M1 Economie : "colle" d'économie industrielle

Armel JACQUES*

22 novembre 2013

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, **les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits**.

1 Concurrence à la Cournot (5 points)

On considère une industrie comprenant 2 firmes. Les fonctions de coût des firmes sont respectivement égales à :

$$C_1(q_1) = q_1^2 \qquad \text{et} \qquad C_2(q_2) = \frac{1}{4}q_2^2$$

La fonction de demande inverse est égale à :

$$P(Q) = A - Q \qquad \text{avec} \quad Q = \sum_{i=1}^{2} q_i$$

Question 1 (4 points) : Déterminer l'équilibre de Cournot (prix d'équilibre et quantités produites) de cette industrie.

Question 2 (1 point) : Cet équilibre est-il optimal au sens de Pareto ?

2 Hotelling (5 points)

Les consommateurs sont répartis uniformément sur l'intervalle $[0,1]$. L'utilité d'un consommateur x lorsqu'il consomme une unité de bien achetée à la firme i, localisée au point x_i, est égale à :

$$U = 30 - |x - x_i| - p_i$$

*CEMOI, Université de La Réunion, Faculté de Droit et d'Economie, 15, avenue René Cassin, 97715 Saint-Denis messag cedex 9. Email : Armel.Jacques@univ-reunion.fr.

Deux firmes, situées en $x_1 = \frac{1}{6}$ et $x_2 = \frac{5}{6}$, se livrent une concurrence en prix. Le coût marginal des deux firmes est constant et normalisé à 0.

Question 3 (5 points) : Calculer les prix d'équilibre de ce jeu. Calculer les parts de marché des firmes et leurs profits.

3 Ville circulaire (4 points)

On considère une ville circulaire de périmètre égal à 1. Les consommateurs sont répartis uniformément sur ce cercle avec une densité égale à 1. Tous les déplacements se font le long du cercle. Les consommateurs souhaitent acheter au plus une unité du bien. Ils ont un coût de transport linéaire : $t \times$distance. Ils retirent de la consommation du bien un surplus brut égal à $\overline{s}$ (qu'on suppose suffisamment élevé pour que les consommateurs aient toujours intérêt à acheter).

Deux firmes sont déjà présentes sur ce cercle. Elles sont localisées en 0 et $\frac{2}{3}$. Une troisième firme peut potentiellement entrer sur ce marché.

Le jeu se décompose en deux étapes. Lors de la première, l'entrant potentiel décide de payer ou non le coût fixe F pour entrer sur ce marché. S'il entre, il est automatiquement localisé en $\frac{1}{3}$. Lors de la seconde étape, les firmes choisissent simultanément leur prix de vente.

Le coût marginal de production des firmes est égal à c.

Question 4 (4 points) : Pour quelles valeurs de F la troisième firme choisit-elle d'entrer sur ce marché ?

4 Concurrence en prix avec contraintes de capacité (6 points)

Deux firmes, 1 et 2, vendant un bien homogène se livrent une concurrence en prix. Les firmes ne peuvent pas produire plus que leurs capacités, respectivement, égales à $\overline{q}_1$ et $\overline{q}_2$. Le coût marginal des firmes est supposé nul.

La demande est composée de 100 consommateurs achetant au plus une unité du bien. Ces consommateurs sont tous identiques et ils ont un prix de réserve égal à 80.

Question 5 (4 points) : Calculer l'équilibre (ou les équilibres) de Stackelberg, lorsque la firme 1 est leader et que $\overline{q}_1 = 50$ et $\overline{q}_2 = 60$.

Question 6 (2 points) : Combien la firme 1 serait-elle prête à payer pour construire une nouvelle usine et étendre sa capacité de production à $\overline{q}_1 = 70$?

5 Eléments de correction

5.1 Concurrence à la Cournot (5 points)

Question 1 (4 points) : On cherche la fonction de meilleure réponse de la firme 1 :

$$\pi_1 = (A - q_1 - q_2)\, q_1 - q_1^2$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow A - 2q_1 - q_2 - 2q_1 = 0 \Leftrightarrow 4q_1 = A - q_2 \Leftrightarrow q_1 = \frac{1}{4}(A - q_2)$$

Puis celle de la firme 2 :

$$\pi_2 = (A - q_1 - q_2)\, q_2 - \frac{1}{4} q_2^2$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 0 \Leftrightarrow A - q_1 - 2q_2 - \frac{1}{2} q_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2} q_2 = A - q_1 \Leftrightarrow q_2 = \frac{2}{5}(A - q_1)$$

On résoud le système :

$$\left\{ \begin{array}{c} 4q_1 = A - q_2 \\ q_2 = \frac{2}{5}(A - q_1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_2 = A - 4q_1 \\ A - 4q_1 = \frac{2}{5}(A - q_1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_2 = A - 4q_1 \\ \frac{3}{5}A = 4q_1 - \frac{2}{5}q_1 \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_2 = A - 4q_1 \\ \frac{3}{5}A = \frac{18}{5}q_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_2 = A - 4\frac{1}{6}A \\ q_1 = \frac{1}{6}A \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_2 = \frac{2}{6}A = \frac{1}{3}A \\ q_1 = \frac{1}{6}A \end{array} \right\}$$

Prix d'équilibre :

$$p = A - q_1 - q_2 = A - \frac{1}{6}A - \frac{2}{6}A = \frac{3}{6}A = \frac{1}{2}A$$

Question 2 (1 point) : Voir cours.

