Chapitre 2 : La différenciation horizontale des produits

Armel JACQUES*

Première mise en ligne : 24 septembre 2006
Cette version : 3 septembre 2017

1 Introduction

Dans le chapitre sur l'oligopole, on a étudié comment une firme choisissait la quantité qu'elle souhaitait produire et le prix qu'elle fixait dans un marché en concurrence imparfaite. Ces choix ne sont pas les seuls qu'une firme doit faire. Les stratégies des firmes comprennent de nombreux autres aspects. Parmi ces derniers, le choix des caractéristiques des produits et le choix de la localisation des usines et des points de vente sont importants. On va les étudier dans ce chapitre. On va utiliser les mêmes modèles pour analyser ces deux problèmes. La plupart des modèles présentés ont donc deux interprétations possibles. La première est une interprétation géographique : les localisations choisies par les firmes sont les lieux où elles implantent des sites de production. La deuxième est une interprétation en terme de caractéristiques de produits : l'espace étudié est l'ensemble des biens pouvant être produits et les localisations choisies sont les design des biens choisis dans l'espace des caractéristiques possibles.

Lorsque les économistes retiennent cette seconde interprétation, ils distinguent deux types de différenciation des produits : la différenciation horizontale et la différenciation verticale. On parle de différenciation horizontale lorsque les consommateurs, confrontés au même prix d'achat pour tous les produits disponibles, font des choix différents. On parle de différenciation verticale lorsque les consommateurs, confrontés au même prix d'achat pour tous les produits disponibles, optent tous pour le même produit. La différenciation verticale est donc une différence de qualité. Certains biens sont perçus par tous les consommateurs comme étant de meilleure qualité que d'autres. La différenciation horizontale recoupe à l'opposé des différences de goût et de variété (par exemple, des yaourts aux fruits et des yaourts au chocolat sont des biens différenciés horizontalement). Dans ce chapitre, on se concentre sur la différenciation horizontale. La différenciation verticale est l'objet du chapitre suivant[1].

Ce chapitre examine principalement trois questions : la détermination des prix avec différenciation des produits, le choix du design des produits dans un oligopole et le nombre de variétés offertes à l'équilibre.

*CEMOI, Université de La Réunion, Faculté de Droit et d'Economie, 15, avenue René Cassin, 97715 Saint-Denis messag cedex 9. Email : Armel.Jacques@univ-reunion.fr.

[1] Dans la version longue du chapitre suivant, une section est consacrée aux modèles mélangeant les deux types de différenciations.

2 Positionnement des produits

Le premier problème qu'on aborde dans ce chapitre est celui du positionnement des produits. On va considérer un duopole où chacune des firmes produit un seul bien, dont elle peut choisir librement les caractéristiques. Ce problème est traditionnellement traité en utilisant le modèle de la "ville linéaire" introduit par Hotelling (1929).

2.1 Concurrence spatiale avec prix fixes

Avant d'étudier le modèle d'Hotelling (1929), on va analyser un cas plus simple dans lequel les firmes choisissent la localisation de leur produit, mais dans lequel le prix de vente est fixé de façon exogène. Cet exercice permet de se familiariser avec le modèle et le résultat obtenu servira de point de comparaison pour interpréter les résultats obtenus lorsque les prix sont choisis par les firmes. En outre, dans certains des modèles présentés dans ce chapitre, l'hypothèse est faite que les prix sont exogènes. Cette hypothèse n'est pertinente que pour un petit nombre de biens, mais elle permet de beaucoup simplifier la résolution des modèles. Il est donc utile d'avoir une idée des conséquences de cette hypothèse sur les localisations d'équilibre. On peut souligner que le modèle de choix de localisations avec prix exogène correspond à certaines problématiques : choix d'un programme politique, choix de localisation de librairies, choix de programmation dans le secteur des médias, etc.

Deux firmes : La version traditionnelle du modèle suppose que deux marchands de glaces doivent choisir une localisation sur une plage de longueur 1 sur laquelle des estivants sont répartis uniformément. Le prix des glaces est fixé de façon exogène et les estivants achètent chacun une glace au marchand le plus proche de leur localisation.

A l'équilibre, les deux marchands choisissent de se localiser au centre de la plage.

Trois firmes : Si on suppose qu'il y a trois marchands de glace, il n'existe plus d'équilibres en stratégies pures lorsque les marchands choisissent leur localisation simultanément.

Prescott et Visscher (1977) proposent de résoudre ce problème en supposant que les marchands choisissent leur localisation séquentiellement. Les localisations obtenues, à l'équilibre, sont les suivantes[2] : la firme 1

[2] En fait, ce n'est qu'un équilibre possible, car, lorsque la firme 3 choisit de se localiser entre les deux autres firmes, elle est indifférente entre toutes les localisations situées entre les deux autres firmes. Prescott et Visscher (1977) supposent que dans ce cas elle choisit le centre du segment compris entre les deux autres firmes. On peut, cependant, retenir d'autres hypothèses et on obtient alors un autre équilibre. Le problème peut devenir assez complexe, si la firme 3 se sert de cette indifférence pour tenter d'influencer les choix des deux premières firmes. Par exemple, en les menaçant de se localiser juste à côté d'une firme si cette dernière choisit une localisation proche du centre et en promettant de se localiser juste à côté de l'autre firme si la première accepte de se localiser près d'une des extrémités du segment.

choisit $x_1 = 1/4$, la firme 2 choisit $x_2 = 3/4$ et la firme 3 choisit $x_3 = 1/2$.

Plus de trois firmes : Eaton et Lipsey (1975) et Denzau, Kats et Slutsky (1985) ont étudié les cas où le nombre de firmes est supérieur à trois. Il existe à nouveau des équilibres en stratégies pures. Les firmes s'agglomèrent partiellement. L'équilibre avec 4 firmes est une agglomération de deux firmes en $\frac{1}{4}$ et l'agglomération des deux autres en $\frac{3}{4}$. Avec 5 firmes, l'équilibre est le suivant : 2 firmes se localisent en $\frac{1}{6}$, une firme se place au centre du segment et les deux autres firmes choisissent de se localiser en $\frac{5}{6}$. Avec plus de 5 firmes, il existe plusieurs équilibres en stratégies pures.

2.2 Choix de localisation de deux firmes avec prix endogène

On suppose, maintenant, que les prix ne sont plus fixés de façon exogène mais choisis par les firmes après qu'elles ont observé leurs localisations respectives.

Hypothèses : Le jeu comprend deux étapes. Lors de la première, les deux firmes choisissent simultanément la localisation de leur produit, respectivement x_1 et x_2 (avec $x_1 \leq x_2$), sur un segment de longueur 1. Ces choix deviennent connaissance commune. Lors de la seconde étape, les firmes fixent simultanément leur prix.

Le coût unitaire de production des firmes est constant et égal à c.

Les consommateurs sont uniformément répartis sur l'intervalle $[0, 1]$ avec une densité unitaire. Le surplus obtenu par un consommateur, situé en x^*, en achetant une unité du bien x_i est égal à :

$$V_{x^*}(x_i) = a - t(x_i - x^*)^2 - p_i$$

La satisfaction du consommateur diminue donc lorsqu'il consomme un bien plus éloigné de sa variété préférée, x^*. On suppose que ce "coût de transport" est une fonction quadratique de la "distance". On suppose que la valeur de a est suffisamment grande pour que les consommateurs choisissent toujours d'acheter une unité du bien.

