FACULTE DE DROIT ET D'ECONOMIE

Année Universitaire 2011-2012

MASTER ECONOMIE (M1)

EPREUVE D'ECONOMIE INDUSTRIELLE

Durée : 2H00

Session 1 : 7 Décembre 2011

Ce sujet comporte 2 pages.

Les calculatrices sont autorisées. Les téléphones portables et autres appareils permettant de communiquer sont strictement interdits.

1 Biens différenciés (9 points)

On considère une industrie comprenant deux firmes produisant des biens différenciés. Les firmes se livrent une concurrence en quantités à la Cournot. Les firmes ont un coût marginal identique et constant, noté c. Les fonctions de demande inverses des deux biens sont égales à :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1(q_1, q_2) = a - q_1 - \gamma q_2 \\ p_2(q_1, q_2) = a - q_2 - \gamma q_1 \end{array} \right\} \quad \text{avec} \quad 0 < \gamma < 1$$

Question 1 (4 points) : Calculer l'équilibre de Cournot de ce jeu, s'il est joué une seule fois.

Question 2 (5 points) : On suppose maintenant que le jeu précédent est joué un nombre de fois infini. On note δ le facteur d'actualisation des firmes. Quelle est la valeur minimale de δ pour que les firmes puissent passer un accord de collusion leur permettant de se comporter comme un monopole (on suppose que les firmes jouent des stratégies à seuil de déclenchement) ?

2 Restrictions verticales (6 points)

On considère une industrie composée d'un producteur (M) en situation de monopole et de deux distributeurs (D1 et D2) différenciés. Le coût unitaire de production de M est constant et égal à c. Pour vendre une unité du bien, les distributeurs doivent en acheter une unité auprès du producteur et subir un coût unitaire de distribution constant, normalisé à 0.

Les fonctions de demande s'adressant aux distributeurs sont égales à :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = a - p_1 + dp_2 \\ q_2 = a - p_2 + dp_1 \end{array} \right\} \quad \text{avec} \quad 1 > d > 0$$

Le jeu comprend deux étapes. Lors de la première, le producteur propose un contrat aux distributeurs. Lors de la seconde, les distributeurs acceptent ou refusent le contrat proposé. Si un distributeur accepte le contrat, il choisit le prix final p_i achète la quantité de bien qu'il souhaite auprès du producteur, en respectant les éventuelles restrictions prévues par le contrat.

Question 3 (6 points) : Décrire la forme du contrat proposé par le producteur et calculer les valeurs mentionnées dans le contrat ainsi que les prix de vente, p_1 et p_2, et les quantités vendues.

3 Différenciation verticale (5 points)

On considère une industrie composée de deux firmes, 1 et 2, produisant des biens différenciés verticalement. Les prix des biens sont notés respectivement p_1 et p_2. A chacun des biens, on associe un nombre $s_i > 0$, $i \in \{1, 2\}$, mesurant sa qualité. Les coûts de production sont indépendants du niveau de qualité et normalisés à zéro.

Les consommateurs sont distribués uniformément, avec une densité unitaire, sur l'intervalle $[0, 1]$. Chaque consommateur achète **au plus** une unité du bien.

L'utilité du consommateur $\theta \in [0, 1]$ est donnée par :

$$U_\theta = \left\{ \begin{array}{ll} \theta s_i - p_i & \text{s'il achète une unité du bien à la firme } i \\ 0 & \text{s'il décide de ne pas acheter} \end{array} \right.$$

Question 4 (5 points) : Calculer les prix d'équilibre des firmes, lorsque les firmes choisissent leur prix simultanément. On pose $s_1 = 8$ et $s_2 = 6$.

4 CORRECTION (éléments de)

4.1 Biens différenciés

Question 1 (4 points) : On recherche les fonctions de meilleure réponse des firmes.

Profit de la firme 1 :

$$\pi_1 = p_1(q_1, q_2)\, q_1 - cq_1 = (a - q_1 - \gamma q_2 - c)\, q_1$$

On dérive et on égalise à 0 :

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow a - q_1 - \gamma q_2 - c - q_1 = 0 \Leftrightarrow 2q_1 = a - \gamma q_2 - c \Leftrightarrow q_1 = \frac{1}{2}(a - \gamma q_2 - c)$$

En effectuant les mêmes opérations, on trouve la fonction de meilleure réponse de la firme 2 :

$$q_2 = \frac{1}{2}(a - \gamma q_1 - c)$$

On doit donc résoudre le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = \frac{1}{2}(a - \gamma q_2 - c) \\ q_2 = \frac{1}{2}(a - \gamma q_1 - c) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2q_1 = a - \gamma q_2 - c \\ 2q_2 = a - \gamma q_1 - c \end{array} \right\}$$

