# M1 Economie : "colle" d'économie industrielle

Armel JACQUES*

13 novembre 2012

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, **les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits**.

## 1 Concurrence à la Cournot

On considère une industrie comprenant $n$ firmes. La fonction de coût de la firme $i$ est égale à :

$$C(q_i, k_i) = cq_i + \frac{1}{2k_i} q_i^2$$

où $q_i$ est la quantité produite par la firme et $k_i$ est le stock de capital de l'entreprise $i$ (ce stock est considéré comme exogène).

La fonction de demande inverse est égale à :

$$P(Q) = A - Q \qquad \text{avec} \quad Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$$

**Question 1 (5 points) :** On suppose que toutes les firmes disposent du même stock de capital $k_i = k = \frac{1}{n}$. Déterminer l'équilibre de Cournot (prix d'équilibre et quantités produites) de ce marché.

**Question 2 (1 point) :** Cet équilibre est-il optimal au sens de Pareto ?

## 2 Concurrence en prix avec biens différenciés

Deux firmes, 1 et 2, produisant des biens différenciés se livrent une concurrence en prix. Le coût marginal des firmes est constant et normalisé à 0.

*CEMOI, Université de La Réunion, Faculté de Droit et d'Economie, 15, avenue René Cassin, 97715 Saint-Denis messag cedex 9. Email : Armel.Jacques@univ-reunion.fr.

Les demandes pour chacun des produits sont égales à :

$$q_1(p_1, p_2) = 100 - 2p_1 + p_2 \qquad \text{et} \qquad q_2(p_1, p_2) = 100 - 2p_2 + p_1$$

**Question 3 (3 points) :** Calculer l'équilibre de Nash de ce jeu, lorsque les firmes choisissent leurs prix simultanément.

**Question 4 (3 points) :** Calculer l'équilibre de Nash de ce jeu, lorsque la firme 1 choisit son prix la première et que la firme 2 choisit son prix après avoir observé le prix choisi par la firme 1.

**Question 5 (2 points) :** Comparer les équilibres obtenus aux deux questions précédentes.

# 3 Ville circulaire

On considère une ville circulaire de périmètre égal à 1. Les consommateurs sont répartis uniformément sur ce cercle avec une densité égale à 1. Tous les déplacements se font le long du cercle. Les consommateurs souhaitent acheter au plus une unité du bien. Ils ont un coût de transport linéaire : $t\times$distance. Ils retirent de la consommation du bien un surplus brut égal à $\overline{s}$ (qu'on suppose suffisamment élevé pour que les consommateurs aient toujours intérêt à acheter).

Trois firmes sont déjà présentes sur ce cercle. Elles sont localisées en 0, $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$. Une quatrième firme peut potentiellement entrer sur ce marché.

Le jeu se décompose en deux étapes. Lors de la première, l'entrant potentiel décide de payer ou non le coût fixe $F$ pour entrer sur ce marché. S'il entre, il est automatiquement localisé en $\frac{1}{4}$. Lors de la seconde étape, les firmes choisissent simultanément leur prix de vente.

Le coût marginal de production des firmes est égal à $c$.

**Question 6 (3 points) :** Pour quelles valeurs de $F$ la quatrième firme choisit-elle d'entrer sur ce marché ?

**Question 7 (2 points) :** Pour quelles valeurs de $F$ est-il socialement optimal que la quatrième firme entre sur ce marché ?

**Question 8 (2 points) :** Comparer les deux valeurs. Commenter.

# 4 Eléments de correction

## 4.1 Cournot

**Question 1 (5 points) :** Fonction de profit d'une firme :

$$\pi_i\left(q_i, Q_{-i}\right) = P\left(q_i, Q_{-i}\right) q_i - C(q_i, k_i) = \left(A - q_i - Q_{-i}\right) q_i - cq_i - \frac{1}{2k_i} q_i^2$$

Fonction de meilleure réponse de la firme $i$ :

$$\frac{\partial \pi_i\left(q_i, Q_{-i}\right)}{\partial q_i} = 0 \Leftrightarrow A - 2q_i - Q_{-i} - c - \frac{1}{k_i} q_i = 0 \Leftrightarrow 2q_i + \frac{1}{k_i} q_i = A - Q_{-i} - c$$
$$\Leftrightarrow q_i\left(Q_{-i}\right) = \frac{A - Q_{-i} - c}{2 + \frac{1}{k_i}}$$

Comme toutes les firmes ont le même stock de capital $k_i = k$, on recherche un équilibre symétrique : $Q_{-i} = (n-1)\, q_i$.