Seconde étape : Dans un premier temps, on considère les localisations des firmes comme données et on cherche l'équilibre de Nash en prix. On commence par calculer la demande qui s'adresse à chacune des firmes. Le consommateur marginal x' est indifférent entre les deux biens si et seulement si :

$$a - t(x_1 - x')^2 - p_1 = a - t(x_2 - x')^2 - p_2 \Leftrightarrow p_2 - p_1 = t(x_1 - x')^2 - t(x_2 - x')^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{t}(p_2 - p_1) = (x_1 - x')^2 - (x_2 - x')^2 \Leftrightarrow \frac{p_2 - p_1}{t} = x_1^2 - 2x_1x' + (x')^2 - x_2^2 + 2x_2x' - (x')^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{t}(p_2 - p_1) = x_1^2 - x_2^2 + 2(x_2 - x_1)x' \Leftrightarrow \frac{1}{t}(p_2 - p_1) - x_1^2 + x_2^2 = 2(x_2 - x_1)x'$$

$$\Leftrightarrow x' = \frac{\frac{1}{t}(p_2 - p_1) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)}$$

On peut maintenant écrire le profit des firmes en fonction des prix et des localisations choisies :

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= (p_1 - c)\, x' = (p_1 - c)\, \frac{\frac{1}{t}(p_2 - p_1) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)} \\
\pi_2 &= (p_2 - c)(1 - x') = (p_2 - c)\left(1 - \frac{\frac{1}{t}(p_2 - p_1) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)}\right)
\end{aligned}$$

Les firmes choisissent alors les prix qui maximisent leur profit :

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \frac{\frac{1}{t}(p_2 - p_1) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)} + (p_1 - c)\, \frac{-\frac{1}{t}}{2(x_2 - x_1)} = \frac{\frac{1}{t}(p_2 - 2p_1 + c) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 1 - \frac{\frac{1}{t}(p_2 - p_1) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)} + (p_2 - c)\left(-\frac{\frac{1}{t}}{2(x_2 - x_1)}\right) = 1 - \frac{\frac{1}{t}(2p_2 - p_1 - c) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)}$$

On obtient un système avec 2 équations et 2 inconnues. La résolution de ce système donne les prix en fonction des localisations. Si $x_1 = x_2$, on sait qu'on obtient $p_1 = p_2 = c$. On résoud donc le système en supposant $x_1 \neq x_2$.

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\frac{1}{t}(p_2 - 2p_1 + c) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)} = 0 \\ 1 - \frac{\frac{1}{t}(2p_2 - p_1 - c) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)} = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{t}(p_2 - 2p_1 + c) - x_1^2 + x_2^2 = 0 \\ 2(x_2 - x_1) - \frac{1}{t}(2p_2 - p_1 - c) + x_1^2 - x_2^2 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 - 2p_1 + c - t\left(x_1^2 - x_2^2\right) = 0 \\ 2t(x_2 - x_1) - 2p_2 + p_1 + c + t\left(x_1^2 - x_2^2\right) = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2p_1 - c + t\left(x_1^2 - x_2^2\right) \\ 2p_2 = 2t(x_2 - x_1) + p_1 + c + t\left(x_1^2 - x_2^2\right) \end{array} \right\} \\
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2p_1 - c + t\left(x_1^2 - x_2^2\right) \\ 4p_1 - 2c + 2t\left(x_1^2 - x_2^2\right) = 2t(x_2 - x_1) + p_1 + c + t\left(x_1^2 - x_2^2\right) \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = 2p_1 - c + t\left(x_1^2 - x_2^2\right) \\ 3p_1 = 2t(x_2 - x_1) + 3c - t\left(x_1^2 - x_2^2\right) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} p_2 = \frac{4}{3}t(x_2 - x_1) + 2c - \frac{2}{3}t\left(x_1^2 - x_2^2\right) - c + t\left(x_1^2 - x_2^2\right) \\ p_1 = \frac{2}{3}t(x_2 - x_1) + c - \frac{1}{3}t\left(x_1^2 - x_2^2\right) \end{array} \right\} \\
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_2 = c + \frac{4}{3}t(x_2 - x_1) + \frac{1}{3}t\left(x_1^2 - x_2^2\right) \\ p_1 = c + \frac{2}{3}t(x_2 - x_1) - \frac{1}{3}t\left(x_1^2 - x_2^2\right) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_2 = c + \frac{4}{3}t(x_2 - x_1) + \frac{1}{3}t(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) \\ p_1 = c + \frac{2}{3}t(x_2 - x_1) - \frac{1}{3}t(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_2 = c + \frac{4}{3}t(x_2 - x_1) - \frac{1}{3}t(x_2 - x_1)(x_1 + x_2) \\ p_1 = c + \frac{2}{3}t(x_2 - x_1) + \frac{1}{3}t(x_2 - x_1)(x_1 + x_2) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_2 = c + \frac{1}{3}t(x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2) \\ p_1 = c + \frac{1}{3}t(x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2) \end{array} \right\}$$

On constate que, si $x_1 \neq x_2$, les deux prix sont strictement supérieurs à c. On retrouve le résultat du chapitre précédent, la différenciation des produits permet de sortir du paradoxe de Bertrand et de fixer des prix supérieurs au coût marginal.

On remarque aussi que p_1 est une fonction croissante de x_2 et que p_2 est une fonction décroissante de x_1. Chacune des firmes augmente son prix lorsque la firme concurrente éloigne son produit.

Première étape : On peut maintenant écrire les profits des firmes comme une fonction (uniquement) des localisations choisies et résoudre la première étape du jeu.

$$\pi_1 = (p_1 - c)\frac{\frac{1}{t}(p_2 - p_1) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)} \quad \text{et} \quad \pi_2 = (p_2 - c)\left(1 - \frac{\frac{1}{t}(p_2 - p_1) - x_1^2 + x_2^2}{2(x_2 - x_1)}\right)$$

On commence par calculer $p_2 - p_1$:

$$p_2 - p_1 = c + \frac{1}{3}t(x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2) - c - \frac{1}{3}t(x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2)$$

$$= \frac{1}{3}t(x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2 - 2 - x_1 - x_2) = \frac{1}{3}t(x_2 - x_1)(2 - 2x_1 - 2x_2) = \frac{2}{3}t(x_2 - x_1)(1 - x_1 - x_2)$$

On remplace les prix par leurs expressions dans les formules des profits :

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= \left(c + \frac{1}{3}t(x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2) - c\right)\frac{\frac{1}{t}\frac{2}{3}t(x_2 - x_1)(1 - x_1 - x_2) + x_2^2 - x_1^2}{2(x_2 - x_1)} \\
\pi_2 &= \left(c + \frac{1}{3}t(x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2) - c\right)\left(1 - \frac{\frac{1}{t}\frac{2}{3}t(x_2 - x_1)(1 - x_1 - x_2) + x_2^2 - x_1^2}{2(x_2 - x_1)}\right)
\end{aligned}$$

On tente de simplifier ces formules :

