FACULTE DE DROIT ET D'ECONOMIE

Année Universitaire 2015-2016

M1 ECONOMIE

EPREUVE D'ECONOMIE INDUSTRIELLE

Durée : 2H00

Examen 1 : 10 novembre 2015

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, **les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits**.

1 Concurrence en quantités (5 points)

On considère une industrie comprenant 2 firmes vendant des biens différenciés. Les fonctions de coût des firmes sont égales à :

$$C_1(q_1) = q_1^2 \qquad \text{et} \qquad C_2(q_2) = q_2^2$$

Les fonctions de demande inverse des firmes sont égales à :

$$\begin{aligned} P_1(q_1, q_2) &= 20 - q_1 - 0,5q_2 \\ P_2(q_1, q_2) &= 20 - q_2 - 0,5q_1 \end{aligned}$$

Question (5 points) : Déterminer l'équilibre de Cournot (prix d'équilibre, quantités produites et profits) de cette industrie.

2 Concurrence en prix avec contraintes de capacité (6 points)

Deux firmes, 1 et 2, vendant un bien homogène se livrent une concurrence en prix. Les firmes ne peuvent pas produire plus que leurs capacités, respectivement, égales à $\overline{q}_1$ et $\overline{q}_2$. Le coût marginal des firmes est égal à 20.

La demande est composée de 200 consommateurs achetant au plus une unité du bien. Ces consommateurs sont tous identiques et ils ont un prix de réserve égal à 100.

Question 1 (3 points) : Calculer l'équilibre (ou les équilibres) de Stackelberg, lorsque la firme 1 est leader et que $\overline{q}_1 = 80$ et $\overline{q}_2 = 180$.

Question 2 (3 points) : La firme 1 envisage d'acheter à la firme 2 l'une de ses usines dont la capacité de production est égale à 60. Combien la firme 1 est-elle prête à payer au maximum pour obtenir cette usine ? Combien la firme 2 souhaite t'elle obtenir au minimum pour accepter de céder cette usine ? **Commenter**.

3 Hotelling (4 points)

Les consommateurs sont répartis uniformément sur l'intervalle $[0, 1]$. L'utilité d'un consommateur x lorsqu'il consomme une unité de bien achetée à la firme i, localisée au point x_i, est égale à :

$$U = 20 - (x - x_i)^2 - p_i$$

Deux firmes, situées en $x_1 = 0$ et $x_2 = 1$, se livrent une concurrence en prix. Le coût marginal des firmes est normalisé à 0.

Question (4 points) : Calculer les prix d'équilibre de ce jeu. Calculer les parts de marché des firmes et leurs profits.

4 Concurrence en prix et entrée (6 points)

Deux entrepreneurs potentiels considèrent la possibilité d'entrer dans une nouvelle industrie. Le coût fixe d'entrée est égal à 10. Une fois ce coût fixe payé, un entrepreneur dispose d'une usine lui permettant de produire le bien avec un coût unitaire constant $c = 1$. La fonction de demande sur ce marché est égale à $Q(p) = 100 - p$.

Question 1 (2 points) : Déterminer l'équilibre de Nash parfait du jeu suivant, comprenant 3 étapes. Etape 1 : l'entrepreneur 1 décide d'entrer ou non dans cette industrie. Etape 2 : l'entrepreneur 2 observe le choix de 1 et décide d'entrer ou non dans cette industrie. Etape 3 : les firmes existantes choisissent simultanément leur prix de vente.

Question 2 (4 points) : Déterminer les trois équilibres de Nash parfaits du jeu suivant, comprenant 2 étapes. Etape 1 : les deux entrepreneurs décident simultanément d'entrer ou non dans cette industrie. Etape 2 : les firmes existantes choisissent simultanément leur prix de vente.

