FACULTÉ DE DROIT ET D'ÉCONOMIE

Année Universitaire 2017-2018

M1 ÉCONOMIE

ÉPREUVE D'ÉCONOMIE INDUSTRIELLE

Durée : 2H00

Examen 1 : 23 octobre 2017

Les calculatrices sont autorisées ; en revanche, **les appareils permettant de communiquer (téléphone portable ou autres) sont interdits**.

1 Comparaison de deux modes de concurrence (10 points)

Deux firmes, 1 et 2, produisent des biens différenciés. Le coût marginal des firmes est constant et normalisé à 0. Les demandes pour chacun des produits sont égales à :

$$\begin{aligned} q_1(p_1, p_2) &= 100 - p_1 + \frac{1}{2}p_2 \\ q_2(p_1, p_2) &= 100 - p_2 + \frac{1}{2}p_1 \end{aligned}$$

Question 1 (3 points) : Calculer l'équilibre de Nash du jeu suivant : lors de la première étape, la firme 1 choisit son prix ; lors de la seconde étape, la firme 2 observe p_1 puis choisit son prix.

Question 2 (1 point) : Inverser le système de demande précédent pour trouver les fonctions de demande inverse des deux biens.

Question 3 (3 points) : Calculer l'équilibre de Nash du jeu suivant : lors de la première étape, la firme 1 choisit son niveau de production ; lors de la seconde étape, la firme 2 observe q_1 puis choisit son niveau de production.

Question 4 (3 points) : Comparer les résultats des questions 1 et 3.

2 Hotelling (5 points)

Les consommateurs sont répartis uniformément sur l'intervalle $[0, 1]$. L'utilité d'un consommateur x lorsqu'il consomme une unité de bien achetée à la firme i, localisée au point x_i, est égale à :

$$U = 50 - |x - x_i| - p_i$$

Deux firmes, situées en $x_1 = 0,1$ et $x_2 = 0,8$, se livrent une concurrence en prix. Le coût marginal des deux firmes est constant et normalisé à 0.

Question 5 (5 points) : Calculer les prix d'équilibre de ce jeu. Calculer les parts de marché des firmes et leurs profits.

3 Concurrence en prix avec contraintes de capacités (5 points)

Deux firmes, 1 et 2, produisent un bien homogène et se livrent une concurrence en prix. La firme 1 est présente sur ce marché et a déjà construit une usine permettant de produire jusqu'à 100 unités du bien ($\overline{q}_1 = 100$). La firme 2 vient juste d'être créée et elle doit choisir la capacité de son usine (notée $\overline{q}_2$).

La demande est composée de 100 consommateurs achetant au plus une unité du bien. Ces consommateurs sont tous identiques et ils ont un prix de réserve égal à 100.

Le coût de production des firmes est supposé nul (pour alléger les calculs).

Le jeu se décompose en trois étapes successives.

A l'étape 1, la firme 2 choisit la taille de son usine. Le coût fixe de construction de cette usine est donné par $F(\overline{q}_2) = c\overline{q}_2$.

A l'étape 2, la firme 2 choisit son prix de vente.

A l'étape 3, la firme 1 observe la capacité de production et le prix choisis par la firme 2 et choisit son prix de vente.

Question 6 (5 points) : Calculer l'équilibre de ce jeu (capacité de production de la firme 2, prix des deux firmes, quantités vendues et profits des firmes).

4 Éléments de correction

4.1 Comparaison de deux modes de concurrence (points)

Question 1 : Fonction de meilleure réponse de la firme 2 :

Profit de la firme 2 :

$$\pi_2 = (p_2 - c)\, q_2\,(p_1, p_2) = p_2 \left(100 - p_2 + \frac{1}{2} p_1\right)$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 2 :

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2}\,(p_1, p_2) = 0 \Leftrightarrow 100 - p_2 + \frac{1}{2} p_1 - p_2 = 0 \Leftrightarrow 2p_2 = 100 + \frac{1}{2} p_1 \Leftrightarrow p_2 = 50 + \frac{1}{4} p_1$$