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= \frac{1}{6}t(2 + x_1 + x_2)\left[\frac{2}{3}(x_2 - x_1)(1 - x_1 - x_2) + x_2^2 - x_1^2\right] \\
&= \frac{1}{6}t(2 + x_1 + x_2)\left[\frac{2}{3}(x_2 - x_1)(1 - x_1 - x_2) + (x_2 - x_1)(x_2 + x_1)\right] \\
&= \frac{1}{6}t(2 + x_1 + x_2)(x_2 - x_1)\left[\frac{2}{3} - \frac{2}{3}x_1 - \frac{2}{3}x_2 + x_2 + x_1\right] \\
&= \frac{1}{18}t(2 + x_1 + x_2)(x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2) = \frac{1}{18}t(2 + x_1 + x_2)^2(x_2 - x_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\pi_2 &= \frac{1}{6}t(4 - x_1 - x_2)\left[2(x_2 - x_1) - \frac{2}{3}(x_2 - x_1)(1 - x_1 - x_2) + x_1^2 - x_2^2\right] \\
&= \frac{1}{6}t(4 - x_1 - x_2)\left[(x_2 - x_1)\left[2 - \frac{2}{3}(1 - x_1 - x_2)\right] - (x_2 - x_1)(x_2 + x_1)\right] \\
&= \frac{1}{6}t(4 - x_1 - x_2)(x_2 - x_1)\left[\frac{4}{3} + \frac{2}{3}(x_1 + x_2) - (x_2 + x_1)\right] \\
&= \frac{1}{18}t(4 - x_1 - x_2)(x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2) = \frac{1}{18}t(4 - x_1 - x_2)^2(x_2 - x_1)
\end{aligned}$$

On dérive ces fonctions de profit par rapport aux localisations des firmes :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} &= \frac{1}{18}2t(2 + x_1 + x_2)(x_2 - x_1) - \frac{1}{18}t(2 + x_1 + x_2)^2 \\
&= \frac{1}{18}t(2 + x_1 + x_2)\left[2(x_2 - x_1) - (2 + x_1 + x_2)\right] = \frac{1}{18}t(2 + x_1 + x_2)(-2 + x_2 - 3x_1) < 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_2}{\partial x_2} &= -\frac{1}{18}2t\left(4-x_1-x_2\right)\left(x_2-x_1\right)+\frac{1}{18}t\left(4-x_1-x_2\right)^2 \\
&= \frac{1}{18}t\left(4-x_1-x_2\right)\left[-2\left(x_2-x_1\right)+4-x_1-x_2\right]=\frac{1}{18}t\left(4-x_1-x_2\right)\left(4+x_1-3x_2\right)>0
\end{aligned}$$

Il y a un conflit entre deux effets : (1) Les firmes souhaitent se déplacer vers le centre pour augmenter leurs parts de marché à structure donnée des prix ; (2) cependant, les firmes se rendent aussi compte du fait que la diminution de différenciation qui en résulte incite la firme concurrente à diminuer son prix. Les calculs montrent que cet effet stratégique domine l'effet part de marché. Les firmes choisissent donc de se différencier au maximum : $x_1^*=0$ et $x_2^*=1$.

En reportant, les localisations dans les formules des prix et des profits, on obtient :

$$\begin{aligned}
p_1 &= c+\frac{1}{3}t\left(x_2-x_1\right)\left(2+x_1+x_2\right)=c+\frac{1}{3}t\left(1-0\right)\left(2+0+1\right)=c+t \\
p_2 &= c+\frac{1}{3}t\left(x_2-x_1\right)\left(4-x_1-x_2\right)=c+\frac{1}{3}t\left(1-0\right)\left(4-0-1\right)=c+t
\end{aligned}$$

$$\pi_1=\left(p_1-c\right)x'=\frac{t}{2}\quad \text{et}\quad \pi_2=\left(p_1-c\right)\left(1-x'\right)=\frac{t}{2}$$

Si on supprime la contrainte que les firmes doivent se localiser à l'intérieur du segment $[0,1]$, les firmes choisissent une différenciation encore plus importante : $x_1^*=-\frac{1}{4}$ et $x_2^*=\frac{5}{4}$. Les prix et les profits deviennent :

$$\begin{aligned}
p_1 &= c+\frac{1}{3}t\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{4}\right)\left(2-\frac{1}{4}+\frac{5}{4}\right)=c+\frac{1}{3}t\frac{6}{4}\frac{12}{4}=c+\frac{3}{2}t \\
p_2 &= c+\frac{1}{3}t\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{4}\right)\left(4+\frac{1}{4}-\frac{5}{4}\right)=c+\frac{1}{3}t\frac{6}{4}\frac{12}{4}=c+\frac{3}{2}t
\end{aligned}$$

$$\pi_1=\left(p_1-c\right)x'=\frac{3}{2}t\quad \text{et}\quad \pi_2=\left(p_1-c\right)\left(1-x'\right)=\frac{3}{2}t$$

Choix séquentiels de localisation : On a supposé que les firmes choisissaient simultanément leurs localisations lors de la première étape du jeu. On suppose maintenant que la firme 1 choisit sa localisation la première. La firme 2 choisit sa localisation ensuite et après avoir observé le choix de la firme 1.

Si les firmes sont contraintes de choisir leurs localisations dans l'intervalle $[0,1]$, alors les localisations choisies sont les mêmes que dans le jeu simultané : $x_1^*=0$ et $x_2^*=1$.

En revanche, si les firmes peuvent se localiser en dehors du segment $[0,1]$ alors, lorsque $t=1$, la première firme choisit de se localiser au milieu du segment, $x_1^*=\frac{1}{2}$, afin de repousser la seconde firme le plus loin possible de la ville. La seconde firme se localise en dehors de la ville en $x_2^*=\frac{3}{2}$ (ou en $x_2^*=-\frac{1}{2}$) (Tabuchi et Thisse, 1995).

Localisations socialement efficaces : Supposons que le planificateur social choisisse les localisations des deux firmes. La demande étant inélastique (et le marché étant couvert), l'objectif du planificateur est de minimiser les coûts de transports. Les consommateurs étant répartis uniformément, les localisations qui minimisent les coûts de transport sont 1/4 et 3/4. Le marché conduit à une différenciation des produits trop importante.

3 Facteurs influençant le degré de différenciation

Le modèle ci-dessus semble indiquer que les firmes différencient le plus possible leurs produits pour diminuer la concurrence en prix. Cette tendance est assez générale. Il existe cependant des forces qui s'opposent à une différenciation maximale des produits.

Avertissement : Pour réduire la présentation des modèles ci-dessous, j'ai souvent simplifié leurs résultats pour ne garder que les résultats les plus saillants. Les résultats présentés dans la version longue sont souvent plus nuancés, mais les développements plus longs.

3.1 Choix de localisations avec plus de deux firmes

Les calculs dans le modèle d'Hotelling deviennent assez lourds si on inclut plus de deux firmes car les firmes n'ont alors plus des rôles symétriques. Les firmes situées sur les bords font face à une concurrence différente de celle à laquelle sont confrontées les firmes situées à l'intérieur. Car les premières ne sont en concurrence directe qu'avec une seule firme voisine alors que les secondes sont en concurrence directe avec les deux firmes voisines. Il en résulte que toutes les firmes ne choisissent pas le même prix à l'équilibre. Pour éliminer ce problème, on choisit souvent d'abandonner l'hypothèse que l'espace des produits est un segment pour la remplacer par un cercle (c'est ce qu'on fera dans la section 4). Il est alors à nouveau possible de construire des équilibres symétriques, ce qui simplifie beaucoup la résolution du modèle.