En retranchant la seconde équation de la première, on obtient :

$$2(q_1 - q_2) = -\gamma(q_2 - q_1) \Leftrightarrow (2 - \gamma)(q_1 - q_2) = 0 \Leftrightarrow q_1 - q_2 = 0 \Leftrightarrow q_1 = q_2$$

On remplace dans la seconde équation, il vient :

$$2q_2 = a - \gamma q_2 - c \Leftrightarrow (2 + \gamma)\, q_2 = a - c \Leftrightarrow q_2 = \frac{a - c}{2 + \gamma}$$

Equilibre de Cournot :

$$q_1 = q_2 = \frac{a - c}{2 + \gamma}$$

$$\begin{aligned} p_1(q_1, q_2) &= a - q_1 - \gamma q_2 = a - c + c - (1 + \gamma)\frac{a - c}{2 + \gamma} = c + \frac{2 + \gamma - (1 + \gamma)}{2 + \gamma}(a - c) = c + \frac{a - c}{2 + \gamma} \\ p_2(q_1, q_2) &= a - q_2 - \gamma q_1 = c + \frac{a - c}{2 + \gamma} \end{aligned}$$

Profit des firmes :

$$\pi_1 = p_1(q_1, q_2)\, q_1 - cq_1 = \frac{a - c}{2 + \gamma} \times \frac{a - c}{2 + \gamma} = \left(\frac{a - c}{2 + \gamma}\right)^2 = \pi_2$$

Question 2 (5 points) : On calcule les profits sur le **sentier de collusion**.

Les profits joints des firmes sont égaux à :

$$\Pi(q_1,q_2) = \pi_1(q_1,q_2) + \pi_2(q_1,q_2) = p_1(q_1,q_2)\,q_1 - cq_1 + p_2(q_1,q_2)\,q_2 - cq_2$$

$$= (a - q_1 - \gamma q_2 - c)\,q_1 + (a - q_2 - \gamma q_1 - c)\,q_2$$

Les conditions de premier ordre de la maximisation du profit joint sont :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} &= 0 \Leftrightarrow a - 2q_1 - \gamma q_2 - c - \gamma q_2 = 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} &= 0 \Leftrightarrow -\gamma q_1 + a - 2q_2 - \gamma q_1 - c = 0 \end{aligned}$$

On résoud ce système :

$$\left\{ \begin{array}{c} a - 2q_1 - 2\gamma q_2 - c = 0 \\ a - 2q_2 - 2\gamma q_1 - c = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} a - 2q_1 - 2\gamma q_2 - c = 0 \\ -2q_1 - 2\gamma q_2 + 2q_2 + 2\gamma q_1 = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} a - c = 2q_1 + 2\gamma q_2 \\ 2q_2 - 2\gamma q_2 = 2q_1 - 2\gamma q_1 \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} a - c = 2q_1 + 2\gamma q_1 \\ q_2 = q_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} a - c = 2(1+\gamma)\,q_1 \\ q_2 = q_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow q_1 = q_2 = \frac{a-c}{2(1+\gamma)}$$

Les prix d'équilibre sont alors égaux à :

$$\begin{aligned} p_1(q_1,q_2) &= a - q_1 - \gamma q_2 = a - (1+\gamma)\,q_1 = a - c + c - (1+\gamma)\frac{a-c}{2(1+\gamma)} \\ &= a - c + c - \frac{a-c}{2} = c + \frac{a-c}{2} = p_2 \end{aligned}$$

Les profits sont égaux à :

$$\pi_1 = p_1(q_1,q_2)\,q_1 - cq_1 = \frac{a-c}{2} \times \frac{a-c}{2(1+\gamma)} = \frac{(a-c)^2}{4(1+\gamma)} = \pi_2$$

On calcule le **profit en cas déviation**.

On suppose que c'est la firme 1 qui dévie. Elle considère que $q_2 = \frac{a-c}{2(1+\gamma)}$ et elle choisit la quantité donnée par sa fonction de meilleure réponse à q_2 :

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{2}(a - \gamma q_2 - c) = \frac{1}{2}\left(a - \gamma\frac{a-c}{2(1+\gamma)} - c\right) = \frac{a-c}{2}\left(1 - \frac{\gamma}{2(1+\gamma)}\right) \\ &= \frac{a-c}{2}\,\frac{2+2\gamma-\gamma}{2(1+\gamma)} = \frac{2+\gamma}{4(1+\gamma)}(a-c) \end{aligned}$$

Le prix du bien 1 est alors égal à :

$$\begin{aligned} p_1 &= a - q_1 - \gamma q_2 = a - c + c - \frac{2+\gamma}{4(1+\gamma)}(a-c) - \gamma\frac{a-c}{2(1+\gamma)} \\ &= c + \left[1 - \frac{2+\gamma}{4(1+\gamma)} - \frac{\gamma}{2(1+\gamma)}\right](a-c) = c + \frac{4+4\gamma-2-\gamma-2\gamma}{4(1+\gamma)}(a-c) \\ &= c + \frac{2+\gamma}{4(1+\gamma)}(a-c) \end{aligned}$$

