# FACULTE DE DROIT ET D'ECONOMIE

Année Universitaire 2009-2010

**MASTER ECONOMIE (M1)**

**EPREUVE D'ECONOMIE INDUSTRIELLE**

Durée : 2H00

Date : 8 décembre 2009

Ce sujet comporte 2 pages.

Les calculatrices sont autorisées. Les téléphones portables et autres appareils permettant de communiquer sont strictement interdits.

## 1 Concurrence à la Cournot (5 points)

Quatre firmes se livrent une concurence en quantités à la Cournot. Les firmes ont des fonctions de coût identiques : $c(q) = \frac{1}{4}q^2$. La fonction de demande inverse sur le marché est : $p = A - Q$.

**Question 1 (5 points) :** Calculer l'équilibre de Cournot (quantité produite par chaque firme, prix d'équilibre et profit de chaque firme).

## 2 Collusion tacite et différenciation horizontale (10 points)

Les consommateurs sont répartis uniformément sur l'intervalle $[0, 1]$. L'utilité d'un consommateur $x$ lorsqu'il consomme une unité de bien achetée à la firme $i$, localisée au point $x_i$, est égale à :

$$U = 10 - |x - x_i| - p_i$$

Deux firmes, situées en $x_1 = \frac{1}{6}$ et $x_2 = \frac{5}{6}$, se livrent une concurrence en prix. Le coût marginal des deux firmes est constant et normalisé à 0.

**Question 2 (5 points) :** Calculer les prix d'équilibre de ce jeu, lorsqu'il n'est joué qu'une seule fois. Calculer les parts de marché des firmes et leurs profits.

On suppose, ensuite, que ce jeu est répété indéfiniment. Le facteur d'actualisation des firmes est noté $\delta$.

**Question 3 (1 point) :** Calculer les prix que les firmes doivent choisir pour maximiser le profit de l'industrie.

**Question 4 (4 points) :** Pour quelles valeurs de $\delta$ ces prix sont-ils soutenables si les firmes utilisent des stratégies à seuil de déclenchement ?

# 3 Restrictions verticales (6 points)

On considère une industrie composée d'un producteur (M) en situation de monopole et d'un distributeur (D), lui aussi en situation de monopole. Le coût unitaire de production de M est constant et égal à $c$. Pour vendre une unité du bien, le distributeur doit en acheter une unité auprès du producteur et subir un coût unitaire de distribution $d$ constant (on pose $d = 1$).

La demande finale des consommateurs dépend du prix $p$ pratiqué par le distributeur et des efforts promotionnels $e$ de ce distributeur :

$$Q(p, e) = 2000 + e - p$$

Le coût de l'effort promotionnel du distributeur est égal à : $\gamma(e) = e^2$.

Le jeu comprend deux étapes. Lors de la première, le producteur propose un contrat au distributeur. Lors de la seconde, le distributeur accepte ou refuse le contrat proposé. Si le distributeur accepte le contrat, il choisit le prix final $p$, son niveau d'effort $e$ et achète la quantité de bien qu'il souhaite auprès du producteur, en respectant les éventuelles restrictions prévues par le contrat.

**Question 5 (3 points) :** Décrire la forme du contrat proposé par le producteur et calculer les valeurs mentionnées dans le contrat ainsi que le prix de vente final, $p$, l'effort promotionnel $e$ et la quantité vendue, si le contrat peut stipuler la valeur de $e$.

**Question 6 (3 points) :** Décrire la forme du contrat proposé par le producteur et calculer les valeurs mentionnées dans le contrat ainsi que le prix de vente final, $p$, l'effort promotionnel $e$ et la quantité vendue, si le contrat ne peut pas stipuler la valeur de $e$ (par exemple, parce que $e$ n'est pas vérifiable par un tribunal).