Il est, toutefois, utile de présenter rapidement les résultats obtenus lorsque le nombre de firmes est supérieur à deux, car le cas avec deux firmes est très différent des cas avec un plus grand nombre de firmes. Notamment, Schmidt (2009) montre que les conclusions en termes de politique économique sont très différentes pour $n = 2$ et pour $n > 2$.

Pour $n = 2$, l'équilibre du jeu sans intervention de l'Etat est (l'auteur suppose $c = 0$) :

$$x_1^* = -\frac{1}{4},\ x_2^* = \frac{5}{4},\ p_1^* = p_2^* = \frac{3}{2}t,\ \pi_1^* = \pi_2^* = \frac{3}{4}t$$

Pour $n = 3$, l'équilibre du jeu sans intervention de l'Etat est :

$$x_1^* = \frac{1}{8},\ x_2^* = \frac{1}{2},\ x_3^* = \frac{7}{8},\ p_1^* = p_3^* = \frac{13}{64}t,\ p_2^* = \frac{11}{64}t,\ \pi_1^* = \pi_3^* = \frac{169}{3072}t,\ \pi_2^* = \frac{121}{3072}t$$

Pour $n = 2$, les firmes se localisent en dehors de la ville et la différenciation choisie est nettement supérieure à la différenciation socialement optimale. Pour $n = 3$, les firmes se localisent à l'intérieur de la ville. La différence est due à la réaction de la firme 2 lorsque la firme 1 augmente la distance entre 1 et 2. Lorsque $n = 2$, la firme 2 augmente son prix lorsque la firme 1 s'écarte d'elle. C'est encore le cas, lorsque $n = 3$; mais, l'augmentation de prix est plus faible parce que la firme 2 est aussi en concurrence avec la firme 3. La localisation d'une firme a donc moins d'impact sur les fonctions de prix de ses concurrentes lorsque n augmente et donc les firmes choisissent des localisations intérieures. Schmidt (2009) représente sur un graphique les localisations choisies pour n variant de 2 à 7. Le cas $n = 2$ apparaît très différent des autres cas. Dans les autres cas, les localisations des firmes sont intérieures et les distances entre les firmes tendent à s'égaliser lorsque n augmente.

On peut aussi noter que les firmes situées sur les bords (1 et 3) réalisent un profit plus élevé que la firme située au centre (2). Le passage de 2 à 3 firmes réduit aussi très fortement les profits des firmes.

Les localisations choisies sont donc très différentes des localisations socialement efficaces lorsque $n = 2$, mais pas lorsque $n > 2$. Une intervention de l'Etat peut donc être souhaitable lorsque $n = 2$, mais Schmidt (2009) montre qu'une telle intervention a peu de chances d'améliorer le surplus social lorsque $n > 2$.

3.2 Forme des coûts de transports

Dans le modèle de la section précédente, on a supposé que les coûts de transport subis par les consommateurs étaient quadratiques, c'est-à-dire proportionnels au carré de la distance entre le bien idéal du consommateur et le bien qu'il consomme effectivement. Cette hypothèse est souvent faite car elle permet une résolution relativement simple du modèle. Il est, cependant, possible d'envisager d'autres fonctions de coût de transport. Il est, donc, important d'étudier si la modification de la forme de la fonction de coût de transport affecte les résultats.

Coûts de transport linéaires : Dans l'article initial, celui d'Hotelling (1929), l'hypothèse faite est que les coûts de transport sont linéaires, c'est-à-dire proportionnels à la distance entre le bien consommé et le bien idéal : $t\,|x_i - x^*|$. Hotelling (1929) avance que, sous cette hypothèse, les profits d'une firme augmentent lorsque cette dernière se rapproche de sa concurrente. Il en déduit que les firmes ont tendance à choisir une différenciation minimale. Elles produisent, à l'équilibre, des biens très proches (mais pas exactement identiques). Les résultats semblent donc opposés à ceux obtenus avec des coûts de transports quadratiques.

En fait, les choses sont beaucoup plus complexes et l'article de Hotelling contient des erreurs. Dans le TD3, on étudiera l'équilibre en prix lorsque les firmes ont des localisations très différentes et on constatera qu'effectivement le profit d'une firme augmente lorsque sa localisation devient plus proche de celle de sa concurrente. Ce résultat est vérifié lorsque l'une des firmes est localisée dans l'intervalle $\left[0, \frac{1}{4}\right]$ et l'autre firme dans l'intervalle $\left[\frac{3}{4}, 1\right]$. En revanche, il ne peut pas être étendu aux cas où les firmes choisissent des localisations dans l'intervalle $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$. En effet, Vickrey (1964) et d'Aspremont, Gabszewicz et Thisse (1979) ont montré que, lorsque les localisations des firmes sont proches (mais pas parfaitement identiques[3]), il n'existe pas d'équilibre en stratégies pures dans le jeu de la seconde étape où les firmes choisissent simultanément leurs prix[4].

D'Aspremont, Gabszewicz et Thisse (1979) proposent de contourner le problème en choisissant une autre forme fonctionnelle pour les coûts de transports : la forme quadratique. C'est la solution la plus souvent adoptée et celle qu'on a retenue dans la section précédente.

Osborne et Pitchik (1987) cherchent à calculer les équilibres en stratégies mixtes de la seconde étape du jeu, puis à résoudre la première étape. L'exercice s'avère redoutablement complexe et les auteurs ont dû se contenter de solutions "approximatives" estimées en ayant recours à des simulations numériques. En reportant les résultats de ces simulations dans les fonctions de profit de la première période, les auteurs trouvent que les firmes choisissent des localisations proches de $x_1 = 0,27$ et $x_2 = 0,73$.

Anderson (1987) retient une troisième solution pour éliminer le problème de l'inexistence d'un équilibre en stratégies pures lors de l'étape de concurrence en prix. Il fait l'hypothèse que les firmes choisissent leur prix séquentiellement. La discontinuité des fonctions de réaction des firmes pose un problème d'existence d'équilibre lorsque les firmes jouent simultanément, mais pas lorsqu'elles jouent séquentiellement. Lorsque les choix de localisations de l'étape 1 sont simultanés, on obtient un continuum d'équilibres. L'auteur passe assez vite sur ce cas qui ne donne pas de réponses claires et se concentre sur les timings séquentiels. Il assigne à la firme 2 le rôle de leader lors de l'étape de concurrence en prix. Si la firme 1 choisit sa localisation en premier lors de la première étape, elle choisit de se placer au centre du segment ($x_1 = 0,5$) et la firme 2 se localise en $x_2 = 0,869$ (ou en $x_2 = 0,131$). La firme 2 choisit ensuite $p_2 = 1,185t$ et la firme 1 fixe un prix supérieur $p_1 = 1,277t$. Les profits sont égaux à $\pi_1 = 0,815t$ et $\pi_2 = 0,428t$. Si la firme 2 choisit sa localisation en premier, elle se localise en $x_2 = 0,796$ (ou $0,204$). La firme 1 se place alors en $x_1 = 0$ (respectivement $x_1 = 1$). La firme 2 choisit $p_2 = 1,398t$ et la firme 1 $p_1 = 1,097t$. Les profits des firmes sont égaux à $\pi_1 = 0,602t$ et $\pi_2 = 0,631t$.