5 Eléments de correction

5.1 Concurrence en quantités (5 points)

Question (5 points) : Profit de la firme 1 :

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= P_1(q_1,q_2)\,q_1 - q_1^2 = (20 - q_1 - 0,5q_2)\,q_1 - q_1^2 = (20-0,5q_2)\,q_1 - 2q_1^2 \\
\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} &= 0 \Leftrightarrow 20 - 0,5q_2 - 4q_1 = 0 \Leftrightarrow 4q_1 = 20 - 0,5q_2
\end{aligned}$$

De façon analogue, on a :

$$4q_2 = 20 - 0,5q_1$$

Quantités d'équilibre :

$$\left\{\begin{array}{c} 4q_1 = 20-0,5q_2 \\ 4q_2 = 20 - 0,5q_1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 8q_1 = 40 - q_2 \\ \frac{1}{2}q_1 = 20 - 4q_2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 320 - 64q_2 = 40 - q_2 \\ q_1 = 40 - 8q_2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 280 = 63q_2 \\ q_1 = 40 - 8q_2 \end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} q_2 = \frac{40}{9} \\ q_1 = 40 - 8\frac{40}{9} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} q_2 = \frac{40}{9} \\ q_1 = 40\left(\frac{9}{9} - \frac{8}{9}\right) \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} q_2 = \frac{40}{9} \simeq 4,44 \\ q_1 = \frac{40}{9} \simeq 4,44 \end{array}\right\}$$

Prix d'équilibre :

$$p_1 = 20 - q_1 - 0,5q_2 = 20 - \frac{40}{9} - 0,5 \times \frac{40}{9} = \frac{180-40-20}{9} = \frac{120}{9} = \frac{40}{3} = p_2 \simeq 13,33$$

Profits :

$$\pi_2 = \pi_1 = p_1 q_1 - q_1^2 = (p_1 - q_1)\,q_1 = \left(\frac{40}{3} - \frac{40}{9}\right)\frac{40}{9} = \frac{120-40}{9} \times \frac{40}{9} = \frac{3200}{81} \simeq 39,51$$

5.2 Concurrence en prix avec contraintes de capacité (6 points)

Question 1 (3 points) : Fonction de réaction de la firme 2 :

Si la firme 2 fixe un prix supérieur ou égal à la firme 1, elle vend 120 unités et obtient un profit égal à $120\,(p_2 - 20)$. Dans ce cas, elle a intérêt à choisir $p_2 = 100$. Si la firme 2 fixe un prix légèrement inférieur à la firme 1, elle vend 180 unités et obtient un profit égal à $180\,(p_2 - 20)$. La première stratégie est préférable à la seconde si :

$$120\,(100-20) \geq 180\,(p_1 - 20) \Leftrightarrow 160 \geq 3\,(p_1 - 20) \Leftrightarrow \frac{160}{3} + \frac{60}{3} \geq p_1 \Leftrightarrow \frac{220}{3} \geq p_1$$

D'où la fonction de meilleure réponse de la firme 2 au prix fixé par la firme 1 :

$$p_2(p_1) = \left\{\begin{array}{ccc} 100 & \text{si} & p_1 > 100 \\ p_1 - \varepsilon & \text{si} & 100 \geq p_1 > \frac{220}{3} \simeq 73,33 \\ 100 & \text{si} & \frac{220}{3} \geq p_1 \end{array}\right.$$

La firme 1 doit choisir entre deux stratégies. Elle peut fixer un prix égal à 100 et accepter que la firme 2 fixe un prix inférieur. Dans ce cas, elle ne vendra que 20 unités et obtiendra un profit égal à : $20 \times (100 - 20) = 1600$. Alternativement, elle peut fixer un prix égal à $\frac{220}{3}$. Dans ce second cas, la firme 2 ne choisira pas un prix plus faible et la firme 1 pourra vendre 80 unités. Le profit de la firme 1 sera égal à : $80 \times \left(\frac{220}{3} - 20\right) \simeq 4266,67$.

L'équilibre est donc le suivant : $p_1 = 73,33$ et $p_2 = 100$, $q_1 = 80$ et $q_2 = 120$, $\pi_1 = 4266,67$ et $\pi_2 = 120 \times 80 = 9600$.