La condition d'ordre 1 de la maximisation du profit des firmes dévient :

$$A - 2q_i - Q_{-i} - c - \frac{1}{k_i} q_i = 0 \Leftrightarrow A - 2q - (n-1)\, q - c - \frac{1}{k} q = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(n + 1 + \frac{1}{k}\right) q = A - c \Leftrightarrow q = \frac{A - c}{n + 1 + \frac{1}{k}} \Leftrightarrow q = \frac{A - c}{2n + 1}$$

Prix d'équilibre :

$$\begin{aligned} P\left(Q\right) &= A - Q = A - n\frac{A-c}{n+1+\frac{1}{k}} = \frac{n+1+\frac{1}{k}}{n+1+\frac{1}{k}} A - n\frac{A-c}{n+1+\frac{1}{k}} = \frac{\left(1+\frac{1}{k}\right) A + nc}{n+1+\frac{1}{k}} = \frac{\left(n+1\right) A + nc}{2n+1} \\ &= \frac{\left(1+\frac{1}{k}\right) A + nc}{n+1+\frac{1}{k}} - c + c = \frac{\left(1+\frac{1}{k}\right) A + nc}{n+1+\frac{1}{k}} - \frac{n+1+\frac{1}{k}}{n+1+\frac{1}{k}} c + c = c + \frac{\left(n+1\right)\left(A-c\right)}{2n+1} \end{aligned}$$

Profit d'une firme :

$$\begin{aligned} \pi &= pq - C\left(q\right) = \left[c + \frac{\left(1+\frac{1}{k}\right)\left(A-c\right)}{n+1+\frac{1}{k}}\right] \frac{A-c}{n+1+\frac{1}{k}} - c\frac{A-c}{n+1+\frac{1}{k}} - \frac{1}{2k}\left(\frac{A-c}{n+1+\frac{1}{k}}\right)^2 \\ &= \frac{\left(1+\frac{1}{k}\right)\left(A-c\right)}{n+1+\frac{1}{k}} \frac{A-c}{n+1+\frac{1}{k}} - \frac{1}{2k}\left(\frac{A-c}{n+1+\frac{1}{k}}\right)^2 \\ &= \left(1 + \frac{1}{k} - \frac{1}{2k}\right)\left(\frac{A-c}{n+1+\frac{1}{k}}\right)^2 = \left(\frac{2k+2-1}{2k}\right)\left(\frac{A-c}{n+1+\frac{1}{k}}\right)^2 = \frac{2k+1}{2k}\left(\frac{A-c}{n+1+\frac{1}{k}}\right)^2 \\ &= \frac{2\frac{1}{n}+1}{2\frac{1}{n}}\left(\frac{A-c}{n+1+n}\right)^2 = \frac{n+2}{2}\left(\frac{A-c}{2n+1}\right)^2 \end{aligned}$$

**Question 2 (1 point) :** Ce n'est pas un optimum de Pareto. Le prix d'équilibre est supérieur au coût marginal des firmes. La quantité produite est inférieure à celle socialement optimale.

## 4.2 Concurrence en prix avec biens différenciés

**Question 3 :** On recherche la fonction de meilleure réponse de la firme 2.

Fonction de profit de la firme 2 :

$$\pi_2(p_1, p_2) = p_2 q_2(p_1, p_2) = p_2(100 - 2p_2 + p_1)$$

On dérive et on égalise à 0 :

$$\frac{\partial \pi_2(p_1, p_2)}{\partial p_2} = 0 \Leftrightarrow 100 - 2p_2 + p_1 - 2p_2 = 0 \Leftrightarrow 4p_2 = 100 + p_1 \Leftrightarrow p_2 = 25 + \frac{p_1}{4}$$

De façon analogue, la fonction de meilleure réponse de la firme 1 est égale à :

$$p_1 = 25 + \frac{p_2}{4}$$

Pour trouver l'équilibre, on doit résoudre le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{c} p_2 = 25 + \frac{p_1}{4} \\ p_1 = 25 + \frac{p_2}{4} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 4p_2 = 100 + p_1 \\ 4p_1 = 100 + p_2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 4(p_2 - p_1) = p_1 - p_2 \\ 4p_1 = 100 + p_2 \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 5(p_2 - p_1) = 0 \\ 4p_1 = 100 + p_2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = p_1 \\ 3p_1 = 100 \end{array} \right\} \Leftrightarrow p_1 = p_2 = \frac{100}{3} \simeq 33,33$$