Autres formes de coûts : Economides (1986) étudie les cas où les coûts de transport sont égaux à la distance parcourue élevée à la puissance α où $\alpha \in [1, 2]$. Lorsque $\alpha = 1$, les coûts de transport sont linéaires comme dans Hotelling (1929). Lorsque $\alpha = 2$, les coûts de transport sont linéaires comme dans D'Aspremont,

[3] Lorsque les localisations des firmes sont identiques, un équilibre en prix existe dans lequel les deux firmes choisissent un prix égal à leur coût marginal.

[4] Hotelling (1929) semble ne pas avoir vu ce problème. Il signale, dans son article, que les formules sont un peu différentes lorsque les produits sont proches mais que cela n'affecte pas les résultats. Il explique qu'il l'a vérifié, mais il ne donne pas ses calculs.

Gabszewicz et Thisse (1979). Lorsque α se rapproche de 1, il existe des localisations pour lesquelles il n'existe pas d'équilibre en prix en stratégies pures. Economides (1986) adopte la méthodologie suivante : il calcule les équilibres en prix pour des localisations des firmes symétriques et, lorsque ces équilibres existent, il teste si les firmes souhaitent modifier légèrement leur localisation. L'auteur retient donc comme équilibres les couples de localisation pour lesquels il existe un équilibre en prix en stratégies pures et pour lesquels aucune firme ne souhaite modifier marginalement sa localisation. Il obtient que, pour $\alpha \geq 5/3$, les firmes se localisent aux extrémités du segment. Pour les valeurs plus faibles de α, les localisations d'équilibre sont intérieures et plus α est faible plus les firmes se localisent près du centre. Dans cette zone, une firme se localise en $\frac{5}{4} - \frac{3}{4}\alpha$ et l'autre firme choisit la localisation symétrique. Lorsque α devient proche de 1, il n'existe plus de localisations d'équilibre dans la zone où le jeu admet un équilibre en prix en stratégies pures. Les firmes ne choisissent donc pas toujours la différenciation maximale, mais la différenciation minimale n'est jamais un équilibre du jeu.

3.3 Distribution non-uniforme des consommateurs

Une autre hypothèse que l'on peut souhaiter modifier est celle faite sur la distribution des consommateurs. Dans le modèle de base, on suppose que cette distribution est uniforme. Cette hypothèse n'est pas toujours réaliste.

Neven (1986) a remplacé la distribution uniforme des consommateurs du modèle de base par des distributions où le nombre de consommateurs au centre du segment est plus élevé qu'aux extrémités. Cependant, lorsque la concentration au centre devient trop forte, un équilibre en prix en stratégies pures peut ne pas exister pour certaines localisations de firmes. Neven (1986) a donc limité son étude aux distributions qui ne présentent pas une concentration trop élevée et il a limité sa recherche à des équilibres où les deux firmes choisissent des localisations symétriques. Les firmes choisissent de se localiser aux extrémités du segment lorsque la distribution des consommateurs est uniforme et peu concentrée. Les firmes se rapprochent du centre du segment lorsque la distribution devient plus concentrée. Les localisations les plus proches du centre du segment obtenues par l'auteur sont $\frac{1}{8}$ et $\frac{7}{8}$. Lorsque la concentration devient encore plus concentrée, il n'existe plus d'équilibre en prix en stratégies pures.

Tabuchi et Thisse (1995) ont analysé les localisations choisies par les firmes lorsque la densité des consommateurs était triangulaire (et symétrique autour du point 1/2). Formellement, la densité à l'adresse x est donnée par $f(x) = 2 - 2|2x-1|$. Les auteurs montrent qu'à l'équilibre, les firmes ne choisissent plus des localisations symétriques. Cette disparition de la symétrie est due à la non-dérivabilité de $f(x)$ en $\frac{1}{2}$. Les fonctions de profit deviennent discontinues autour du point $\frac{1}{2}$ lorsque cette adresse est celle du consommateur marginal. Si les firmes ne sont pas autorisées à se localiser en dehors de l'intervalle $[0,1]$, alors les localisations d'équilibre sont $x_1^* = 0$ et $x_2^* = \frac{\sqrt{33}-3}{\sqrt{2\sqrt{33}+2}} \simeq 0,7470$ (ou la situation symétrique). La modification de la distribution des consommateurs entraîne donc une différenciation plus faible des deux firmes, ce qui était prévisible, et une asymétrie des localisations des firmes, ce qui était nettement moins prévisible.

3.4 Consommateurs ayant des goûts hétérogènes

Dans l'interprétation géographique du modèle, on a supposé que les firmes vendaient des biens homogènes mais à des endroits différents. Dans cette interprétation, si les deux firmes choisissent de localiser leurs points de vente au même endroit, les consommateurs perçoivent leurs produits comme parfaitement identiques. On peut modifier cette hypothèse et supposer que les consommateurs perçoivent les firmes comme intrinsèquement différentes et que chaque consommateur a une préférence plus ou moins importante pour l'une des firmes.

De Palma, Ginsburgh, Papagergiou et Thisse (1985) proposent de modéliser les préférences des consommateurs de la façon suivante. L'utilité du consommateur localisé au point x lorsqu'il consomme une unité du bien produit par la firme i est égale à :

$$u_i(x) = a - p_i - t\left|x - x_i\right| + \mu\varepsilon_i$$

où ε_i est un variable aléatoire dont l'espérance est égale à 0 et la variance égale à 1. Les auteurs reprennent, donc, la formulation habituelle mais ajoutent un terme aléatoire $\mu\varepsilon_i$ qui représente la préférence intrinsèque de chaque consommateur pour chacune des firmes. Si $\mu = 0$, les consommateurs sont identiques et on retrouve la formulation habituelle. Si μ est positif, plus sa valeur est élevée et plus les consommateurs vont être hétérogènes. Quand μ augmente, la perception qu'ont les consommateurs des firmes gagne en importance dans leur choix par rapport aux différences de prix et aux différences de localisation des firmes. Avec cette formulation, les marchés des différentes firmes se sont pas distincts. Chacune des firmes attire des consommateurs venus de toutes les parties de la ville, mais elle attire une plus grande partie des consommateurs qui sont situés plus proche d'elle que de ses concurrentes.

Si μ est élevé, les consommateurs ont des préférences hétérogènes pour les firmes, leurs décisions d'achat dépendent moins des prix relatifs des firmes. Les firmes peuvent donc conserver des marges positives même si elles se localisent au même endroit que leurs concurrentes. Les préférences hétérogènes des consommateurs atténuent la concurrence en prix entre les firmes et affaiblissent leur incitation à s'éloigner des autres firmes. Un équilibre où toutes les firmes se localisent au centre du marché devient alors possible.

3.5 Coûts de recherche pour les consommateurs

Les firmes peuvent avoir intérêt à choisir la même localisation que leurs concurrentes pour diminuer les coûts de recherche des consommateurs et les attirer vers des surfaces commerciales plus importantes.