# 4 CORRECTION (éléments de)

## 4.1 Concurrence à la Cournot

Le profit d'une firme s'écrit :

$$\pi_i = (A - q_i - q_{-i})\, q_i - \frac{1}{4} q_i^2$$

On dérive et on égalise à zéro :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = A - q_i - q_{-i} - q_i - \frac{1}{2} q_i = A - q_{-i} - \frac{5}{2} q_i$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0 \Leftrightarrow A - q_{-i} - \frac{5}{2} q_i = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2} q_i = A - q_{-i} \Leftrightarrow q_i = \frac{2}{5}(A - q_{-i})$$

Les 4 firmes sont symétriques, d'où

$$q_{-i} = 3 q_i$$

Il vient :

$$q_i = \frac{2}{5}(A - 3q_i) \Leftrightarrow q_i = \frac{2}{5} A - \frac{6}{5} q_i \Leftrightarrow \frac{11}{5} q_i = \frac{2}{5} A \Leftrightarrow q_i = \frac{2}{11} A$$

Le prix d'équilibre est égal à :

$$p = A - 4 \times \frac{2}{11} A = \frac{3}{11} A$$

Le profit d'une firme est égal à :

$$\pi = \frac{3}{11} A \times \frac{2}{11} A - \frac{1}{4} \left( \frac{2}{11} A \right)^2 = \left( \frac{6}{121} - \frac{1}{4} \frac{4}{121} \right) A^2 = \frac{5}{121} A^2$$

## 4.2 Collusion tacite et différenciation horizontale

**Question 2 (5 points) :** On recherche le consommateur marginal :

$$10 - |\widetilde{x} - x_1| - p_1 = 10 - |\widetilde{x} - x_2| - p_2$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \quad -(\widetilde{x} - x_1) - p_1 = -(x_2 - \widetilde{x}) - p_2 \\
&\Leftrightarrow \quad p_2 - p_1 + x_2 + x_1 = 2\widetilde{x} \Leftrightarrow \widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1)
\end{aligned}$$

Les demandes des firmes sont égales à :

$$\begin{aligned}
D_1(p_1, p_2, x_1, x_2) &= \widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) \\
D_2(p_1, p_2, x_1, x_2) &= 1 - \widetilde{x} = 1 - \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1)
\end{aligned}$$

**Fonction de meilleure réponse de la firme 1 :** Le profit de la firme 1 est égal à :

$$\pi_1 = p_1 D_1(p_1, p_2, x_1, x_2) = p_1 \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} &= 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) - \frac{1}{2}p_1 = 0 \\ &\Leftrightarrow p_1 = \frac{1}{2}(p_2 + x_2 + x_1) \end{aligned}$$

**Fonction de meilleure réponse de la firme 2 :** Le profit de la firme 2 est égal à :

$$\pi_2 = p_2 D_2(p_1, p_2, x_1, x_2) = p_2 \left[1 - \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1)\right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} &= 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) - \frac{1}{2}p_2 = 0 \\ &\Leftrightarrow p_2 = 1 + \frac{1}{2}(p_1 - x_2 - x_1) \end{aligned}$$

**Equilibre en prix :** D'après l'énoncé, on a : $x_1 = \frac{1}{6}$ et $x_2 = \frac{5}{6}$. D'où :

$$\left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2}(p_2 + x_2 + x_1) \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2}(p_1 - x_2 - x_1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_1 = \frac{1}{2}\left(p_2 + \frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2}\left(p_1 - \frac{5}{6} - \frac{1}{6}\right) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2p_1 = p_2 + 1 \\ p_2 = 1 + \frac{1}{2}(p_1 - 1) \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2p_1 - 1 = p_2 \\ 2p_1 - 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}p_1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2p_1 - 1 \\ \frac{3}{2}p_1 = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 1 \\ p_1 = 1 \end{array} \right\}$$

L'adresse du consommateur marginal est :

$$\widetilde{x} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1 + x_2 + x_1) = \frac{1}{2}\left(1 - 1 + \frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

Les parts de marchés respectives des firmes sont donc : $\frac{1}{2}$ pour la firme 1 et $\frac{1}{2}$ pour la firme 2.

