

# Etendue des accords de collusion : une application aux choix technologiques de flexibilité\*

Armel JACQUES<sup>†</sup>

21 mars 2010

**Résumé :** On étudie la possibilité pour les firmes d'étendre un accord de collusion portant sur les quantités aux choix technologiques. Dans un premier temps, l'étendue de l'accord est exogène. Les accords de semi-collusion conduisent à des investissements plus importants en flexibilité tandis que les accords de collusion totale réduisent les investissements. On endogénéise, ensuite, l'étendue des accords de collusion. Les firmes choisissent des accords de collusion étendus lorsque le degré de différenciation des biens et le facteur d'actualisation ont des valeurs intermédiaires. Un renforcement de la politique de la concurrence favorise les accords de semi-collusion au détriment des accords de collusion totale et provoque une augmentation des investissements des firmes.

**Abstract :** We study the scope of collusion agreements. If firms collude only on quantities (semi-collusion), they invest more in flexible technologies than without collusion ; whereas, if firms collude on quantities and on technologies (full-collusion),

---

\*Je remercie les rapporteurs de la revue pour leurs remarques, pertinentes et constructives, qui ont permis d'améliorer très sensiblement ce travail. Je reste seul responsable des imperfections subsistantes.

<sup>†</sup>CEMOI, Université de La Réunion, Faculté de Droit et d'Economie, 15, avenue René Cassin, 97715 Saint-Denis messag cedex 9. Tél : 02.62.93.84.35. Email : Armel.Jacques@univ-reunion.fr.

they invest less. Then, we endogenize the scope of the collusion agreements. Firms choose full-collusion when product differentiation and actualisation factor have intermediate values. A more severe antitrust policy incites firms to choose semi-collusion rather than full collusion and to increase their investments in flexibility.

# 1 Introduction

Depuis l'article de Friedman (1971), la collusion a été l'objet d'un grand nombre d'études<sup>1</sup>. Cependant, malgré cette multiplication des travaux, certains aspects du problème semblent encore méconnus. Whinston (2006) note, par exemple, que les économistes n'ont pas encore une bonne connaissance des nécessités de communication entre les firmes pour mettre en place des accords de collusion alors que ce point semble primordial, puisque c'est essentiellement l'échange régulier entre les firmes de données désagrégées que les législations interdisent. Un autre point important, en partie lié au précédent, est l'étendue des accords de collusion. Il est souvent avancé que, lorsque les firmes s'entendent pour limiter l'intensité de la concurrence en prix ou en quantités, la concurrence qu'elles se livrent dans d'autres dimensions (publicité, services annexes, innovation des produits, nombre de points de vente, investissements en capacités, etc) peut devenir plus vive. Plusieurs travaux ont ainsi montré que cette intensification de la concurrence dans les autres dimensions pouvait dominer les effets de la réduction de la concurrence en prix et en quantités et entraîner une réduction des profits obtenus dans ces modèles de semi-collusion au-dessous du niveau des profits obtenus en l'absence de collusion (Fershtman et Gandal, 1994 ; Jacques, 2006). On peut alors s'interroger sur les facteurs qui empêchent les firmes d'étendre leur accord de collusion à ces autres dimensions pour augmenter leurs profits. On avance souvent que ces autres dimensions sont plus difficiles à observer et à contrôler. Mais, généralement, l'étendue des accords est fixée de façon exogène par hypothèse et n'est pas un résultat des modèles. En outre, les économistes divergent sur l'hypothèse retenue. Certaines études supposent que les firmes font un premier choix de façon non-coopérative et ne s'engagent qu'ensuite dans un accord de collusion tacite ne portant que sur les prix ou les quantités<sup>2</sup>. D'autres études, au contraire, supposent que l'accord de collusion peut être étendu à ce premier choix et qu'une déviation lors de ce premier choix entraîne l'annulation de l'accord de collusion sur les prix ou les

---

<sup>1</sup>Voir Jacques (2009) pour une synthèse.

