M1 Economie : "colle" d'économie industrielle

Armel JACQUES*

2 novembre 2011

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, **les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits**.

1 Concurrence à la Cournot

On considère une industrie où l'entrée est libre. Une firme, en payant un coût fixe $F = 1000$, peut construire une usine, qui lui permet de produire avec une fonction de coût $C(q_i) = 2q_i^2$. Les firmes ne sont pas autorisées à détenir plusieurs usines.

La fonction demande inverse est égale à : $P(Q) = 1000 - Q$.

Question 1 : Calculer l'équilibre de Cournot lorsque le nombre de firmes est égal à n.

Question 2 : Calculer le nombre de firmes à l'équilibre de long terme.

2 Concurrence en prix avec contraintes de capacités

Deux firmes, 1 et 2, produisent un bien homogène et se livrent une concurrence en prix. La firme 1 est présente sur ce marché depuis déjà longtemps et elle possède une capacité installée égale à $\overline{q}_1 = 100$. La firme 2 vient juste d'être créée et elle doit choisir sa capacité de production $\overline{q}_2$.

La demande est composée de 100 consommateurs achetant au plus une unité du bien. Ces consommateurs sont tous identiques et ils ont un prix de réserve égal à 100.

Le coût de production des firmes est supposé nul (pour alléger les calculs).

*CEMOI, Université de La Réunion, Faculté de Droit et d'Economie, 15, avenue René Cassin, 97715 Saint-Denis messag cedex 9. Email : Armel.Jacques@univ-reunion.fr.

Le jeu se décompose en trois étapes successives.

A l'étape 1, la firme 2 choisit sa capacité de production, ce qui génère un coût fixe égal à : $F(\overline{q}_2) = 10\overline{q}_2$.

A l'étape 2, la firme 2 choisit son prix de vente.

A l'étape 3, la firme 1 observe la capacité et le prix choisis par la firme 2 et choisit son prix de vente.

Question 3 : Calculer l'équilibre de ce jeu (capacité choisie, prix des deux firmes, quantités vendues et profits des firmes).

3 Ville circulaire

On s'intéresse au nombre de firmes choisissant d'entrer sur un marché représenté par un cercle.

Le jeu se décompose en deux étapes. Lors de la première, les entrants potentiels choisissent d'entrer ou non. On note n le nombre des firmes qui entrent. Ces firmes ne choisissent pas leur localisation ; elles sont localisées automatiquement à la même distance les unes des autres sur le cercle. Lors de la seconde étape, les entreprises se font concurrence en prix.

Chaque firme ne peut retenir qu'une seule localisation. Le coût fixe d'entrée se décompose en deux parties : un coût de construction d'une usine égal à f et un droit d'entrée payé à l'Etat τ. Le coût marginal de production est égal à c, que l'on normalise à 0 : $c = 0$.

Les consommateurs sont uniformément répartis sur un cercle dont le périmètre est égal à 1. La densité sur le cercle est égale à 1, et tous les déplacements se font le long du cercle. Les consommateurs souhaitent acheter une unité du bien. Ils ont un coût de transport linéaire : $t\times$distance. Ils retirent de la consommation du bien un surplus brut égal à $\overline{s}$ (qu'on suppose suffisamment élevé pour que les consommateurs aient toujours intérêt à acheter).

Question 4 : Calculer le nombre de firmes actives à l'équilibre de libre entrée en fonction de τ.

Question 5 : Calculer le nombre de firmes actives socialement optimal.

Question 6 : Quelle valeur de τ l'Etat doit-il choisir pour que le nombre de firmes dans l'équilibre de libre entrée coïncide avec le nombre de firmes socialement optimal ?

4 Eléments de correction

4.1 Cournot

Question 1 : Fonction de profit d'une firme :

$$\pi_i = (1000 - q_i - Q_{-i})\, q_i - 2q_i^2 - 1000$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 1000 - 2q_i - Q_{-i} - 4q_i = 0 \Leftrightarrow 6q_i = 1000 - Q_{-i}$$

On cherche un équilibre symétrique :

$$Q_{-i} = (n-1)\, q_i$$

D'où :

$$6q_i = 1000 - Q_{-i} \Leftrightarrow 6q_i = 1000 - (n-1)\, q_i \Leftrightarrow (n+5)\, q_i = 1000 \Leftrightarrow q_i = \frac{1000}{n+5}$$

Prix d'équilibre :

$$p = 1000 - Q = 1000 - n\frac{1000}{n+5} = \frac{n+5-n}{n+5} 1000 = \frac{5000}{n+5}$$

Profit d'une firme :

$$\begin{aligned} \pi &= pq_i - 2q_i^2 - 1000 = (p - 2q_i)\, q_i - 1000 \\ &= \left(\frac{5000}{n+5} - 2\frac{1000}{n+5}\right)\frac{1000}{n+5} - 1000 = \frac{3.000.000}{(n+5)^2} - 1000 \end{aligned}$$

Question 2 :

$$\begin{aligned} \pi &= 0 \Leftrightarrow \frac{3.000.000}{(n+5)^2} - 1000 = 0 \Leftrightarrow \frac{3.000.000}{(n+5)^2} = 1000 \Leftrightarrow 3000 = (n+5)^2 \\ &\Leftrightarrow 10\sqrt{30} = n+5 \Leftrightarrow n = 10\sqrt{30} - 5 \simeq 49,77 \end{aligned}$$

Il y a 49 firmes actives sur ce marché à l'équilibre de long terme.

