M1 Economie : "colle" d'économie industrielle

Armel JACQUES*

17 novembre 2010

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, **les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits**.

1 Cournot

On considère une industrie composée de cinq firmes vendant un bien homogène. La fonction de coût des firmes égale à $C(q_i) = q_i^2 + 2q_i$. La fonction de demande inverse est égale à :

$$P(Q) = 500 - 2Q$$

Question 1 : Calculer l'équilibre de Cournot.

2 Concurrence en prix avec consommateurs imparfaitement informés

Deux firmes, 1 et 2, produisent un bien homogène et se livrent une concurrence en prix. La firme 1 est présente sur ce marché depuis déjà longtemps et tous les consommateurs connaissent l'existence de son produit. La firme 2 vient juste d'être créée et elle doit faire de la publicité pour faire connaître son produit.

La demande est composée de 100 consommateurs achetant au plus une unité du bien. Ces consommateurs sont tous identiques et ils ont un prix de réserve égal à 100.

Le coût de production des firmes est supposé nul (pour alléger les calculs).

Le jeu se décompose en trois étapes successives.

*CEMOI, Université de La Réunion, Faculté de Droit et d'Economie, 15, avenue René Cassin, 97715 Saint-Denis messag cedex 9. Email : Armel.Jacques@univ-reunion.fr.

A l'étape 1, la firme 2 choisit une campagne de publicité. La campagne permet d'informer x consommateurs de l'existence de la firme 2 pour un coût $F(x) = x^2$.

A l'étape 2, la firme 2 choisit son prix de vente.

A l'étape 3, la firme 1 observe la campagne et le prix choisis par la firme 2 et choisit son prix de vente.

Question 2 : Calculer l'équilibre de ce jeu (campagne choisie, prix des deux firmes, quantités vendues et profits des firmes).

3 Hotelling

Les consommateurs sont répartis uniformément sur l'intervalle $[0,1]$. L'utilité d'un consommateur x lorsqu'il consomme une unité de bien achetée à la firme i, localisée au point x_i, est égale à :

$$U = 50 - |x - x_i| - p_i$$

Deux firmes, situées en $x_1 = \frac{1}{8}$ et $x_2 = \frac{7}{8}$, se livrent une concurrence en prix. Le coût marginal des deux firmes est constant et normalisé à 0.

Question 3 : Calculer les prix d'équilibre de ce jeu lorsque les firmes choisissent leurs prix simultanément. Calculer les parts de marché des firmes et leurs profits.

Question 4 : Calculer les prix d'équilibre de ce jeu lorsque les firmes choisissent leurs prix séquentiellement, la firme 1 étant leader. Calculer les parts de marché des firmes et leurs profits.

Question 5 : Comparer les deux équilibres.

4 Eléments de correction

4.1 Cournot

Profit d'une firme i :

$$\pi_i = (500 - 2q_i - 2Q_{-i})\, q_i - q_i^2 - 2q_i$$

Fonction de meilleure réponse de la firme i :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 500 - 2q_i - 2Q_{-i} - 2q_i - 2q_i - 2 = 0 \Leftrightarrow 6q_i = 498 - 2Q_{-i} \Leftrightarrow q_i = \frac{498 - 2Q_{-i}}{6} = \frac{249 - Q_{-i}}{3}$$

On cherche un équilibre symétrique :

$$Q_{-i} = (n-1)\, q_i = 4q_i$$

La condition de premier ordre de la maximisation du profit se réécrit :

$$6q_i = 498 - 2Q_{-i} \Leftrightarrow 6q_i = 498 - 2 \times 4q_i \Leftrightarrow 14q_i = 498 \Leftrightarrow q_i = \frac{249}{7} \simeq 35,57$$

Prix d'équilibre :

$$p = 500 - 2Q = 500 - 2 \times 5 \times \frac{249}{7} = \frac{3500}{7} - \frac{2490}{7} = \frac{1010}{7} \simeq 144,29$$