<sup>2</sup>C'est le cas notamment de Davidson et Deneckere (1990) et Fershtman et Gandal (1994), où les firmes choisissent leurs capacités de façon non-coopérative, de Jehiel (1992) et Friedman et Thisse (1993), où les firmes choisissent non-coopérativement la localisation de leur produit, de Brod et Shivakumar (1999), où les firmes choisissent des niveaux de R&D et de Jacques (2006), où les firmes choisissent une technologie flexible ou dédiée, qui détermine l'étendue de leur gamme de production.

quantités<sup>3</sup>. Le lien établi entre l'accord de collusion sur les prix et la coopération dans d'autres dimensions est parfois un peu différent. Par exemple, Martin (1995) montre que les firmes peuvent renforcer la stabilité d'un accord de collusion en liant la continuation d'une recherche commune dans une *joint-venture* au respect de l'accord de collusion. Les études divergent donc sur les hypothèses faites quant à la possibilité d'étendre les accords de collusion à d'autres dimensions que les prix ou les quantités produites. Si l'étendue des accords de collusion dépend des possibilités des firmes d'observer et de contrôler les choix de leurs concurrentes dans ces autres dimensions, il est probable qu'elle varie d'une industrie à l'autre. Retenir la même hypothèse dans toutes les études ne permet donc pas de couvrir toutes les situations rencontrées en pratique. Il semble donc pertinent d'étudier les équilibres obtenus dans des modèles de semi-collusion et ceux obtenus dans des modèles où la collusion totale est possible. Cependant, l'étude en parallèle de ces deux familles de modèles doit être complétée d'une recherche permettant de déterminer dans quelles situations chacun des modèles semble le plus pertinent.

Dans cet article, on étudie les choix technologiques de flexibilité des firmes en fonction de l'étendue des accords de collusion possibles. La flexibilité est une dimension importante de la stratégie des firmes. Les possibilités de modifier rapidement le rythme de production, de changer le design des biens produits à un coût faible, de produire une gamme de biens étendue sur les mêmes chaînes de production, de remplacer un input par un autre, d'intégrer rapidement une innovation de procédé dépendent du degré de flexibilité des firmes. Ce dernier résulte des choix technologiques et organisationnels des firmes. L'adoption de chaînes de production très automatisées avec des robots polyvalents renforce la flexibilité des firmes et leurs possibilités de produire plusieurs biens dans le même site de production. L'organisation interne des firmes et la forme des contrats passés avec les fournisseurs de biens intermédiaires influencent aussi fortement la flexibilité des firmes. La flexibilité est un concept multidimensionnel. Cependant, dans les travaux formalisés, on se restreint généralement à n'étudier qu'une seule dimension de la flexibilité<sup>4</sup>. Dans cette étude, on se concentre sur la possibilité offerte par les chaînes de production flexibles d'étendre la gamme

---

<sup>3</sup>C'est notamment le cas de Chang (1992) et Häckner (1995) dans des modèles de choix de design des produits et de Pénard (1997) et Knittel et Lepore (2010) dans des modèles de choix de capacités.

<sup>4</sup>Voir Jacques (2003) pour une synthèse de la littérature.