Stahl (1982) a développé cette idée. Dans son modèle, N firmes choisissent simultanément leur localisation. Chacune de ces firmes propose une variété différente d'un même bien. Chacune des firmes fixe un prix identique, qui est exogène[5]. Les consommateurs connaissent la localisation des firmes et l'ensemble des variétés offertes, mais ils ignorent quelle firme vend chacune des variétés. Pour observer quelle variété une firme vend, un consommateur doit se déplacer jusqu'à la firme et observer la variété vendue. Les consommateurs subissent un coût de transport linéaire. L'auteur pose que les consommateurs ne peuvent visiter qu'un seul emplacement. Cependant, si plusieurs firmes sont localisées au même endroit, le consommateur qui s'y rend observe toutes les variétés vendues à cet endroit. Après cette observation, le consommateur décide d'acheter la variété qu'il préfère parmi celles disponibles à cet endroit ou de ne pas acheter. Pour un même coût de transport, un consommateur préfère donc se rendre à l'endroit où un plus grand nombre de variétés est disponible. Se localiser au même endroit que ses concurrentes permet à une firme de faire connaître sa variété à un plus grand nombre de consommateurs (*market area effect*), mais les consommateurs qui se sont rendus en ce point se partagent ensuite entre les différentes variétés (*substitution effect*). La concentration permet d'attirer plus de consommateurs. L'éloignement permet de vendre à une plus grande proportion des consommateurs qui visitent le magasin de la firme. L'auteur montre que, pour certaines valeurs des paramètres, les firmes ne souhaitent pas s'isoler. Chacune des firmes va donc choisir le même emplacement qu'au moins une autre firme. Dans certains cas, toutes les firmes se localisent au même endroit.

Dudey (1990) propose un autre modèle où le manque d'information des consommateurs conduit les firmes à s'agglomérer. Dans ce modèle, les consommateurs connaissent les variétés vendues par les firmes mais ils doivent se déplacer pour observer les prix fixés par les firmes. Les consommateurs préfèrent se rendre à des endroits où un grand nombre de firmes sont présentes, car ils anticipent que la concurrence entre ces firmes a incité ces firmes à fixer des prix plus faibles. Cet effet peut inciter les firmes à se regrouper pour attirer un plus grand nombre de consommateurs, même si cette agglomération les oblige à réduire leur prix.

3.6 Limites à la concurrence en prix

Les firmes cherchent à différencier leurs produits au maximum pour réduire la concurrence en prix. Cependant, sur certains marchés, les firmes ne choisissent pas librement leurs prix. Les prix peuvent être régulés par les autorités publiques. Les détaillants peuvent, aussi, se voir imposer des contraintes dans le choix des prix par leurs fournisseurs. Enfin, les firmes s'entendent, parfois, pour renoncer à se livrer une concurrence en prix en passant des accords de collusion tacite. Ces différentes causes de limitation de l'intensité de la concurrence en prix peuvent conduire les firmes à réduire la différenciation entre leurs produits.

[5] Cette hypothèse est la plus criticable du modèle. Elle est faite essentiellement pour des raisons techniques.

Collusion tacite : Jehiel (1992) et Friedman et Thisse (1993) étudient des modèles de semi-collusion dans lesquels deux firmes choisissent leur localisation simultanément et non-coopérativement avant de se livrer une concurrence en prix infiniment répétée. Lors de cette seconde phase, les firmes peuvent se livrer à une collusion tacite. Les firmes choisissent alors de s'agglomérer au centre du segment[6] : $x_1 = x_2 = 1/2$.

Incertitude sur la qualité des produits : Bester (1998) propose une explication endogène à la rigidité des prix à la baisse. Dans ce modèle, les firmes choisissent la qualité du bien qu'elles vendent. Deux qualités sont possibles : faible et élevée. La qualité faible a un coût unitaire de production plus faible que la qualité élevée. Les consommateurs ne peuvent pas observer la qualité du bien avant l'achat. Mais, ils la découvrent en consommant le bien. Le bien est donc un *bien d'expérience.* Si les consommateurs n'achetaient qu'une seule fois le bien, les firmes n'auraient aucune incitation à fournir un bien de qualité élevée. Les deux biens peuvent être vendus au même prix et le bien de qualité faible a un coût de production inférieur. En revanche, si les achats sont répétés, les firmes peuvent être incitées à se constituer une réputation de qualité. Le mécanisme est le suivant : les consommateurs achètent le bien et ne renouvellent leur achat que si la firme leur a fourni des biens de qualité élevée. En fournissant une qualité faible, les firmes réalisent un profit immédiat plus élevé mais elles ne pourront plus vendre dans le futur. Au contraire, si les firmes vendent des produits de qualité, elles conservent leurs clients. Les firmes choisissent de fournir des biens de qualité élevée si et seulement si la marge qu'elles réalisent sur ces biens compense le gain immédiat qu'elles pourraient réaliser en vendant des biens de qualité faible. Les biens de qualité élevée doivent donc être vendus à un prix supérieur à leur coût de production pour que les firmes soient incitées à ne pas tricher sur la qualité. Ce mécanisme introduit donc une rigidité des prix à la baisse. Si une firme diminue son prix pour essayer de prendre des clients à sa concurrente, les consommateurs révisent leurs anticipations sur la qualité vendue par cette firme et renoncent à lui acheter des biens qu'ils anticipent être de faible qualité. Donc, même si les localisations des firmes deviennent très proches, les prix ne peuvent pas descendre au-dessous d'un certain niveau pour convaincre les consommateurs de leur qualité élevée. La convergence des firmes vers le centre de la ville n'entraîne donc plus nécessairement une concurrence en prix accrue.

3.7 Coûts de production

Tous les modèles précédents supposent que les coûts de production des firmes sont indépendants de leur choix de localisation. Ce n'est pas nécessairement le cas en pratique. Si on interprète le modèle comme un modèle de choix de localisation géographique, le prix d'acquisition des terrains et les loyers des magasins varient selon les localisations. Si le segment d'Hotelling représente une région suffisamment grande, les salaires peuvent aussi changer selon les localisations et donc entraîner des différences de coût de production pour les firmes.

[6] Les localisations sont différentes si les firmes sont autorisées à faire des paiements latéraux (Jehiel, 1992).

Si on interprète le modèle comme un modèle de choix de *design* de produits, certaines variétés peuvent être plus difficiles à concevoir (coût fixe plus élevé) ou plus coûteuses à produire (coût unitaire plus élevé).

Coûts fixes d'installation : Hinloopen et Martin (2017) introduisent dans le modèle de duopole d'Hotelling un coût fixe d'installation qui dépend de la localisation choisie. L'interprétation la plus naturelle est que les firmes paient un loyer qui dépend de leur localisation. Le reste du modèle est très classique. Lors de la première étape, les firmes choisissent simultanément leur localisation sur $[0, 1]$. Lors de la seconde, les firmes se livrent une concurrence en prix.

Les auteurs commencent par étudier le cas où les coûts de transport sont linéaires (td). Dans le modèle habituel, les loyers sont supposés indépendants des localisations des firmes et normalisés à 0. Dans ce cas, les firmes sont incitées à se rapprocher du centre du segment, mais il n'existe pas d'équilibre en stratégies pures lors de la deuxième étape si les firmes sont trop proches. Le modèle n'admet donc pas d'équilibres de Nash parfait en stratégies pures. L'introduction de loyers dépendant des localisations permet de résoudre ce problème d'inexistence. Si la fonction reliant les loyers aux localisations a une forme en U inversé, le problème peut disparaître. Cette forme est assez naturelle si on pense aux loyers de magasins situés dans des villes européennes. Les loyers sont sensiblement plus élevés dans le centre des villes que dans la périphérie. Si la pente de la fonction est suffisamment élevée, les firmes ont intérêt à se localiser en dehors de l'intervalle $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$. Dans ce cas, il existe un équilibre en stratégies pures lors de l'étape de concurrence en prix. Les auteurs montrent alors que les localisations des firmes sont des substituts stratégiques (si une firme se rapproche du centre, l'autre s'en éloigne) et que les firmes se rapprochent du centre lorsque les coûts de transport augmentent (i.e. lorsque t augmente).