Les profits des firmes sont égaux à :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= p_1 \widetilde{x} = \frac{1}{2} \\ \pi_2 &= p_2(1 - \widetilde{x}) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

**Question 3 (1 point) :** Les firmes fixent les prix les plus élevés compatibles avec le fait que tous les consommateurs achètent une unité du bien. Le consommateur le plus éloigné des firmes est celui se situant en $x = \frac{1}{2}$. Si ce consommateur achète le bien, tous les autres le font aussi. Le prix de monopole est le prix qui donne un surplus nul à ce consommateur :

$$U = 10 - |x - x_i| - p_i = 0 \Leftrightarrow 10 - \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right| = p_i \Leftrightarrow p = 10 - \frac{1}{3}$$

Les deux firmes fixent un prix égal à $\frac{29}{3}$. Leur profit est égal à : $\frac{29}{3}\frac{1}{2} = \frac{29}{6}$.

**Question 4 (4 points) :** Un accord de collusion est soutenable ssi :

$$\frac{1}{1-\delta}\pi^{\text{col}\,lusion} \geq \pi^{déviation} + \frac{\delta}{1-\delta}\pi^{punition}$$

On a calculé le profit sur le sentier de punition dans la question 2 et le profit sur le sentier de collusion dans la question 3. Il faut encore calculer le profit de déviation. Deux types de déviation sont envisageables : une firme peut réduire légèrement son prix et vendre un peu plus ou elle peut le réduire beaucoup et capter toute la demande.

Pour capter toute la demande, la firme 1 doit convaincre le consommateur localisée en $\frac{5}{6}$ d'acheter chez elle. Pour cela, elle doit fixer un prix égal à $\frac{29}{3} - \frac{4}{6} = \frac{27}{3}$. Son profit est alors égal à $\frac{27}{3}$.

Si la firme 1 choisit de ne réduire qu'un peu son prix. Le prix choisi doit être donné par sa fonction de meilleure réponse au prix de 2 : $p_1 = \frac{1}{2}\left(p_2 + \frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{29}{3} + 1\right) = \frac{16}{3}$. Ce prix est clairement inférieur au précédent. Cette formule donne une demande à la firme supérieure à la demande totale, on est sorti du domaine de validité de cette formule.

Si une firme choisit de dévier, elle choisit donc $p = \frac{27}{3}$ et réalise un profit égal à $\frac{27}{3}$.

L'accord de collusion est soutenable ssi :

$$\frac{1}{1-\delta}\frac{29}{6} \geq \frac{27}{3} + \frac{\delta}{1-\delta}\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{29}{6} \geq (1-\delta)\frac{27}{3} + \delta\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \delta\frac{27}{3} - \delta\frac{1}{2} \geq \frac{27}{3} - \frac{29}{6} \Leftrightarrow \delta\left(\frac{54}{6} - \frac{3}{6}\right) \geq \frac{54}{6} - \frac{29}{6} \Leftrightarrow \delta \geq \frac{25}{51} \simeq 0,49$$

## 4.3 Relations verticales

Dans un premier temps, on va supposer que le producteur et le distributeur sont intégrés. On calcule les prix et les niveaux d'effort choisis par cette *structure intégrée*, qui sont ceux que les firmes doivent mettre en place pour maximiser les profits de l'industrie. On recherche, ensuite, une forme de contrat qui permet de mettre en oeuvre le comportement de la structure intégrée, lorsque les firmes sont indépendantes.

Profit de la structure intégrée :

$$\pi_I = (p - c - d)(2000 + e - p) - e^2$$

Les conditions de premier ordre de ce programme de maximisation sont :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi_I}{\partial p} &= 2000 + e - p - (p - c - d) = 0 \\ \frac{\partial \pi_I}{\partial e} &= p - c - d - 2e = 0\end{aligned}$$

On résoud ce système :

$$\left\{\begin{array}{c} 2000 + e - p - (p - c - d) = 0 \\ p - c - d - 2e = 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 2000 + e - 2p + c + d = 0 \\ e = \frac{1}{2}(p - c - d) \end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 2000 + \frac{1}{2}(p - c - d) - 2p + c + d = 0 \\ e = \frac{1}{2}(p - c - d) \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 2000 - \frac{3}{2}p + \frac{1}{2}(c + d) = 0 \\ e = \frac{1}{2}(p - c - d) \end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} \frac{3}{2}p = 2000 + \frac{1}{2}(c + d) \\ e = \frac{1}{2}(p - c - d) \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p = \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c + d) \\ e = \frac{1}{2}\left(\frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c + d) - c - d\right) \end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p = \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c + d) \\ e = \frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c + d) \end{array}\right\}$$

Il faut trouver un contrat qui permet d'inciter le distributeur à choisir $p = \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c + d)$ et $e = \frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c + d)$.