Quantité produite par chacune des firmes :

$$q_2 = q_1 = 100 - 2p_2 + p_1 = 100 - 2\frac{100}{3} + \frac{100}{3} = 3\frac{100}{3} - \frac{100}{3} = \frac{200}{3} \simeq 66,66$$

Profits des firmes :

$$\pi_1 = \pi_2 = p_2 q_2 = \frac{100}{3}\frac{200}{3} = \frac{20.000}{9} \simeq 2222,22$$

**Question 4 : Etape 2 :** La fonction de meilleure réponse de la firme 2 est égale à :

$$p_2 = 25 + \frac{p_1}{4}$$

**Etape 1 :** On reporte la fonction de meilleure réponse de la firme 2 dans la fonction de profit de la firme 1 :

$$\pi_1(p_1, p_2) = p_1 q_1(p_1, p_2) = p_1(100 - 2p_1 + p_2(p_1)) = p_1\left(100 - 2p_1 + 25 + \frac{p_1}{4}\right) = p_1\left(125 - \frac{7}{4}p_1\right)$$

On dérive et on égalise à 0 :

$$\frac{\partial \pi_1(p_1, p_2)}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow 125 - \frac{7}{4}p_1 - \frac{7}{4}p_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{2}p_1 = 125 \Leftrightarrow p_1 = \frac{250}{7} \simeq 35,71$$

**Résultats :** On reporte la valeur de $p_1$ dans la fonction de meilleure réponse de la firme 2. On obtient :

$$p_2 = 25 + \frac{p_1}{4} = \frac{175}{7} + \frac{1}{4}\frac{250}{7} = \frac{350}{14} + \frac{125}{14} = \frac{475}{14} \simeq 33,93$$

Quantités :

$$\begin{aligned} q_1 &= 100 - 2p_1 + p_2 = 100 - 2 \times \frac{250}{7} + \frac{475}{14} = \frac{1400 - 1000 + 475}{14} = \frac{875}{14} = 62,5 \\ q_2 &= 100 - 2p_2 + p_1 = 100 - 2 \times \frac{475}{14} + \frac{250}{7} = \frac{1400 - 950 + 500}{14} = \frac{950}{14} \simeq 67,86 \end{aligned}$$

Profits :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= p_1 q_1 = \frac{250}{7} \times \frac{875}{14} \simeq 2232,14 \\ \pi_2 &= p_2 q_2 = \frac{475}{14} \times \frac{950}{14} \simeq 2302,30 \end{aligned}$$

**Question 5 :** La firme 1 peut utiliser sa position de leader pour influencer le comportement de la firme 2. Elle souhaite inciter la firme 2 à augmenter son prix. Comme les prix sont des compléments stratégiques, la firme 1 doit augmenter son prix pour inciter la firme 2 à augmenter le sien.

C'est effectivement ce que l'on constate. La firme 1 augmente son prix (par rapport à l'équilibre du jeu simultané). La firme 2 réagit en augmentant aussi son prix, mais d'un montant moindre ($\frac{dp_2(p_1)}{dp_1} = \frac{1}{4}$). La firme 2 augmente sa part de marché. La firme 1 perd une partie de sa part de marché, mais l'augmentation de son prix est suffisamment importante pour dominer la réduction de sa part de marché et son profit augmente. Le profit de la firme 2 augmente sans ambiguité, elle vend plus à un prix plus élevé.

Le surplus des consommateurs diminue. Ils consomment moins que précédemment et ils doivent payer des prix plus élevés.

Le surplus social diminue. L'écart entre les prix des firmes et le coût marginal de production (égal à 0) a augmenté.

## 4.3 Ville circulaire

**Question 6 (3 points) :** On calcule le profit réalisé par la firme si elle entre sur ce marché. On commence par rechercher les prix d'équilibre. On recherche un équilibre symétrique.