4.2 Concurrence en prix avec contraintes de capacités

4.2.1 Etape 3 :

On commence par chercher la fonction de meilleure réponse de la firme 1. La firme 1 a le choix entre deux stratégies. Stratégie 1 : choisir un prix égal à 100 et vendre $100 - \overline{q}_2$ unités. Cette stratégie procure un profit égal à : $\pi_1^{s1} = 100 \times (100 - \overline{q}_2)$. Stratégie 2 : choisir un prix égal à $p_2 - \varepsilon$ et vendre 100 unités. Cette stratégie procure un profit égal à : $\pi_1^{s2} = 100p_2$. La firme 1 choisit la première stratégie si et seulement si :

$$\pi_1^{s1} \geq \pi_1^{s2} \Leftrightarrow 100 \times (100 - \overline{q}_2) \geq 100p_2 \Leftrightarrow 100 - \overline{q}_2 \geq p_2$$

La fonction de meilleure réponse de la firme 1 est la suivante :

$$p_1(p_2) = \begin{cases} 100 \quad \text{si} \quad p_2 > 100 \\ p_2 - \varepsilon \quad \text{si} \quad 100 - \overline{q}_2 < p_2 \leq 100 \\ 100 \quad \text{si} \quad p_2 \leq 100 - \overline{q}_2 \end{cases}$$

4.2.2 Etape 2 :

Si, à l'étape 3, la firme 1 choisit un prix plus faible que la firme 2, la firme 2 se retrouve avec une demande nulle et un profit négatif. La firme 2 doit donc absolument inciter la firme 1 à choisir un prix égal à 100. La firme 2 choisit donc un prix :

$$p_2 = 100 - \overline{q}_2$$

ce qui lui permet de vendre $\overline{q}_2$ unités.

4.2.3 Etape 1 :

Le profit de la firme 2 en fonction de $\overline{q}_2$ est donc égal à :

$$\pi_2(\overline{q}_2) = (100 - \overline{q}_2)\,\overline{q}_2 - F(\overline{q}_2) = (100 - \overline{q}_2)\,\overline{q}_2 - 10\overline{q}_2$$

$$\frac{d\pi_2(\overline{q}_2)}{d\overline{q}_2} = 0 \Leftrightarrow 100 - 2\overline{q}_2 - 10 = 0 \Leftrightarrow 2\overline{q}_2 = 90 \Leftrightarrow \overline{q}_2 = 45$$

La firme 2 choisit, ensuite, un prix $p_2 = 55$ et la firme 1 conserve un prix $p_1 = 100$.

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= p_1(1 - \overline{q}_2) = 100 \times 55 = 5500 \\ \pi_2 &= p_2\overline{q}_2 - 10\overline{q}_2 = 55 \times 45 - 10 \times 45 = 45 \times 45 = 2025 \end{aligned}$$

4.3 Ville circulaire

4.3.1 Question 4

Seconde étape Supposons que n firmes soient entrées sur le marché.

Supposons que la firme i choisisse le prix p_i. Un consommateur localisé à la distance $x \in [0; 1/n]$ de la firme i est indifférent entre acheter à la firme i et acheter au voisin le plus proche de i si :

$$p_i + tx = p + t(1/n - x)$$

La demande qui s'adresse à la firme i est donc égale à :

$$D_i(p_i, p) = 2x = \frac{p + t/n - p_i}{t}$$

La fonction de profit de la firme i est donc :

$$\pi_i(p_i) = p_i \frac{p + t/n - p_i}{t} - f - \tau$$

En dérivant, on obtient :

$$\frac{\partial \pi_i(p_i)}{\partial p_i} = \frac{p + t/n - p_i}{t} + p_i \frac{-1}{t} = \frac{p + t/n - 2p_i}{t}$$

$$\frac{\partial \pi_i(p_i)}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{p + t/n - 2p_i}{t} = 0 \Leftrightarrow p_i = \frac{1}{2}(p + t/n)$$

En posant $p_i = p$, on obtient :

$$p = \frac{1}{2}(p + t/n) \Leftrightarrow p = t/n$$

Première étape Le nombre de firme est déterminé par la condition de profit nul pour les firmes existantes :

$$\pi = p\frac{1}{n} - f - \tau = \frac{t}{n^2} - f - \tau$$

$$\pi = 0 \Leftrightarrow \frac{t}{n^2} - f - \tau = 0 \Leftrightarrow \frac{t}{f + \tau} = n^2 \Leftrightarrow n = \sqrt{\frac{t}{f + \tau}}$$

A l'équilibre, on a donc :

$$n^c = \sqrt{\frac{t}{f + \tau}}$$

4.3.2 Question 5 :

La demande étant inélastique, le niveau du prix n'a pas d'impact sur le surplus social tant que le marché est couvert. Pour maximiser le surplus social, il faut minimiser les coûts. On cherche à minimiser la somme des coûts de transport des consommateurs et des coûts fixes des firmes :

$$\min_n \left[nf + t \left(2n \int_0^{1/2n} x dx \right) \right]$$

Or

$$t \left(2n \int_0^{1/2n} x dx \right) = 2nt \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^{1/2n} = 2nt \left(\frac{1}{2} \frac{1}{4n^2} - \frac{1}{2} 0 \right) = \frac{t}{4n}$$

Le programme de minimisation devient :

$$\min_n \left(nf + \frac{t}{4n} \right)$$

On dérive par rapport à n :

$$\frac{\partial}{\partial n} = f - \frac{t}{4n^2} = 0 \Leftrightarrow n^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{t}{f}}$$

4.3.3 Question 6 :

$$n^c = n^* \Leftrightarrow \sqrt{\frac{t}{f+\tau}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{t}{f}} \Leftrightarrow \frac{t}{f+\tau} = \frac{1}{4} \frac{t}{f} \Leftrightarrow 4f = f + \tau \Leftrightarrow \tau = 3f$$