des biens produits. Cet aspect de la flexibilité a déjà fait l'objet de plusieurs études. Deux résultats importants émergent de cette littérature. Premièrement, l'adoption des technologies flexibles renforce la concurrence entre les firmes que cette concurrence soit en quantités (Röller et Tombak, 1990) ou en prix (Norman et Thisse, 1999). Deuxièmement, l'apparition des technologies flexibles en renforçant la concurrence entre les firmes peut conduire à une réduction du nombre des firmes et à une plus forte concentration (Eaton et Schmitt, 1994, Norman et Thisse, 1999). Ces résultats ont, cependant, été obtenus en supposant que les firmes se faisaient réellement concurrence et qu'elles ne passaient pas d'accord de collusion. Jacques (2006) a commencé à explorer les interactions entre les choix technologiques de flexibilité et la collusion. Les principaux résultats de cette première étude sont les suivants. Premièrement, lorsque les firmes se livrent une concurrence à la Bertrand, la collusion peut être plus facilement soutenue lorsque les deux firmes ont des technologies flexibles que lorsqu'elles ont des technologies dédiées. Les technologies flexibles n'accroissent donc pas nécessairement la concurrence, même pour un nombre de firmes donné. Deuxièmement, la collusion peut être plus facile à soutenir lorsque l'une des firmes est équipée d'une technologie flexible et sa concurrente d'une technologie dédiée que lorsque les deux firmes sont équipées de la même technologie. Troisièmement, la zone des paramètres dans laquelle les deux firmes adoptent la technologie flexible est plus vaste dans le modèle avec semi-collusion que dans le modèle où la collusion est exclue par hypothèse. Quatrièmement, le coût de ces investissements supplémentaires en flexibilité peut dominer les gains de la collusion et provoquer une réduction du profit des firmes par rapport à la situation sans collusion. Cette première étude n'a, toutefois, pas épuisé le sujet et beaucoup de travail reste à fournir pour avoir une compréhension complète des interactions entre les choix technologiques de flexibilité et la collusion. Jacques (2006) suppose que les firmes choisissent leur technologie non-coopérativement avant de passer un accord de collusion tacite. Il étudie donc un modèle de semi-collusion et exclue les accords de collusion totale portant à la fois sur les prix ou les quantités et les choix technologiques des firmes. Cette hypothèse que les accords ne s'étendent pas aux choix technologiques est importante dans l'obtention des troisième et quatrième résultats. Si les accords de collusion peuvent être étendus, il est probable que les firmes essayeront de réduire les investissements en flexibilité afin d'accroître leurs profits. Dans cette étude, on recherche dans quelle mesure elles peu-

vent y parvenir. On caractérise donc les accords de collusion totale et on montre que la zone des paramètres pour laquelle les deux firmes choisissent la flexibilité est plus faible dans le modèle avec collusion totale que dans le modèle où la collusion est exclue. Jacques (2006) ne prenait pas non plus en compte la politique de la concurrence mise en place par de nombreux Etats pour dissuader la collusion. Seule la nécessité que l'accord soit auto-exécutoire était prise en considération. Dans cette étude, on introduit la possibilité que les accords de collusion soient détectés et les firmes sanctionnées. L'introduction de cette possibilité permet de rendre endogène le choix entre collusion totale, semi-collusion et absence de collusion. Toutefois, afin de simplifier le modèle, on pose des hypothèses telles que les accords de semi-collusion dominant toujours l'absence de collusion. On se focalise ainsi sur le choix entre semi-collusion et collusion totale. La collusion totale permet aux firmes de réduire la concurrence lors de la phase d'investissement initial. La contrepartie est que plus l'accord de collusion est étendu et plus il a de chances d'être détecté par les autorités de la concurrence. Les firmes doivent donc arbitrer entre une réduction des investissements initiaux et un risque accru de détection. On montre que les firmes choisissent un accord de semi-collusion lorsque l'étendue de l'accord n'a pas d'impact sur les choix technologiques, donc lorsque la différenciation entre les deux variétés du bien pouvant être produites à l'aide d'une technologie flexible est très forte ou très faible. Lorsque la différenciation des deux variétés est intermédiaire, les firmes choisissent un accord de collusion totale lorsque leur facteur d'actualisation est faible et un accord de semi-collusion lorsque leur facteur d'actualisation est élevé. Un accord de semi-collusion ressemble formellement à un investissement dans une "technologie de camouflage". Initialement, les firmes subissent un investissement plus élevé, mais, lors des périodes suivantes, la probabilité que leur accord de collusion soit détecté diminue. Avec cette métaphore, il apparaît intuitif que les firmes choisissent la semi-collusion lorsqu'elles valorisent fortement le futur et un accord de collusion totale lorsqu'elles le valorisent moins. On montre, enfin, qu'un renforcement de la politique de la concurrence (augmentation de la probabilité de détection, augmentation des amendes ou introduction d'un programme de clémence) favorise l'adoption d'un accord de semi-collusion au détriment des accords de collusion totale et provoque une augmentation des coûts fixes de l'industrie.