Prix choisi par la firme 1 :

Profit de la firme 1 :

$$\pi_1 = (p_1 - c) \left[100 - p_1 + \frac{1}{2} p_2\,(p_1)\right] = p_1 \left[100 - p_1 + \frac{1}{2}\left(50 + \frac{1}{4} p_1\right)\right] = p_1 \left(125 - \frac{7}{8} p_1\right)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow 125 - \frac{7}{8} p_1 - \frac{7}{8} p_1 = 0 \Leftrightarrow 125 = \frac{7}{4} p_1 \Leftrightarrow p_1 = \frac{500}{7} \simeq 71,43$$

Prix de la firme 2 :

$$p_2 = 50 + \frac{1}{4} p_1 = 50 + \frac{1}{4}\frac{500}{7} = \frac{475}{7} \simeq 67,86$$

Équilibre :

$$\begin{aligned}
q_1 &= 100 - p_1 + \frac{1}{2} p_2 = 100 - \frac{500}{7} + \frac{1}{2}\frac{475}{7} = \frac{875}{14} = 62,5 \\
q_2 &= 100 - p_2 + \frac{1}{2} p_1 = 100 - \frac{475}{7} + \frac{1}{2}\frac{500}{7} = \frac{475}{7} \simeq 67,86 \\
\pi_1 &= \frac{500}{7} \times \frac{875}{14} = \frac{218750}{49} = \frac{31250}{7} \simeq 4464,29 \\
\pi_2 &= \frac{475}{7} \times \frac{475}{7} = \frac{225625}{49} \simeq 4604,59
\end{aligned}$$

Question 2 : Fonctions de demande inverse :

$$\left\{ \begin{array}{c} q_1 = 100 - p_1 + \frac{1}{2} p_2 \\ q_2 = 100 - p_2 + \frac{1}{2} p_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 = 100 - p_1 + \frac{1}{2} p_2 \\ 2q_2 = 200 - 2p_2 + p_1 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} q_1 + 2q_2 = 300 + \frac{1}{2} p_2 - 2p_2 \\ 2q_2 = 200 - 2p_2 + p_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \frac{3}{2} p_2 = 300 - q_1 - 2q_2 \\ p_1 = 2q_2 + 2p_2 - 200 \end{array} \right\} \\
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 200 - \frac{2}{3} q_1 - \frac{4}{3} q_2 \\ p_1 = 2q_2 + 2\left(200 - \frac{2}{3} q_1 - \frac{4}{3} q_2\right) - 200 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 200 - \frac{2}{3} q_1 - \frac{4}{3} q_2 \\ p_1 = 200 - \frac{4}{3} q_1 - \frac{2}{3} q_2 \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

Question 3 : Fonction de meilleure réponse de la firme 2 :

$$\pi_2(q_1,q_2) = p_2(q_1,q_2)\,q_2 = \left(200 - \frac{2}{3}q_1 - \frac{4}{3}q_2\right) q_2$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2}(q_1,q_2) = 0 \Leftrightarrow 200 - \frac{2}{3}q_1 - \frac{4}{3}q_2 - \frac{4}{3}q_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{8}{3}q_2 = 200 - \frac{2}{3}q_1 \Leftrightarrow q_2 = 75 - \frac{1}{4}q_1$$

Quantité choisie par la firme 1 :

$$\begin{aligned}
\pi_1(q_1,q_2) &= p_1(q_1,q_2)\,q_1 = \left[200 - \frac{4}{3}q_1 - \frac{2}{3}q_2(q_1)\right] q_1 = \left[200 - \frac{4}{3}q_1 - \frac{2}{3}\left(75 - \frac{1}{4}q_1\right)\right] q_1 \\
&= \left(200 - \frac{8}{6}q_1 - 50 + \frac{1}{6}q_1\right) q_1 = \left(150 - \frac{7}{6}q_1\right) q_1
\end{aligned}$$

$$\frac{d\pi_1}{dq_1}(q_1) = 0 \Leftrightarrow 150 - \frac{7}{6}q_1 - \frac{7}{6}q_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{3}q_1 = 150 \Leftrightarrow q_1 = \frac{450}{7} \simeq 64,29$$