5.2 Hotelling (5 points)

Question 3 (5 points) : On recherche le consommateur marginal :

$$30 - |\widetilde{x} - x_1| - p_1 = 30 - |\widetilde{x} - x_2| - p_2 \Leftrightarrow -(\widetilde{x} - x_1) - p_1 = -(x_2 - \widetilde{x}) - p_2$$

$$\Leftrightarrow p_2 - p_1 + x_2 + x_1 = 2\widetilde{x} \Leftrightarrow \widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1)$$

Les demandes des firmes sont égales à :

$$\begin{aligned} D_1(p_1, p_2, x_1, x_2) &= \widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) \\ D_2(p_1, p_2, x_1, x_2) &= 1 - \widetilde{x} = 1 - \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) \end{aligned}$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 1 : Le profit de la firme 1 est égal à :

$$\pi_1 = p_1 D_1 (p_1, p_2, x_1, x_2) = p_1 \frac{1}{2} (p_2 - p_1 + x_2 + x_1)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} (p_2 - p_1 + x_2 + x_1) - \frac{1}{2} p_1 = 0 \Leftrightarrow p_1 = \frac{1}{2} (p_2 + x_2 + x_1)$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 2 : Le profit de la firme 2 est égal à :

$$\pi_2 = p_2 D_2 (p_1, p_2, x_1, x_2) = p_2 \left[1 - \frac{1}{2} (p_2 - p_1 + x_2 + x_1)\right]$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} (p_2 - p_1 + x_2 + x_1) - \frac{1}{2} p_2 = 0 \Leftrightarrow p_2 = 1 + \frac{1}{2} (p_1 - x_2 - x_1)$$

Equilibre en prix : D'après l'énoncé, on a : $x_1 = \frac{1}{6}$ et $x_2 = \frac{5}{6}$. D'où :

$$\left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2} (p_2 + x_2 + x_1) \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2} (p_1 - x_2 - x_1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2} \left(p_2 + \frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2} \left(p_1 - \frac{5}{6} - \frac{1}{6}\right) \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2} (p_2 + 1) \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2} (p_1 - 1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2p_1 - 1 = p_2 \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2} (p_1 - 1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2p_1 - 1 = p_2 \\ 2p_1 - 1 = 1 + \frac{1}{2} (p_1 - 1) \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2p_1 - 1 = p_2 \\ \frac{3}{2} p_1 = 2 - \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2p_1 - 1 = p_2 \\ \frac{3}{2} p_1 = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 1 \\ p_1 = 1 \end{array} \right\}$$

L'adresse du consommateur marginal est :

$$\widetilde{x} = \frac{1}{2} (p_2 - p_1 + x_2 + x_1) = \frac{1}{2} \left(1 - 1 + \frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

Les parts de marchés respectives des firmes sont donc : $\frac{1}{2}$ pour la firme 1 et $\frac{1}{2}$ pour la firme 2.

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\pi_1 = p_1 \widetilde{x} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \qquad \text{et} \qquad \pi_2 = p_2 (1 - \widetilde{x}) = 1 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

5.3 Ville circulaire (4 points)

Question 4 (4 points) : On calcule le profit réalisé par la firme si elle entre sur ce marché. On commence par rechercher les prix d'équilibre. On recherche un équilibre symétrique.

Supposons que la firme i choisisse le prix p_i. Un consommateur localisé à la distance $x \in [0; 1/3]$ de la firme i est indifférent entre acheter à la firme i et acheter au voisin le plus proche de i si :

$$\overline{s} - p_i - tx = \overline{s} - p - t \left(\frac{1}{3} - x\right) \Leftrightarrow p_i + tx = p + t \left(\frac{1}{3} - x\right) \Leftrightarrow 2tx = p - p_i + \frac{1}{3} t$$

La demande qui s'adresse à la firme i est donc égale à :

$$D_i\left(p_i, p\right) = 2x = \frac{p - p_i + t/3}{t}$$

La fonction de profit de la firme i est donc :

$$\pi_i\left(p_i\right) = \left(p_i - c\right)\frac{p - p_i + t/3}{t} - F$$

En dérivant, on obtient :

$$\frac{\partial \pi_i\left(p_i\right)}{\partial p_i} = \frac{p + t/3 - p_i}{t} + \left(p_i - c\right)\frac{-1}{t} = \frac{p + t/3 - 2p_i + c}{t}$$

$$\frac{\partial \pi_i\left(p_i\right)}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{p + t/3 - 2p_i + c}{t} = 0 \Leftrightarrow p_i = \frac{1}{2}\left(p + t/3 + c\right)$$