Le modèle est présenté dans la section 2. Les sections 3 et 4 caractérisent les

accords de collusion en fonction de leur étendue. Dans la section 5, on détermine les choix technologiques des firmes en fonction de l'étendue (exogène) des accords et en l'absence d'autorité de la concurrence. Dans la section 6, on introduit l'autorité de la concurrence et on détermine l'étendue de l'accord choisie par les firmes de façon endogène. La section 7 présente un scénario alternatif, dans lequel la collusion peut reprendre après qu'un accord a été détecté. On étudie les effets de l'introduction d'un programme de clémence dans la section 8.

## 2 Modèle

On commence par présenter le modèle général en distinguant les hypothèses faites sur les firmes et celles sur le fonctionnement de l'autorité de la concurrence. On introduit, ensuite, des restrictions sur les paramètres du modèle afin de concentrer l'analyse sur la comparaison de la semi-collusion et de la collusion.

### 2.1 Firmes

Le modèle<sup>5</sup> comprend deux firmes, 1 et 2, et deux biens différenciés, A et B. Le jeu se décompose en deux phases. Lors d'une première phase, les firmes choisissent simultanément leur technologie. La firme 1 a le choix entre une technologie dédiée (D) lui permettant de ne produire que le bien A et une technologie flexible (F) lui permettant de produire les deux biens. La firme 2 a la possibilité d'adopter une technologie dédiée, permettant de produire uniquement le bien B, ou une technologie flexible, autorisant la production des deux biens. Ces choix technologiques sont irréversibles. Toutes les technologies disponibles ont le même coût marginal constant :  $c$ . En revanche, le coût fixe de la technologie flexible,  $I_F$ , est plus élevé que celui d'une technologie dédiée,  $I_D$ . On note  $f \equiv I_F - I_D$ , le coût additionnel de la flexibilité. Lors de la seconde phase du jeu, les firmes s'engagent dans une concurrence en quantités à la Cournot infiniment répétée. A chaque période, les demandes inverses pour les deux biens sont

---

<sup>5</sup>Les hypothèses faites sur les technologies et les fonctions de demande sont identiques à celles de Röller et Tombak (1990). La différence centrale entre les deux modèles est que, dans Röller et Tombak (1990), l'étape de production n'est jouée qu'une seule fois. La collusion n'est donc pas possible.

linéaires<sup>6</sup> et égales à :

$$\begin{aligned} p^A(Q^A, Q^B) &= \max \{ \alpha - Q^A - \lambda Q^B, 0 \} \\ p^B(Q^A, Q^B) &= \max \{ \alpha - Q^B - \lambda Q^A, 0 \} \end{aligned}$$

Le paramètre  $\lambda$  mesure le degré de substituabilité entre les deux biens. Si  $\lambda = 0$ , les deux biens sont indépendants. Si  $\lambda = 1$ , les deux biens sont des substituts parfaits.

Le facteur d'actualisation est égal à  $\delta$  pour les deux firmes. La première période de production intervient une période après le paiement du coût fixe associé à la technologie choisie.

Les firmes ont la possibilité de mettre en place un accord de collusion. La passation d'un accord de collusion nécessite préalablement la rencontre des dirigeants des deux firmes afin de définir les modalités de l'accord. Cette rencontre peut intervenir à deux moments du jeu. Les firmes peuvent négocier un accord juste avant de choisir leur technologie. L'accord porte alors sur la technologie choisie par chacune des firmes et sur les quantités produites ensuite. On parlera alors de collusion totale. Les firmes peuvent alternativement négocier un accord après avoir choisi leur technologie mais avant la première période de production. On parlera de semi-collusion. Les accords ne sont pas renégociables. Si une firme dévie de l'une des clauses de l'accord, les deux firmes jouent l'équilibre de Cournot du jeu non répété lors de chacune des périodes ultérieures à la déviation. Notamment, si une firme dévie de la technologie stipulée par un accord de collusion totale, les firmes n'ont pas la possibilité de passer ensuite un accord de semi-collusion.