Quantité choisie par la firme 2 :

$$q_2 = 75 - \frac{1}{4}q_1 = 75 - \frac{1}{4}\frac{450}{7} = \frac{1050}{14} - \frac{225}{14} = \frac{825}{14} \simeq 58,93$$

Prix d'équilibre :

$$\begin{aligned}
p_1 &= 200 - \frac{4}{3}q_1 - \frac{2}{3}q_2 = 200 - \frac{4}{3}\frac{450}{7} - \frac{2}{3}\frac{825}{14} = \frac{1400}{7} - \frac{600}{7} - \frac{275}{7} = \frac{525}{7} = 75 \\
p_2 &= 200 - \frac{2}{3}q_1 - \frac{4}{3}q_2 = 200 - \frac{2}{3}\frac{450}{7} - \frac{4}{3}\frac{825}{14} = \frac{1400}{7} - \frac{300}{7} - \frac{550}{7} = \frac{550}{7} \simeq 78,57
\end{aligned}$$

Profits des firmes :

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= p_1 q_1 = 75 \times \frac{450}{7} = 75 \times \frac{450}{7} = \frac{33750}{7} \simeq 4821,43 \\
\pi_2 &= p_2 q_2 = \frac{550}{7} \times \frac{825}{14} = \frac{225}{7} \times \frac{825}{7} = \frac{185625}{49} \simeq 3788,27
\end{aligned}$$

4.2 Hotelling (5 points)

Question 1 (5 points) : On recherche le consommateur marginal :

$$50 - |\widetilde{x} - x_1| - p_1 = 50 - |\widetilde{x} - x_2| - p_2 \Leftrightarrow -(\widetilde{x} - x_1) - p_1 = -(x_2 - \widetilde{x}) - p_2$$

$$\Leftrightarrow p_2 - p_1 + x_2 + x_1 = 2\widetilde{x} \Leftrightarrow \widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1)$$

Les demandes des firmes sont égales à :

$$\begin{aligned}
D_1(p_1,p_2,x_1,x_2) &= \widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) \\
D_2(p_1,p_2,x_1,x_2) &= 1 - \widetilde{x} = 1 - \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1)
\end{aligned}$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 1 : Le profit de la firme 1 est égal à :

$$\pi_1 = p_1 D_1 (p_1, p_2, x_1, x_2) = p_1 \frac{1}{2} (p_2 - p_1 + x_2 + x_1)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} (p_2 - p_1 + x_2 + x_1) - \frac{1}{2} p_1 = 0 \Leftrightarrow p_1 = \frac{1}{2} (p_2 + x_2 + x_1)$$

Fonction de meilleure réponse de la firme 2 : Le profit de la firme 2 est égal à :

$$\pi_2 = p_2 D_2 (p_1, p_2, x_1, x_2) = p_2 \left[1 - \frac{1}{2} (p_2 - p_1 + x_2 + x_1) \right]$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} (p_2 - p_1 + x_2 + x_1) - \frac{1}{2} p_2 = 0 \Leftrightarrow p_2 = 1 + \frac{1}{2} (p_1 - x_2 - x_1)$$

Equilibre en prix : D'après l'énoncé, on a : $x_1 = 0,1$ et $x_2 = 0,8$. D'où :

$$\left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2} (p_2 + x_2 + x_1) \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2} (p_1 - x_2 - x_1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2} \left(p_2 + \frac{9}{10}\right) \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2} \left(p_1 - \frac{9}{10}\right) \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2p_1 - \frac{9}{10} = p_2 \\ 2p_1 - \frac{9}{10} = 1 + \frac{1}{2} p_1 - \frac{9}{20} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2p_1 - \frac{9}{10} \\ \frac{3}{2} p_1 = 1 + \frac{9}{10} - \frac{9}{20} \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2p_1 - \frac{9}{10} \\ p_1 = \frac{2}{3} \times \frac{29}{20} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2\frac{29}{30} - \frac{27}{30} \\ p_1 = \frac{29}{30} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = \frac{31}{30} \\ p_1 = \frac{29}{30} \end{array} \right\}$$