En posant $p_i = p$, on obtient :

$$p = \frac{1}{2}\left(p + \frac{t}{3} + c\right) \Leftrightarrow p = c + \frac{t}{3}$$

$$\pi = \left(p - c\right)\frac{1}{n} - F = \frac{t}{3}\frac{1}{3} - F = \frac{t}{9} - F$$

La firme décide d'entrer sur le marché pour les valeurs de F inférieures ou égales à $\frac{t}{9}$.

5.4 Concurrence en prix avec contraintes de capacité (6 points)

Question 5 (4 points) : On commence par calculer la fonction de meilleure réponse de la firme 2. Face à un prix p_1, la firme 2 a deux possibilités : choisir $p_2 = p_1 - \varepsilon$ et vendre les 60 unités qu'elle est capable de produire ou fixer $p_2 = 80$ et se contenter de ne vendre que 50 unités $(100 - \overline{q}_1)$. La première stratégie procure un profit égal à $60p_2$; la seconde donne un profit égal à 4000.

La première stratégie est préférée à la seconde si et seulement si :

$$60p_2 \geq 4000 \Leftrightarrow p_2 \geq \frac{4000}{60} = \frac{200}{3} \simeq 66,67$$

On a donc la fonction de meilleure réponse suivante :

$$p_2\left(p_1\right) = \begin{cases} 80 & \text{si} \quad p_1 > 80 \\ p_1 - \varepsilon & \text{si} \quad 80 > p_1 \geq 66,67 \\ 80 & \text{si} \quad p_1 < 66,67 \end{cases}$$

Anticipant cette fonction de réaction de la firme 2, la firme 1 doit choisir entre les deux stratégies suivantes :

- fixer $p_1 = 80$. La firme 2 choisira un prix plus faible. La firme 1 ne vendra que 40 unités. Son profit sera égal à 3200.

- fixer $p_1 = \frac{200}{3}$. La firme 2 choisira un prix plus élevé et la firme 1 pourra vendre les 50 unités qu'elle est capable de produire. Son profit sera égal à $\frac{200}{3} \times 50 = \frac{10000}{3} \simeq 3333,33$.

La seconde stratégie génère un profit plus élevé. C'est donc celle qui est choisie par la firme 1.

Ce qui donne l'équilibre suivant : $p_1 = \frac{200}{3}$ et $p_2 = 80$. On a alors $\pi_1 \simeq 3333$ et $\pi_2 = 4000$.

Question 6 (2 points) : On calcule l'équilibre qui émergerait si la firme choisissait d'étendre sa capacité de production à $\overline{q}_1 = 70$.

On commence par calculer la fonction de meilleure réponse de la firme 2. Face à un prix p_1, la firme 2 a deux possibilités : choisir $p_2 = p_1 - \varepsilon$ et vendre les 60 unités qu'elle est capable de produire ou fixer $p_2 = 80$ et se contenter de ne vendre que 30 unités $(100 - \overline{q}_1)$. La première stratégie procure un profit égal à $60p_2$; la seconde donne un profit égal à 2400.

La première stratégie est préférée à la seconde si et seulement si :

$$60p_2 \geq 2400 \Leftrightarrow p_2 \geq \frac{2400}{60} = 40$$

On a donc la fonction de meilleure réponse suivante :

$$p_2(p_1) = \begin{cases} 80 & \text{si} \quad p_1 > 80 \\ p_1 - \varepsilon & \text{si} \quad 80 > p_1 \geq 40 \\ 80 & \text{si} \quad p_1 < 40 \end{cases}$$

Anticipant cette fonction de réaction de la firme 2, la firme 1 doit choisir entre les deux stratégies suivantes :

- fixer $p_1 = 80$. La firme 2 choisira un prix plus faible. La firme 1 ne vendra que 40 unités. Son profit sera égal à 3200.

- fixer $p_1 = 40$. La firme 2 choisira un prix plus élevé et la firme 1 pourra vendre les 70 unités qu'elle est capable de produire. Son profit sera égal à $40 \times 70 = 2800$.

La première stratégie génère un profit plus élevé. C'est donc celle qui serait choisie par la firme 1. Le profit correspondant est cependant plus faible que celui obtenu à la question précédente. La firme 1 préfère conserver une capacité $\overline{q}_1 = 50$ à l'accroître à $\overline{q}_1 = 70$. Elle n'est pas prête à payer pour étendre sa capacité (et serait même prête à payer jusqu'à 133 pour ne pas avoir à le faire).