Supposons que la firme $i$ choisisse le prix $p_i$. Un consommateur localisé à la distance $x \in [0; 1/4]$ de la firme $i$ est indifférent entre acheter à la firme $i$ et acheter au voisin le plus proche de $i$ si :

$$\overline{s} - p_i - tx = \overline{s} - p - t\left(\frac{1}{4} - x\right) \Leftrightarrow p_i + tx = p + t\left(\frac{1}{4} - x\right) \Leftrightarrow 2tx = p - p_i + \frac{1}{4}t$$

La demande qui s'adresse à la firme $i$ est donc égale à :

$$D_i(p_i, p) = 2x = \frac{p - p_i + t/4}{t}$$

La fonction de profit de la firme $i$ est donc :

$$\pi_i(p_i) = (p_i - c)\frac{p - p_i + t/4}{t} - F$$

En dérivant, on obtient :

$$\frac{\partial \pi_i(p_i)}{\partial p_i} = \frac{p + t/4 - p_i}{t} + (p_i - c)\frac{-1}{t} = \frac{p + t/4 - 2p_i + c}{t}$$

$$\frac{\partial \pi_i(p_i)}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{p + t/4 - 2p_i + c}{t} = 0 \Leftrightarrow p_i = \frac{1}{2}(p + t/4 + c)$$

En posant $p_i = p$, on obtient :

$$p = \frac{1}{2}\left(p + \frac{t}{4} + c\right) \Leftrightarrow p = c + \frac{t}{4}$$

$$\pi = (p - c)\frac{1}{n} - F = \frac{t}{4}\frac{1}{4} - F = \frac{t}{16} - F$$

La firme décide d'entrer sur le marché pour les valeurs de $F$ inférieures ou égales à $\frac{t}{16}$.

**Question 7 (2 points) :** L'entrée de la quatrième firme permet de faire baisser les prix. Cette baisse des prix n'a cependant pas d'impact sur le surplus social car la demande est inélastique. La baisse des prix entraîne donc uniquement un transfert des firmes vers les consommateurs.

L'entrée de la quatrième firme permet aussi de réduire la somme des coûts de transports dans l'économie. Les consommateurs situés dans l'intervalle $\left[0, \frac{1}{8}\right]$ s'adressaient initialement à la firme située en 0. Ils continuent de s'adresser à cette firme. Les consommateurs situés dans l'intervalle $\left[\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right]$ s'adressaient initialement à la firme située en 0. Ils s'adressent maintenant à la firme qui vient d'entrer. Les coûts de transports de ces consommateurs diminuent de :

$$\int_{1/8}^{1/4} tx dx - \int_{0}^{1/8} tx dx = \left[\frac{1}{2}tx^2\right]_{1/8}^{1/4} - \left[\frac{1}{2}tx^2\right]_{0}^{1/8} = \frac{1}{2}t\left\{\frac{1}{16} - \frac{1}{64} - \frac{1}{64} + 0\right\} = \frac{1}{2}t\frac{4-2}{64} = \frac{t}{64}$$

On obtient la même économie de coûts de transport pour les consommateurs situés dans l'intervalle $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{8}\right]$ : $\frac{t}{64}$.

La répartition des consommateurs situés dans l'intervalle $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ change aussi après l'entrée de la quatrième firme. En effet, après l'entrée, le marché est totalement symétrique et les trois firmes vont fixer le même prix. En revanche, avant l'entrée, la concurrence subie par la firme située en $\frac{3}{4}$ est plus forte que celle subie par les deux autres firmes. La firme située en $\frac{3}{4}$ fixe donc un prix plus faible et obtient une part de marché supérieure à la moitié de l'intervalle $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$. L'économie de coûts de transport est un peu longue à calculer car on va devoir calculer les prix d'équilibre avant l'entrée (donc dans une situation où le marché n'est pas symétrique). Cependant même sans calculs, on peut avancer que l'économie réalisée est plus faible que celle réalisée sur l'intervalle $\left[0, \frac{1}{2}\right]$. On note $\gamma$ l'économie réalisée sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$. On a $\gamma < \frac{t}{32}$.

L'entrée de la quatrième firme est socialement souhaitable si $F < \gamma + \frac{t}{64} + \frac{t}{64}$.

**Question 8 (2 points) :** La valeur seuil obtenue à la question 6 est supérieure à celle obtenue à la question 7. Les incitations à entrer de la quatrième firme sont supérieures à celles socialement optimales. Ce résultat est dû à l'effet dit de "détournement de commerce".