Question 2 (3 points) : Si la transaction a lieu, les capacités des firmes seront égales à $\overline{q}_1 = 140$ et $\overline{q}_2 = 120$.

Fonction de réaction de la firme 2 :

Si la firme 2 fixe un prix supérieur à la firme 1, elle vend 60 unités et obtient un profit égal à $60\,(p_2 - 20)$. Dans ce cas, elle a intérêt à choisir $p_2 = 100$. Si la firme 2 fixe un prix légèrement inférieur à la firme 1, elle vend 120 unités et obtient un profit égal à $120\,(p_2 - 20)$. La firme 2 peut aussi fixer le même prix que la firme 1. Elle vend alors 100 unités et obtient un profit égal à $100\,(p_2 - 20)$. La première stratégie est préférable à la deuxième si :

$$60\,(100 - 20) \geq 120\,(p_1 - 20) \Leftrightarrow 80 \geq 2\,(p_1 - 20) \Leftrightarrow 60 \geq p_1$$

D'où la fonction de meilleure réponse de la firme 2 au prix fixé par la firme 1 :

$$p_2\,(p_1) = \begin{cases} 100 & \text{si} \quad p_1 > 100 \\ p_1 - \varepsilon & \text{si} \quad 100 \geq p_1 > 60 \\ 100 & \text{si} \quad 60 \geq p_1 \end{cases}$$

La firme 1 doit choisir entre deux stratégies. Elle peut fixer un prix égal à 100 et accepter que la firme 2 fixe un prix inférieur. Dans ce cas, elle ne vendra que 80 unités et obtiendra un profit égal à : $80 \times (100 - 20) = 6400$. Alternativement, elle peut fixer un prix égal à 60. Dans ce second cas, la firme 2 ne choisira pas un prix plus faible et la firme 1 pourra vendre 140 unités. Le profit de la firme 1 sera égal à : $140 \times (60 - 20) = 5600$.

L'équilibre est donc le suivant : $p_1 = 100$ et $p_2 = 100 - \varepsilon$, $q_1 = 80$ et $q_2 = 120$, $\pi_1 = 6400$ et $\pi_2 = 120 \times (100 - 20) = 9600$.

Le profit de la firme 2 est identique à celui obtenu dans la question précédente. La firme 2 est prête à céder son usine pour n'importe quel prix positif.

Le profit de la firme 1 augmente de $6400 - 4266,67 = 2133,33$ en cas d'acquisition de l'usine de la firme 2. Cette augmentation de profit est le prix maximum que la firme 1 est prête à payer pour une usine ayant une capacité de production de 60.

La transaction va donc avoir lieu pour un prix appartenant à l'intervalle $[0; 2133, 33]$. Les quantités produites par les deux firmes sont exactement les mêmes dans les deux cas. La transaction porte donc sur des capacités de production qui sont, et qui resteront, inutilisées. Cependant, cette transaction permet une augmentation des prix et des profits. Il est préférable pour les firmes que les capacités excédentaires soient détenues par le leader plutôt que par le suiveur.

5.3 Hotelling (4 points)

Question (4 points) : On recherche le consommateur marginal :

$$20 - (\widetilde{x} - x_1)^2 - p_1 = 20 - (\widetilde{x} - x_2)^2 - p_2 \Leftrightarrow -\widetilde{x}^2 - p_1 = -(1-\widetilde{x})^2 - p_2 \Leftrightarrow -\widetilde{x}^2 - p_1 = -\left(1 - 2\widetilde{x} + \widetilde{x}^2\right) - p_2$$

$$\Leftrightarrow -\widetilde{x}^2 - p_1 = -1 + 2\widetilde{x} - \widetilde{x}^2 - p_2 \Leftrightarrow 1 + p_2 - p_1 = 2\widetilde{x} \Leftrightarrow \widetilde{x} = \frac{1 + p_2 - p_1}{2}$$