Le profit de déviation est égal à :

$$\pi_1 = p_1(q_1, q_2)\,q_1 - cq_1 = \frac{2+\gamma}{4(1+\gamma)}(a-c) \times \frac{2+\gamma}{4(1+\gamma)}(a-c) = \left(\frac{2+\gamma}{4(1+\gamma)}\right)^2 (a-c)^2$$

Le comportement de monopole peut être **soutenu** avec des stratégies à seuil de déclenchement si et seulement si :

$$\frac{1}{1-\delta}\frac{(a-c)^2}{4(1+\gamma)} \geq \left(\frac{2+\gamma}{4(1+\gamma)}\right)^2 (a-c)^2 + \frac{\delta}{1-\delta}\left(\frac{a-c}{2+\gamma}\right)^2$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4(1+\gamma)} \geq (1-\delta)\frac{(2+\gamma)^2}{16(1+\gamma)^2} + \delta\frac{1}{(2+\gamma)^2} \Leftrightarrow 4(1+\gamma) \geq (1-\delta)(2+\gamma)^2 + \delta\frac{16(1+\gamma)^2}{(2+\gamma)^2} \\ &\Leftrightarrow \quad 4(1+\gamma)(2+\gamma)^2 \geq (1-\delta)(2+\gamma)^4 + \delta 16(1+\gamma)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad \delta(2+\gamma)^4 - \delta 16(1+\gamma)^2 \geq (2+\gamma)^4 - 4(1+\gamma)(2+\gamma)^2 \Leftrightarrow \delta \geq \frac{\left[(2+\gamma)^2 - 4(1+\gamma)\right](2+\gamma)^2}{(2+\gamma)^4 - 16(1+\gamma)^2} \\ &\Leftrightarrow \quad \delta \geq \frac{\left[(2+\gamma)^2 - 4(1+\gamma)\right](2+\gamma)^2}{\left[(2+\gamma)^2 - 4(1+\gamma)\right]\left[(2+\gamma)^2 + 4(1+\gamma)\right]} \Leftrightarrow \delta \geq \frac{(2+\gamma)^2}{(2+\gamma)^2 + 4(1+\gamma)} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \delta \geq \frac{4+4\gamma+\gamma^2}{4+4\gamma+\gamma^2+4+4\gamma} \Leftrightarrow \delta \geq \frac{4+4\gamma+\gamma^2}{8+8\gamma+\gamma^2}$$

4.2 Relations verticales

On commence par calculer le comportement d'une structure intégrée.

$$\pi_I = (p_1 - c)(a - p_1 + dp_2) + (p_2 - c)(a - p_2 + dp_1)$$

Prix choisis :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \pi_I}{\partial p_1} = 0 \\ \frac{\partial \pi_I}{\partial p_2} = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a - p_1 + dp_2 - p_1 + c + d(p_2 - c) = 0 \\ d(p_1 - c) + a - p_2 + dp_1 - p_2 + c = 0 \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} a-2p_1+2dp_2+c-cd=0 \\ a-2p_2+2dp_1+c-cd=0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} a-2p_1+2dp_2+c-cd=0 \\ -2p_1+2p_2+2dp_2-2dp_1=0 \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} a-2p_1+2dp_2+c-cd=0 \\ 2\left(p_2-p_1\right)+2d\left(p_2-p_1\right)=0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} a-2p_1+2dp_2+c-cd=0 \\ 2\left(1+d\right)\left(p_2-p_1\right)=0 \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} a+2\left(d-1\right)p_1+\left(1-d\right)c=0 \\ p_2=p_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2\left(1-d\right)p_1=a+\left(1-d\right)c \\ p_2=p_1 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \quad p_1=p_2=\frac{a+\left(1-d\right)c}{2\left(1-d\right)}$$

Quantités vendues :

$$\begin{aligned} q_1 &= a-p_1+dp_2=a-\frac{a+\left(1-d\right)c}{2\left(1-d\right)}+d\frac{a+\left(1-d\right)c}{2\left(1-d\right)}=a-\left(1-d\right)\frac{a+\left(1-d\right)c}{2\left(1-d\right)} \\ &= a-\frac{a+\left(1-d\right)c}{2}=\frac{a-\left(1-d\right)c}{2} \\ q_2 &= a-p_2+dp_1=\frac{a-\left(1-d\right)c}{2} \end{aligned}$$