L'adresse du consommateur marginal est :

$$\widetilde{x} = \frac{1}{2} (p_2 - p_1 + x_2 + x_1) = \frac{1}{2} \left(\frac{31}{30} - \frac{29}{30} + \frac{9}{10} \right) = \frac{29}{60}$$

Les parts de marchés respectives des firmes sont donc : $\frac{29}{60}$ pour la firme 1 et $\frac{31}{60}$ pour la firme 2.

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\pi_1 = p_1 \widetilde{x} = \frac{29}{30} \times \frac{29}{60} = \frac{841}{1800} \qquad \text{et} \qquad \pi_2 = p_2 (1 - \widetilde{x}) = \frac{31}{30} \times \frac{31}{60} = \frac{961}{1800}$$

4.3 Concurrence en prix avec contraintes de capacités (5 points)

Question 6 (5 points) :

Étape 3 : On commence par chercher la fonction de meilleure réponse de la firme 1. La firme 1 a le choix entre deux stratégies. Stratégie 1 : choisir un prix égal à 100 et vendre $100 - \overline{q}_2$ unités. Cette stratégie procure un profit égal à : $\pi_1^{s1} = 100 \times (100 - \overline{q}_2)$. Stratégie 2 : choisir un prix égal à $p_2 - \varepsilon$ et vendre 100 unités. Cette stratégie procure un profit égal à : $\pi_1^{s2} = 100p_2$. La firme 1 choisit la première stratégie si et seulement si :

$$\pi_1^{s1} \geq \pi_1^{s2} \Leftrightarrow 100 \times (100 - \overline{q}_2) \geq 100p_2 \Leftrightarrow 100 - \overline{q}_2 \geq p_2$$

La fonction de meilleure réponse de la firme 1 est la suivante :

$$p_1(p_2) = \begin{cases} 100 \quad \text{si} \quad p_2 > 100 \\ p_2 - \varepsilon \quad \text{si} \quad 100 - \overline{q}_2 < p_2 \leq 100 \\ 100 \quad \text{si} \quad p_2 \leq 100 - \overline{q}_2 \end{cases}$$

Étape 2 : Si, à l'étape 3, la firme 1 choisit un prix plus faible que la firme 2, la firme 2 se retrouve avec une demande nulle et un profit négatif. La firme 2 doit donc absolument inciter la firme 1 à choisir un prix égal à 100. La firme 2 choisit donc un prix :

$$p_2 = 100 - \overline{q}_2$$

ce qui lui permet de vendre $\overline{q}_2$ unités.

Étape 1 : Le profit de la firme 2 en fonction de $\overline{q}_2$ est donc égal à :

$$\pi_2(\overline{q}_2) = (100 - \overline{q}_2)\,\overline{q}_2 - c\overline{q}_2$$

$$\frac{d\pi_2}{d\overline{q}_2}(\overline{q}_2) = 0 \Leftrightarrow 100 - 2\overline{q}_2 - c = 0 \Leftrightarrow 2\overline{q}_2 = 100 - c \Leftrightarrow \overline{q}_2 = 50 - \frac{c}{2}$$

La firme 2 choisit, ensuite, un prix $p_2 = 50 + \frac{c}{2}$ et la firme 1 conserve un prix $p_1 = 100$.

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= p_1(100 - \overline{q}_2) = 100 \times \left(50 + \frac{c}{2}\right) = 5000 + 50c \\ \pi_2 &= (p_2 - c)\,\overline{q}_2 = \left(50 + \frac{c}{2} - c\right)\left(50 - \frac{c}{2}\right) = \left(50 - \frac{c}{2}\right)^2 \end{aligned}$$