## 2.2 Autorité de la concurrence

Le modèle comprend aussi une autorité de la concurrence, qui peut détecter et sanctionner les accords de collusion. La modélisation de l'action des autorités de la concurrence nécessite de nombreuses hypothèses sur la probabilité de détection, le montant des amendes, la possibilité pour les firmes de récidiver, l'existence de programmes de clémence, etc. Ces hypothèses changent d'un modèle à l'autre et il n'y a pas

---

<sup>6</sup>Elles peuvent être déduites du comportement d'un consommateur représentatif ayant une fonction d'utilité quadratique.



d'unanimité dans la littérature sur les "bonnes" hypothèses. On va ici essayer de retenir les hypothèses permettant la modélisation la plus simple possible. On suppose que les probabilités de détection des accords de collusion ne dépendent ni des technologies choisies par les firmes, ni du niveau des prix, ni de ses variations<sup>7</sup>. On suppose aussi que le montant des amendes ne dépend pas du niveau des prix<sup>8</sup>, ni de la durée de vie du cartel. On suppose, dans un premier temps, qu'il n'existe pas de programme de clémence. On les introduira dans la section 8. Ces hypothèses excluent beaucoup d'effets possibles mais permettent de se concentrer sur le coeur du problème.

Les possibilités de communication entre les firmes sont au coeur du problème. Comme noté par Whinston (2006), on connaît encore très mal les effets de restrictions de la communication sur les accords de collusion. Dans ce modèle, la façon de modéliser les effets de la politique antitrust dépend beaucoup de la nécessité pour les firmes de se rencontrer régulièrement ou non pour vérifier que l'accord de collusion est bien respecté. On va envisager deux scénarios.

Dans le scénario 1, on suppose que les firmes doivent se rencontrer pour définir un accord de collusion, mais qu'elles n'ont pas besoin de se rencontrer régulièrement pour l'appliquer. Les activités "criminelles" des firmes sont donc concentrées au début du jeu. On suppose que les réunions initiales génèrent des preuves potentielles (documents écrits, courriels, relevés téléphoniques, témoignages possibles, etc). Toutefois, ces preuves matérielles disparaissent au cours du temps. Le taux de conservation des preuves d'une période à l'autre est noté  $g \in [0, 1]$ . Un accord de collusion totale a une probabilité  $\rho_1^T$  d'être détecté au cours de la période où il est passé, une probabilité  $g\rho_1^T$  d'être détecté à la période suivante,  $g^2\rho_1^T$  à la période d'après, etc. En cas de détection, l'autorité de la concurrence arrive à faire condamner les firmes avec une probabilité égale à 1 et leur impose une amende  $F_1^T$  à la fin de la période de détection.

---

<sup>7</sup>Lorsque la probabilité de détection dépend du niveau ou de la variation des prix, la dynamique de prix choisie par le cartel devient assez complexe (Harrington, 2004a et 2005 ; Harrington et Chen, 2006).

<sup>8</sup>Cela implique que, si les firmes se livrent à la collusion, elles choisissent le prix de monopole. Elles choisiraient des prix plus faibles si l'amende dépendait des prix (Besanko et Spulber, 1989, Souam, 2001). Cela implique aussi que les prix après la fin du cartel sont ceux de l'équilibre de Cournot. Harrington (2004b) présente un modèle où les firmes maintiennent des prix élevés après la fin du cartel pour influencer l'estimation des prix "normaux" par l'autorité de la concurrence et obtenir une amende plus faible.

Un accord de semi-collusion a une probabilité  $\rho_1^S$  d'être détecté à la période où il est signé, une probabilité  $g\rho_1^S$  de l'être à la période suivante, etc. L'amende encourue pour un accord de semi-collusion est égale à  $F_1^S$ . Ce scénario a deux implications logiques. Premièrement, la collusion étant "tacite" après la négociation explicite d'un accord, la collusion peut continuer tacitement après la détection de l'accord par les autorités de la concurrence. Chacune des firmes sait ce qu'elle doit faire pour que la collusion continue et plus aucune réunion n'est nécessaire. Deuxièmement, si une firme dévie de l'accord de collusion et met ainsi fin à l'accord de collusion, elle ne supprime pas pour autant les risques de poursuites. L'infraction a été commise préalablement et une phase de punition ne supprime ni le forfait ni les preuves potentielles.

