2 + \frac{3}{5} \\ \frac{15}{2}p_2 = 9 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2}\frac{6}{5} + \frac{3}{5} \\ p_2 = \frac{6}{5} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p_1 = \frac{6}{5} \\ p_2 = \frac{6}{5} \end{array}\right\}$$

L'adresse du consommateur marginal est :

$$\widetilde{x} = \frac{5}{12}(p_2 - p_1) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\pi_1 = p_1\widetilde{x} = \frac{6}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{5} \qquad \text{et} \qquad \pi_2 = p_2(1 - \widetilde{x}) = \frac{3}{5}$$

6.4 Concurrence en prix et entrée (5 points)

Question 6 (5 points) : On commence par résoudre la troisième étape du jeu. Si une seule firme est entrée, elle choisit le prix p_i qui maximise son profit :

$$\begin{aligned} \pi_i &= (p_i - c_i)(100 - p_i) - F \\ \frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} &= 0 \Leftrightarrow 100 - p_i - (p_i - c_i) = 0 \Leftrightarrow 2p_i = 100 + c_i \Leftrightarrow p_i = \frac{100 + c_i}{2} \end{aligned}$$

Si la firme 1 est la seule à être entrée, elle choisit $p = \frac{105}{2}$ et réalise un profit égal à $\pi_1 = \left(\frac{105}{2} - 5\right)\left(100 - \frac{105}{2}\right) - F = \left(\frac{95}{2}\right)^2 - F = 2256,25 - F$.

Si la firme 2 est la seule à être entrée, elle choisit $p = \frac{101}{2}$ et réalise un profit égal à $\pi_1 = \left(\frac{101}{2} - 1\right)\left(100 - \frac{101}{2}\right) - F = \left(\frac{99}{2}\right)^2 - F = 2450,25 - F$.

Si les deux firmes entrent, on retrouve la même situation que dans le premier exercice de la deuxième fiche de TD. Il existe une multitude d'équilibres de la forme $p_1 = p_2 + \varepsilon$ et $p_2 \in]1;5]$. On va procéder comme dans cet exercice et on va sélectionner l'équilibre dans lequel les firmes ne jouent pas des stratégies faiblement dominées. On a donc $p_2 = 5$ et $p_1 = 5 + \varepsilon$. $\pi_1 = -F$ et $\pi_2 = (5-1)(100-5) - F = 380 - F$.

On obtient donc les équilibres de Nash parfaits suivants.

Si $F < 380$, la firme 1 n'entre pas. La firme 2 entre et se comporte comme un monopole.

Si $380 \leq F < 2256,25$, la firme 1 entre. La firme 2 n'entre pas. La firme 1 se comporte comme un monopole.

S $2256,25 \leq F \leq 2450,25$, la firme 1 n'entre pas. La firme 2 entre et se comporte comme un monopole.

Si $F > 2450,25$, aucune des deux firmes n'entre sur ce marché.