Les auteurs analysent ensuite le cas où les coûts de transport sont quadratiques (td^2). Dans le cas traditionnel où les loyers sont identiques pour toutes les localisations et normalisés à 0, les firmes se localisent aux deux extrémités du segment. Si la fonction reliant les localisations aux loyers a une forme en U inversé, ce résultat est renforcé. En revanche, si cette fonction est en U, les localisations d'équilibre peuvent changer. Les auteurs soulignent qu'une forme en U peut correspondre aux loyers dans certaines agglomérations américaines où les centre-villes sont plus pauvres que certains quartiers périphériques. Une forme en U peut aussi exister si on interprète le loyer comme un coût fixe de mise au point dans un modèle de choix de *design* de produit. Si la pente de la fonction en U est suffisamment forte, les firmes abandonnent les extrémités du segment et choisissent des localisations intérieures. Les auteurs montrent que les localisations des firmes sont des substituts stratégiques. Une augmentation de t incite les firmes à s'éloigner du centre. Si la pente de la fonction en U des coûts fixes est très forte, les deux firmes peuvent se situer très proche du centre à l'équilibre.

Choix de localisation et de R&D avec *spillovers* : Piga et Poyago-Theotoky (2005) étudient un jeu de duopole comprenant trois étapes. Lors de la première, les firmes choisissent simultanément leur localisation sur un segment $[0,1]$ à la Hotelling. Lors de l'étape 2, les firmes choisissent un niveau de R&D. Ces dépenses de R&D permettent d'augmenter la qualité du produit vendu par la firme. Les programmes de R&D des firmes dégagent des *spillovers*. L'importance de ces *spillovers* est une fonction décroissante de la distance entre les firmes. L'augmentation de qualité du produit de la firme i est égale à :

$$Y_i = y_i + (1 - x_2 + x_1)\, y_j$$

où y_i et y_j sont les dépenses de R&D des firmes i et j et x_1 et x_2 sont les localisations choisies par les firmes 1 et 2. Enfin, lors de la troisième étape, les firmes se livrent une concurrence en prix.

Dans ce modèle, la concurrence en prix de l'étape 3 incite les firmes à choisir des localisations les plus éloignées possibles pour atténuer le degré de concurrence (les coûts de transports des consommateurs sont quadratiques) ; mais, parallèlement, l'existence des *spillovers* incite les firmes à se rapprocher pour profiter des efforts de R&D de leur concurrente. Si le coût de transport des consommateurs est élevé, le premier effet domine et les firmes choisissent de se localiser aux deux extrémités du segment. Si le coût de transport est plus faible, les deux effets sont d'ampleur comparables et les firmes choisissent des localisations intérieures. Les firmes ne choisissent, cependant, jamais la même localisation car la concurrence en prix supprimerait la possibilité de réaliser un profit positif.

4 Nombre de variétés offertes

Les deux sections précédentes étudiaient la localisation des produits lorsque le nombre de variétés était exogène. On va maintenant s'intéresser à un autre problème. On va laisser de côté le problème du design des produits et on va étudier le nombre de variétés offertes à l'équilibre. On suppose qu'il existe un grand nombre de firmes potentielles identiques et on s'intéresse au nombre de firmes qui entrent sur le marché. Pour cela, il est en fait plus commode de considérer une ville circulaire avec une distribution uniforme des consommateurs. L'article de référence traitant ce problème est Salop (1979)[7].

Hypothèses du modèle de la ville circulaire : Des consommateurs sont uniformément répartis sur un cercle dont le périmètre est égal à 1. La densité sur le cercle est égale à 1, et tous les déplacements se font le long du cercle.

Exemple : ville autour d'un lac, route cotière bordant une île montagneuse et volcanique, supermarchés le long d'un périphérique (la ville étant difficile à traverser en voiture), horaires de départs d'avion, etc.

[7] Vickrey (1964) avait déjà largement étudié le problème, mais son travail n'avait pas attiré l'attention.

Les consommateurs souhaitent acheter une unité du bien. Ils ont un coût de transport unitaire t. Ils retirent de la consommation du bien un surplus brut égal à $\overline{s}$.

Chaque firme ne peut retenir qu'une seule localisation.

Le coût fixe d'entrée est égal à f. Le coût marginal de production est égal à c.

Le jeu se décompose en deux étapes. Lors de la première, les entrants potentiels choisissent d'entrer ou non. Soit n le nombre des firmes qui entrent. **Ces firmes ne choisissent pas leur localisation ; elles sont localisées automatiquement à la même distance les unes des autres sur le cercle**. Ainsi, une différenciation maximale est imposée de façon exogène. Lors de la seconde étape, ces localisations étant données, les entreprises se font concurrence en prix.

Par souci de réalisme, on pourrait souhaiter que les firmes choisissent leurs localisations, soit en même temps soit après leur décision d'entrée, plutôt qu'un commissaire-priseur qui choisit le schéma particulier des localisations. Cependant, l'objet du modèle de Salop n'est pas l'examen des choix particuliers de produits mais plutôt l'étude de l'importance de l'entrée. L'élimination du choix des localisations permet l'étude du problème de l'entrée de façon simple et calculable.

Seconde étape : Supposons que n firmes soient entrées sur le marché.

Puisqu'elles sont localisées de façon symétrique, il est raisonnable de chercher un équilibre dans lequel elles font toutes payer le même prix p. On considère seulement le cas où il y a assez de firmes sur le marché (ce qui correspond à f pas trop grand) pour que les firmes soient vraiment en concurrence les unes avec les autres. En pratique, la firme i n'a que 2 concurrents véritables : les deux firmes qui l'entourent.

Supposons que la firme i choisisse le prix p_i. Un consommateur localisé à la distance $x \in [0; 1/n]$ de la firme i est indifférent entre acheter à la firme i et acheter au voisin le plus proche de i si :

$$p_i + tx = p + t\,(1/n - x)$$

La demande qui s'adresse à la firme i est donc égale à :

$$D_i\,(p_i, p) = 2x = \frac{p + t/n - p_i}{t}$$

La fonction de profit de la firme i est donc :

$$\pi_i\,(p_i) = (p_i - c)\,\frac{p + t/n - p_i}{t} - f$$

En dérivant, on obtient :

$$\frac{\partial \pi_i\,(p_i)}{\partial p_i} = \frac{p + t/n - p_i}{t} + (p_i - c)\,\frac{-1}{t} = \frac{p + t/n - 2p_i + c}{t}$$

$$\frac{\partial \pi_i(p_i)}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{p + t/n - 2p_i + c}{t} = 0 \Leftrightarrow p_i = \frac{1}{2}(p + t/n + c)$$

En posant $p_i = p$, on obtient :

$$p = \frac{1}{2}(p + t/n + c) \Leftrightarrow p = c + t/n$$

Première étape : Le nombre de firmes est déterminé par la condition de profit nul :

$$\pi = (p - c)\frac{1}{n} - f = \frac{t}{n^2} - f$$

$$\pi = 0 \Leftrightarrow \frac{t}{n^2} - f = 0 \Leftrightarrow \frac{t}{f} = n^2 \Leftrightarrow n = \sqrt{t/f}$$

A l'équilibre, on a donc :

$$n^c = \sqrt{t/f} \text{ et } p^c = c + \sqrt{tf}$$

Le prix d'équilibre est supérieur au coût marginal. Les firmes ne font cependant pas de profits.