Les demandes des firmes sont égales à :

$$\begin{aligned} D_1(p_1, p_2, x_1, x_2) &= \widetilde{x} = \frac{1 + p_2 - p_1}{2} \\ D_2(p_1, p_2, x_1, x_2) &= 1 - \widetilde{x} = 1 - \frac{1 + p_2 - p_1}{2} = \frac{1 + p_1 - p_2}{2} \end{aligned}$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 1 : Le profit de la firme 1 est égal à :

$$\pi_1 = p_1 D_1(p_1, p_2, x_1, x_2) = p_1 \frac{1 + p_2 - p_1}{2}$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1 + p_2 - p_1}{2} - \frac{1}{2} p_1 = 0 \Leftrightarrow p_1 = \frac{1}{2}(1 + p_2)$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 2 : Le profit de la firme 2 est égal à :

$$\pi_2 = p_2 D_2(p_1, p_2, x_1, x_2) = p_2 \frac{1 + p_1 - p_2}{2}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1 + p_1 - p_2}{2} - \frac{1}{2} p_2 = 0 \Leftrightarrow p_2 = \frac{1}{2}(1 + p_1)$$

Equilibre en prix :

$$\left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2}(1 + p_2) \\ p_2 = \frac{1}{2}(1 + p_1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2}(1 + p_2) \\ 2p_2 = 1 + \frac{1}{2}(1 + p_2) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2}(1 + p_2) \\ \frac{3}{2} p_2 = 1 + \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 = 1 \\ p_2 = 1 \end{array} \right\}$$

L'adresse du consommateur marginal est :

$$\widetilde{x} = \frac{1 + p_2 - p_1}{2} = \frac{1 + 1 - 1}{2} = \frac{1}{2}$$

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\pi_1 = p_1 \widetilde{x} = \frac{1}{2} \qquad \text{et} \qquad \pi_2 = p_2 (1 - \widetilde{x}) = \frac{1}{2}$$

5.4 Concurrence en prix et entrée (6 points)

On commence par s'intéresser à la dernière étape, qui est identique pour les deux questions.

Si les deux firmes sont entrées, on a $p_1 = p_2 = c$ et $\pi_1 = \pi_2 = 0 - 10$.

Si une seule firme est entrée, elle se comporte comme un monopole.

$$\begin{aligned}
\pi_i &= (p-c)(100-p) - 10 \\
\frac{\partial \pi_i}{\partial p} &= 0 \Leftrightarrow 100 - 2p + c = 0 \Leftrightarrow p = \frac{100+c}{2} = \frac{101}{2} = 50,5 \\
\pi_i &= \left(\frac{101}{2} - c\right)\left(100 - \frac{101}{2}\right) - 10 = \left(\frac{100-c}{2}\right)\left(\frac{100-c}{2}\right) - 10 = \frac{99^2}{4} - 10 = 2440,25
\end{aligned}$$

Question 1 (2 points) : La firme 1 choisit d'entrer. La firme 2 n'entre pas. $p_1 = \frac{101}{2}$, $\pi_1 = 2440,25$ et $\pi_2 = 0$.

Question 2 (4 points) : On a deux équilibres en stratégies pures et un équilibre en stratégies mixtes.

Equilibre 1 : La firme 1 choisit d'entrer. La firme 2 n'entre pas. $p_1 = \frac{101}{2}$, $\pi_1 = 2440,25$ et $\pi_2 = 0$.

Equilibre 2 : La firme 2 choisit d'entrer. La firme 1 n'entre pas. $p_2 = \frac{101}{2}$, $\pi_2 = 2440,25$ et $\pi_1 = 0$.

Equilibre 3 (en stratégies mixtes) : Chacune des firmes entre avec la probabilité q.

Pour que les firmes acceptent de tirer au sort leur décision d'entrer, il faut que leur espérance de gain lorsqu'elles entrent soit égale à leur espérance de gain si elles n'entrent pas. On doit donc avoir :

$$q \times (-10) + (1-q) \times 2440,25 = 0 \Leftrightarrow 10q + 2440,25q = 2440,25 \Leftrightarrow q = \frac{2440,25}{10 + 2440,25} \simeq 0,9959$$