Profit d'une firme :

$$\pi_i = \frac{1010}{7} \times \frac{249}{7} - \frac{249}{7} \times \frac{249}{7} - 2 \times \frac{249}{7} = \left(\frac{1010}{7} - \frac{249}{7} - \frac{14}{7}\right) \times \frac{249}{7} = \frac{747 \times 249}{7 \times 7} \simeq 3795,98$$

4.2 Concurrence en prix avec consommateurs imparfaitement informés

4.2.1 Etape 3 :

On commence par chercher la fonction de meilleure réponse de la firme 1. La firme 1 a le choix entre deux stratégies. Stratégie 1 : choisir un prix égal à 100 et vendre $100 - x$ unités. Cette stratégie procure un profit égal à : $\pi_1^{s1} = 100 \times (100 - x)$. Stratégie 2 : choisir un prix égal à $p_2 - \varepsilon$ et vendre 100 unités. Cette stratégie procure un profit égal à : $\pi_1^{s2} = 100p_2$. La firme 1 choisit la première stratégie si et seulement si :

$$\pi_1^{s1} \geq \pi_1^{s2} \Leftrightarrow 100 \times (100 - x) \geq 100p_2 \Leftrightarrow 100 - x \geq p_2$$

La fonction de meilleure réponse de la firme 1 est la suivante :

$$p_1(p_2) = \begin{cases} 100 & \text{si} \quad p_2 > 100 \\ p_2 - \varepsilon & \text{si} \quad 100 - x < p_2 \leq 100 \\ 100 & \text{si} \quad p_2 \leq 100 - x \end{cases}$$

4.2.2 Etape 2 :

Si, à l'étape 3, la firme 1 choisit un prix plus faible que la firme 2, la firme 2 se retrouve avec une demande nulle et un profit négatif. La firme 2 doit donc absolument inciter la firme 1 à choisir un prix égal à 100. La firme 2 choisit donc un prix :

$$p_2 = 100 - x$$

ce qui lui permet de vendre x unités.

4.2.3 Etape 1 :

Le profit de la firme 2 en fonction de x est donc égal à :

$$\pi_2(x) = (100 - x)\,x - x^2$$

$$\frac{d\pi_2(x)}{dx} = 0 \Leftrightarrow 100 - 2x - 2x = 0 \Leftrightarrow 4x = 100 \Leftrightarrow x = 25$$

La firme 2 choisit, ensuite, un prix $p_2 = 75$ et la firme 1 conserve un prix $p_1 = 100$.

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= p_1(1 - x) = 100 \times 75 = 7500 \\ \pi_2 &= p_2 x - x^2 = 75 \times 25 - 25^2 = 50 \times 25 = 1250 \end{aligned}$$

4.3 Hotelling

Question 3 : On recherche le consommateur marginal :

$$50 - |\widetilde{x} - x_1| - p_1 = 50 - |\widetilde{x} - x_2| - p_2$$

$$\Leftrightarrow -(\widetilde{x} - x_1) - p_1 = -(x_2 - \widetilde{x}) - p_2 \Leftrightarrow p_2 - p_1 + x_2 + x_1 = 2\widetilde{x} \Leftrightarrow \widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1)$$

Les demandes des firmes sont égales à :

$$\begin{aligned} D_1(p_1, p_2, x_1, x_2) &= \widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) \\ D_2(p_1, p_2, x_1, x_2) &= 1 - \widetilde{x} = 1 - \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) \end{aligned}$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 1 : Le profit de la firme 1 est égal à :

$$\pi_1 = p_1 D_1(p_1, p_2, x_1, x_2) = p_1 \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) - \frac{1}{2}p_1 = 0 \Leftrightarrow p_1 = \frac{1}{2}(p_2 + x_2 + x_1)$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 2 : Le profit de la firme 2 est égal à :

$$\pi_2 = p_2 D_2(p_1, p_2, x_1, x_2) = p_2 \left[1 - \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1)\right]$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) - \frac{1}{2}p_2 = 0 \Leftrightarrow p_2 = 1 + \frac{1}{2}(p_1 - x_2 - x_1)$$