Profit (pas vraiment demandé) :

$$\begin{aligned} \pi_I &= \left(p_1-c\right)\left(a-p_1+dp_2\right)+\left(p_2-c\right)\left(a-p_2+dp_1\right) \\ &= \left(\frac{a+\left(1-d\right)c}{2\left(1-d\right)}-c\right)\frac{a-\left(1-d\right)c}{2}+\left(\frac{a+\left(1-d\right)c}{2\left(1-d\right)}-c\right)\frac{a-\left(1-d\right)c}{2} \\ &= 2\left(\frac{a-\left(1-d\right)c}{2\left(1-d\right)}\right)\frac{a-\left(1-d\right)c}{2}=\frac{\left[a-\left(1-d\right)c\right]^2}{2\left(1-d\right)} \end{aligned}$$

Si les distributeurs sont indépendants, il y a potentiellement un problème de double marginalisation. Adopter un tarif binôme et un prix de gros égal au coût marginal ne va pas permettre d'atteindre le profit maximal car les distributeurs vont se faire concurrence et donc mettre des prix trop faibles. Donc, si on adopte un tarif binôme, il va falloir bien calculer les prix de gros. Une façon d'éviter ces calculs est d'introduire des clauses de prix de revente imposés. Le producteur impose $p_1=p_2=\frac{a+(1-d)c}{2(1-d)}$ et capte la totalité des surplus des distributeurs en choisissant $w_1=w_2=\frac{a+(1-d)c}{2(1-d)}$. Ce n'est pas la solution la plus élégante mais c'est celle qui demande le moins de calcul.

4.3 Différenciation verticale

Calcul des fonctions de demande : On note $\widetilde{\theta}$ le consommateur indifférent entre les deux qualités proposées et $\widehat{\theta}$ le consommateur indifférent entre acheter la qualité 2 et ne pas acheter.

$$\widetilde{\theta} = \frac{p_1 - p_2}{s_1 - s_2} = \frac{p_1 - p_2}{2}$$

$$\widehat{\theta} s_2 - p_2 = 0 \Leftrightarrow \widehat{\theta} s_2 = p_2 \Leftrightarrow \widehat{\theta} = \frac{p_2}{s_2} = \frac{p_2}{6}$$

La demande qui s'adresse à la firme 1 est égale à $D_1 = \overline{\theta} - \widetilde{\theta} = 1 - \frac{p_1 - p_2}{2}$ tandis que celle qui s'adresse à la firme 2 est égale à $D_2 = \widetilde{\theta} - \widehat{\theta} = \frac{p_1 - p_2}{2} - \frac{p_2}{6}$.

Fonctions de meilleure réponse en prix :

Les profits des firmes sont donc les suivants :

$$\begin{aligned}
\pi_1 (p_1, p_2) &= p_1 D_1 (p_1, p_2) = p_1 \left(\overline{\theta} - \frac{p_1 - p_2}{s_1 - s_2} \right) = p_1 \left(1 - \frac{p_1 - p_2}{2} \right) \\
\pi_2 (p_1, p_2) &= p_2 D_2 (p_1, p_2) = p_2 \left(\frac{p_1 - p_2}{2} - \frac{p_2}{6} \right)
\end{aligned}$$

Les conditions de premier ordre de maximisation des profits des firmes sont :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_1 (p_1, p_2)}{\partial p_1} &= 0 \Leftrightarrow \overline{\theta} - \frac{p_1 - p_2}{s_1 - s_2} + p_1 \left(-\frac{1}{s_1 - s_2} \right) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{2p_1 - p_2}{2} = 0 \\
\frac{\partial \pi_2 (p_1, p_2)}{\partial p_2} &= 0 \Leftrightarrow \frac{p_1 - p_2}{s_1 - s_2} - \frac{p_2}{s_2} + p_2 \left(\frac{-1}{s_1 - s_2} - \frac{1}{s_2} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{p_1 - 2p_2}{2} - 2\frac{p_2}{6} = 0
\end{aligned}$$

Equilibre en prix :

$$\left\{ \begin{array}{c} 1 - \frac{2p_1 - p_2}{2} = 0 \\ \frac{p_1 - 2p_2}{2} - 2\frac{p_2}{6} = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 1 - \frac{2p_1 - p_2}{2} = 0 \\ \frac{3p_1 - 6p_2 - 2p_2}{6} = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2 - 2p_1 + p_2 = 0 \\ 3p_1 - 8p_2 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2p_1 - 2 \\ 3p_1 - 8(2p_1 - 2) = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2p_1 - 2 \\ 3p_1 - 16p_1 + 16 = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2p_1 - 2 \\ 13p_1 = 16 \end{array} \right\} \\
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2\frac{16}{13} - 2 \\ p_1 = \frac{16}{13} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2\frac{3}{13} \\ p_1 = \frac{16}{13} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = \frac{6}{13} \\ p_1 = \frac{16}{13} \end{array} \right\}
\end{aligned}$$