Dans le scénario 2, les firmes doivent, non seulement, se rencontrer pour mettre en place un accord de collusion et définir un code pénal, mais aussi, échanger régulièrement des informations et se contrôler mutuellement pour que l'accord soit effectif<sup>9</sup>. Dans ce scénario, les activités "criminelles" des firmes ne sont pas concentrées au début du jeu. Elles se poursuivent sur un rythme régulier tout le temps que l'accord de collusion est appliqué. La probabilité de se faire repérer va donc être stable dans le temps. On va supposer que cette probabilité tombe à zéro, si une firme met fin à l'accord de collusion en déviant et en déclenchant une phase de punition. Un accord de collusion totale a une probabilité  $\rho_2^T$  d'être détecté au cours de chaque période. L'amende encourue est égale à  $F_2^T$ . Un accord de semi-collusion a une probabilité  $\rho_2^S$  d'être détecté au cours de chaque période. L'amende encourue est égale à  $F_2^S$ . Comme la collusion doit être explicite pour être effective, une détection de l'accord par les autorités de la concurrence met fin à la collusion.

Le scénario 1 est le plus cohérent avec la structure du modèle. Dans ce modèle, la demande est stationnaire et les actions des firmes sont parfaitement observables. Il n'y a donc pas d'information à échanger. Le scénario 2 semble, cependant, plus proche de la réalité. Les études de cas montrent que les cartels éprouvent souvent le besoin de mettre en place des organismes de partage d'information et de contrôle<sup>10</sup>.

---

<sup>9</sup>Ces contrôles servent à vérifier qu'aucune firme ne concède de réduction secrète de prix ou n'offre des services complémentaires. Ils peuvent aussi servir à observer des fluctuations de la demande, à redéfinir des quotas géographiques lorsque des évolutions démographiques se produisent, etc.

<sup>10</sup>Voir, par exemple, Genesove et Mullin (2001) pour le marché du sucre, et De Roos (2006) pour le marché de la lysine.

Les études de cas portent, cependant, sur des cartels découverts et il est possible que les cartels qui mettent en place de tels organismes soient plus souvent découverts que ceux qui ne le font pas.

### **2.3 Simplification du problème**

Dans ce modèle, les firmes ont trois possibilités : passer un accord de collusion totale, passer un accord de semi-collusion ou ne pas faire de collusion. Afin de limiter les développements, on va concentrer l'analyse sur le choix entre les deux accords de collusion. Une façon simple d'exclure l'absence de collusion est de poser  $\rho_1^S = 0$  dans le scénario 1 et  $\rho_2^S = 0$  dans le scénario 2. Sous ces hypothèses, après avoir effectué leur choix technologique, les firmes préfèrent toujours un accord de semi-collusion à l'absence de collusion. Il suffit de supposer, en outre, que les firmes sont incapables de s'engager, avant de choisir leur technologie, à ne pas passer un accord de semi-collusion après ce choix technologique pour que l'absence de collusion ne soit pas un équilibre lorsque le facteur d'actualisation est suffisamment élevé. On va, en outre, se restreindre aux valeurs du facteur d'actualisation suffisamment élevées pour que le prix de monopole soit soutenable.

## **3 Concurrence et semi-collusion**

On commence par calculer les profits des firmes, dans les différentes configurations technologiques, lorsqu'elles se font concurrence et lorsqu'elles passent un accord de semi-collusion. Sous l'hypothèse  $\rho_1^S = \rho_2^S = 0$ , il n'y a pas lieu de distinguer entre les scénarios 1 et 2.

### **3.1 Absence de collusion**

Bien que l'absence de collusion ne puisse pas être un équilibre de Nash parfait du jeu, il est nécessaire de caractériser les quantités produites dans cette situation pour définir les sentiers de punition et le comportement des firmes après la détection d'un cartel dans le scénario 2. Les profits actualisés serviront aussi à étudier les effets de

la collusion sur les choix technologiques.