Equilibre en prix : D'après l'énoncé, on a : $x_1 = \frac{1}{8}$ et $x_2 = \frac{7}{8}$. D'où :

$$\left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2}(p_2 + x_2 + x_1) \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2}(p_1 - x_2 - x_1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2}\left(p_2 + \frac{7}{8} + \frac{1}{8}\right) \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2}\left(p_1 - \frac{7}{8} - \frac{1}{8}\right) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2p_1 = p_2 + 1 \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2}(p_1 - 1) \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2p_1 - 1 = p_2 \\ 2p_1 - 1 = 1 + \frac{1}{2}(p_1 - 1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2p_1 - 1 \\ \frac{3}{2}p_1 = 2 - \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2 - 1 \\ p_1 = 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 1 \\ p_1 = 1 \end{array} \right\}$$

L'adresse du consommateur marginal est :

$$\widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) = \frac{1}{2}\left(1 - 1 + \frac{7}{8} + \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2}$$

Les parts de marchés respectives des firmes sont donc : $\frac{1}{2}$ pour la firme 1 et $\frac{1}{2}$ pour la firme 2.

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\pi_1 = p_1 \widetilde{x} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \pi_2 = 1\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

Question 4 : On a calculé la fonction de meilleure réponse de la firme 2 dans la question précédente :

$$p_2 = 1 + \frac{1}{2}(p_1 - x_2 - x_1) = 1 + \frac{1}{2}(p_1 - 1) = \frac{1}{2}p_1 + \frac{1}{2}$$

On l'introduit dans la fonction de profit de la firme 1 :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= p_1 D_1(p_1, p_2, x_1, x_2) = p_1 \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) \\ &= p_1 \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}p_1 + \frac{1}{2} - p_1 + 1\right) = p_1 \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}p_1\right) = p_1 \frac{1}{4}(3 - p_1) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial\pi_1}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(3-p_1) - p_1\frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow 3 - 2p_1 = 0 \Leftrightarrow p_1 = \frac{3}{2}$$

On reporte dans la fonction de meilleure réponse de la firme 2 :

$$p_2 = \frac{1}{2}p_1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

Le consommateur marginal est localisé en :

$$\widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{4} - \frac{3}{2} + 1\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{4} - \frac{6}{4} + \frac{4}{4}\right) = \frac{3}{8}$$

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= p_1\widetilde{x} = \frac{3}{2}\frac{3}{8} = \frac{9}{16} = 0,5625 \\ \pi_2 &= p_2(1-\widetilde{x}) = \frac{5}{4}\left(1 - \frac{3}{8}\right) = \frac{25}{32} = 0,78125 \end{aligned}$$

Question 5 : La firme 1 peut utiliser sa position de leader pour influencer le comportement de la firme 2. Elle souhaite inciter la firme 2 à augmenter son prix. Comme les prix sont des compléments stratégiques, la firme 1 doit augmenter son prix pour inciter la firme 2 à augmenter le sien.

C'est effectivement ce que l'on constate. La firme 1 augmente son prix (par rapport à l'équilibre du jeu simultané). La firme 2 réagit en augmentant aussi son prix, mais d'un montant moindre ($\frac{dp_2(p_1)}{dp_1} = \frac{1}{2}$). La firme 2 augmente sa part de marché. La firme 1 perd une partie de sa part de marché, mais l'augmentation de son prix est suffisamment importante pour dominer la réduction de sa part de marché et son profit augmente. Le profit de la firme 2 augmente sans ambiguité, elle vend plus à un prix plus élevé.

Le surplus des consommateurs diminue. Ils consomment la même quantité que précédemment mais ils doivent payer des prix plus élevés et les consommateurs situés dans l'intervalle $\left[\frac{3}{8}, \frac{1}{2}\right]$ subissent des coûts de transport plus élevés.

Le surplus social diminue. L'augmentation des prix n'est pas la cause directe de la diminution du surplus social. L'augmentation des prix provoque uniquement un transfert de surplus des consommateurs vers les firmes. La réduction du surplus social est due au fait que les prix affichés par les deux firmes deviennent différents, ce qui provoque une réallocation inefficiente des consommateurs entre les firmes et une augmentation des coûts de transports totaux.