Une augmentation du coût d'entrée provoque une diminution du nombre de firmes et une augmentation du prix d'équilibre.

Un accroissement du coût de transport augmente le nombre de firmes.

Lorsque f tend vers 0, le nombre de firmes devient très grand et le prix tend vers le coût marginal. Donc si les coûts d'entrée sont très bas, chaque consommateur achète un produit très proche de son produit préféré, et le marché est approximativement concurrentiel.

Nombre de firmes socialement optimal : Pour obtenir l'optimum social, on n'a pas à considérer le surplus brut des consommateurs (s), puisqu'il est le même qu'en cas de concurrence imparfaite. Un planificateur choisit $n = n^*$ de façon à minimiser la somme des coûts fixes et des coûts de transport supportés par les consommateurs :

$$\min_n \left[nf + t\left(2n \int_0^{1/2n} x dx\right)\right]$$

Or

$$t\left(2n \int_0^{1/2n} x dx\right) = 2nt\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^{1/2n} = 2nt\left(\frac{1}{2}\frac{1}{4n^2} - \frac{1}{2}0\right) = \frac{t}{4n}$$

Le programme de minimisation devient :

$$\min_n \left(nf + \frac{t}{4n}\right)$$

On dérive par rapport à n :

$$\frac{\partial}{\partial n} = f - \frac{t}{4n^2} = 0 \Leftrightarrow n^* = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{t}{f}}$$

En comparant avec le résultat précédent, on obtient :

$$n^* = \frac{1}{2} n^c$$

Le marché génère trop de firmes. Les firmes ont trop d'incitation à entrer. L'entrée est socialement justifiée par l'économie des coûts de transport. En revanche, l'incitation privée à entrer est liée à la possibilité de "prendre le marché" à d'autres firmes, tout en étant capable d'imposer une marge. Cet effet est parfois appelé "effet de détournement de commerce".

5 Principaux points à retenir

- La démarche pour résoudre les modèles de base.

- Les firmes souhaitent différencier leurs produits pour atténuer la concurrence en prix. Cet effet est très fort et peut amener les firmes à choisir des localisations extrêmes, voire à se localiser en dehors de la ville.

- Il existe, cependant, des effets de sens opposés qui peuvent conduire les firmes à réduire la différenciation de leurs produits. Ces effets sont présentés dans la section 3. Il n'est pas nécessaire de retenir par coeur l'intégralité de cette section. Mais, il faut retenir quelques uns de ces effets et être capable d'écrire 2 à 3 pages sur ce thème.

- Dans le modèle de base de la ville linéaire (avec coûts de transport quadratiques), la différenciation des produits est trop forte par rapport à ce qui est socialement souhaitable.

- Dans le modèle de Salop (1979), le nombre de firmes à l'équilibre de libre entrée est supérieur au nombre socialement optimal.

6 Lectures conseillées

Le chapitre 7 de Tirole (1988) est consacré à la différenciation des produits. Le chapitre de ce cours sur les barrières à l'entrée contient une section sur la prolifération des produits ou leurs localisations comme barrières à l'entrée. Le chapitre sur les fusions contient une section sur les effets d'une fusion (sur les prix et sur la localisation des produits) dans ce type de modèles. La lecture de Gabszewicz (2006) et d'Encaoua (1989) permet d'approfondir certains points.

References

[1] d'ASPREMONT C, J. JASKOLD GABSZEWICZ et Jacques-François THISSE (1979), On Hotelling's "stability in competition", *Econometrica*, 47 (5), 1145-1150.

[2] BESTER Helmut (1998), Quality uncertainty mitigates product differentiation, *Rand Journal of Economics*, 29 (4), 828-844.

[3] DENZAU A., A. KATS et S. SLUTSKY (1985), Multi-agent equilibria with market share and ranking objectives, *Social Choice and Welfare*, 2, 95-117.

[4] DUDEY Marc (1990), Competition by choice: the effect of consumer search on firm location decisions, *American Economic Review*, 80 (5), 1092-1104.

[5] EATON B.C. et R.G. LIPSEY (1975), The principle of minimum differentiation reconsidered: some new developments in the theory of spatial competition, *Review of Economic Studies*, 42, 27-49.

[6] ECONOMIDES Nicholas (1984), The principle of minimum differentiation revisited, *European Economic Review*, 24, 345-368.

[7] ECONOMIDES Nicholas (1986), Minimal and maximal product differentiation in Hotelling's duopoly, *Economics Letters*, 21, 67-71.

[8] ENCAOUA David (1989), Différenciation des produits et structures de marché : un tour d'horizon, *Annales d'Economie et de Statistique*, 15/16, 51-83.

[9] FRIEDMAN James W. et Jacques-François THISSE (1993), Partial collusion fosters minimum product differentiation, *Rand Journal of Economics*, 24 (4), 631-645.

[10] GABSZEWICZ Jean (2006), *La différenciation des produits*, La découverte, Repères n°470.

[11] HINLOOPEN Jeroen et Stephen MARTIN (2017), Costly location in Hotelling duopoly, *Research in Economics*, 71, 118-128.

[12] HOTELLING Harold (1929), Stability in competition, *Economic Journal*, 39, 41-57.

[13] JEHIEL P. (1992), Product differentiation and price collusion, *International Journal of Industrial Organization*, 10, 633-641.

[14] NEVEN Damien (1986), On Hotelling's competition with non-uniform costumer distributions, *Economics Letters*, 21, 121-126.

[15] de PALMA A., Victor GINSBURGH, Y. PAPAGEORGIOU et J-F. THISSE (1985), The principle of minimum differentiation holds under sufficient heterogeneity, *Econometrica*, 53 (4), 767-781.

[16] PIGA Claudio et Joanna POYAGO-THEOTOKY (2005), Endogenous R&D spillovers and locational choice, *Regional Science and Urban Economics*, 35, 127-139.

[17] PRESCOTT Edward C. et Michael VISSCHER (1977), Sequential location among firms with foresight, *Bell Journal of Economics*, 8, 378-393.

[18] SALOP S. C. (1979), Monopolistic competition with outside goods, *Bell Journal of Economics*, 10, 141-156.

[19] SCHMIDT Robert C. (2009), Welfare in differentiated oligopolies with more than two firms, *International Journal of Industrial Organization*, 27, 501-507.

[20] STAHL Konrad (1982), Differentiated products, consumer search, and locational oligopoly, *Journal of Industrial Economics*, 31 (1/2), 97-113.

[21] TABUCHI Takatoshi et Jacques-François THISSE (1995), Asymmetric equilibria in spatial competition, *International Journal of Industrial Organization*, 13, 213-227.

[22] TIROLE Jean (1988), *The Theory of Industrial Organization*, MIT Press, Cambridge [Traduction française : Théorie de l'organisation industrielle, Economica, 1993 et 1995]. Chapitre 7.

[23] VICKREY William S. (1964), *Microstatics*, Harcourt, Brace and World, New-York [Les pages 329 à 336 ont été republiées, en 1999, sous le titre *Spatial competition, monopolistic competition, and optimal product diversity*, *International Journal of Industrial Organization*, 17, 953-963].