**Question 5 (3 points) :** Si le niveau d'effort promotionnel du distributeur est observable et vérifiable (par un tribunal), il peut être intégré directement dans le contrat. Le producteur peut alors proposer au distributeur un contrat qui oblige le distributeur à réaliser un niveau d'effort promotionnel $e = \frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c + d)$.

Le producteur peut ensuite introduire une clause de prix de revente imposé pour contrôler le prix final : $p = \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c + d)$.

Pour que le distributeur accepte le contrat, il doit réaliser un profit sur les ventes qui couvre le coût de ses efforts promotionnels.

Le producteur peut choisir de ne laisser aucune marge sur les ventes, en fixant un prix de gros unitaire $w = p$, et de verser une somme fixe au distributeur à la signature du contrat égale à $F = e^2 = \left[\frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c + d)\right]^2$.

Alternativement, le producteur peut rémunérer les efforts promotionnels du distributeur en fixant un prix de gros $w$ tel que :

$$(p - w)(2000 + e - p) = e^2 \Leftrightarrow p - w = \frac{e^2}{2000 + e - p} \Leftrightarrow w = p - \frac{e^2}{2000 + e - p}$$

$$\Leftrightarrow \quad w = \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c+d) - \frac{\left[\frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c+d)\right]^2}{2000 + \frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c+d) - \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c+d)}$$
$$\Leftrightarrow \quad w = \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c+d) - \frac{\left[\frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c+d)\right]^2}{\frac{4000}{3}}$$
$$\Leftrightarrow \quad w = \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c+d) - \frac{3}{4000}\left[\frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c+d)\right]^2$$
$$\Leftrightarrow \quad w = \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c+d) - \frac{1}{3}\frac{\left[2000 - (c+d)\right]^2}{4000}$$

La quantité vendue est égale à :

$$Q = 2000 + e - p = 2000 + \frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c+d) - \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c+d) = \frac{4000}{3}$$

**Question 6 (3 points) :** Si le niveau d'effort promotionnel ne peut pas être stipulé dans le contrat, il va falloir inciter les distributeurs à choisir le niveau d'effort promotionnel optimal.

$$\pi_D = (p - w - d)(2000 + e - p) - e^2$$
$$\frac{\partial \pi_D}{\partial e} = p - w - d - 2e = 0 \Leftrightarrow e = \frac{1}{2}(p - w - d)$$

Le producteur souhaite que les distributeurs choisissent $e = \frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c+d)$. La marge unitaire $p - w - d$ qu'il doit assurer au distributeur est donc telle que :

$$\begin{aligned} \frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c+d) &= \frac{1}{2}(p - w - d) \Leftrightarrow \frac{4000}{3} - \frac{2}{3}(c+d) = p - w - d \\ &\Leftrightarrow \quad p - w = \frac{4000}{3} - \frac{2}{3}c + \frac{1}{3}d \end{aligned}$$

Le producteur peut donc imposer un prix de revente imposé : $p = \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c+d)$, fixer un prix de gros unitaire :

$$w = p - \frac{4000}{3} + \frac{2}{3}c - \frac{1}{3}d = \frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c+d) - \frac{4000}{3} + \frac{2}{3}c - \frac{1}{3}d = c$$

Le producteur utilise ensuite un paiement fixe pour capter le surplus du distributeur :

$$\begin{aligned} F &= (p - w - d)\,Q - e^2 \\ &= \left(\frac{4000}{3} + \frac{1}{3}(c+d) - c - d\right)\frac{4000}{3} - \left[\frac{2000}{3} - \frac{1}{3}(c+d)\right]^2 \end{aligned}$$