### 3.1.1 Concurrence en quantités

Le tableau suivant donne les quantités, les prix et les profits par période pour chacune des quatre configurations technologiques possibles (les indices désignent les firmes et les exposants indiquent les biens. La première [seconde] lettre de la colonne de gauche indique la technologie de la firme 1 [firme 2]) :

	Quantités	Prix	Profits
D,D	$q_1^A = \frac{\alpha-c}{2+\lambda}$ $q_2^A = 0$ $q_1^B = 0$ $q_2^B = \frac{\alpha-c}{2+\lambda}$	$p^A = c + \frac{\alpha-c}{2+\lambda}$ $p^B = c + \frac{\alpha-c}{2+\lambda}$	$\pi_1^{nc} = \left(\frac{\alpha-c}{2+\lambda}\right)^2$ $\pi_2^{nc} = \left(\frac{\alpha-c}{2+\lambda}\right)^2$
F,F	$q_1^A = \frac{\alpha-c}{3(1+\lambda)}$ $q_2^A = \frac{\alpha-c}{3(1+\lambda)}$ $q_1^B = \frac{\alpha-c}{3(1+\lambda)}$ $q_2^B = \frac{\alpha-c}{3(1+\lambda)}$	$p^A = c + \frac{\alpha-c}{3}$ $p^B = c + \frac{\alpha-c}{3}$	$\pi_1^{nc} = \frac{2(\alpha-c)^2}{9(1+\lambda)}$ $\pi_2^{nc} = \frac{2(\alpha-c)^2}{9(1+\lambda)}$
F,D	$q_1^A = \frac{\alpha-c}{2(1+\lambda)}$ $q_2^A = \frac{(2-\lambda)(\alpha-c)}{6(1+\lambda)}$ $q_1^B = 0$ $q_2^B = \frac{\alpha-c}{3}$	$p^A = c + \frac{(3-\lambda)(\alpha-c)}{6}$ $p^B = c + \frac{\alpha-c}{3}$	$\pi_1^{nc} = \frac{(13-5\lambda)(\alpha-c)^2}{36(1+\lambda)}$ $\pi_2^{nc} = \frac{1}{9}(\alpha-c)^2$
D,F	$q_1^A = \frac{\alpha-c}{3}$ $q_2^A = 0$ $q_1^B = \frac{(2-\lambda)(\alpha-c)}{6(1+\lambda)}$ $q_2^B = \frac{\alpha-c}{2(1+\lambda)}$	$p^A = c + \frac{\alpha-c}{3}$ $p^B = c + \frac{(3-\lambda)(\alpha-c)}{6}$	$\pi_1^{nc} = \frac{1}{9}(\alpha-c)^2$ $\pi_2^{nc} = \frac{(13-5\lambda)(\alpha-c)^2}{36(1+\lambda)}$

### 3.1.2 Profits actualisés

En sommant les profits actualisés et en retranchant les coûts fixes, on obtient la matrice de gains suivante :

	F	D
F	$\Pi_1^{NC}(F, F) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{2(\alpha-c)^2}{9(1+\lambda)} - I_F$ $\Pi_2^{NC}(F, F) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{2(\alpha-c)^2}{9(1+\lambda)} - I_F$	$\Pi_1^{NC}(F, D) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{(13-5\lambda)(\alpha-c)^2}{36(1+\lambda)} - I_F$ $\Pi_2^{NC}(F, D) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{1}{9}(\alpha-c)^2 - I_D$
D	$\Pi_1^{NC}(D, F) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{1}{9}(\alpha-c)^2 - I_D$ $\Pi_2^{NC}(D, F) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{(13-5\lambda)(\alpha-c)^2}{36(1+\lambda)} - I_F$	$\Pi_1^{NC}(D, D) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \left(\frac{\alpha-c}{2+\lambda}\right)^2 - I_D$ $\Pi_2^{NC}(D, D) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \left(\frac{\alpha-c}{2+\lambda}\right)^2 - I_D$

## 3.2 Semi-collusion

On suppose, maintenant, que les firmes choisissent leur technologie non-coopérativement avant de passer un accord de collusion stipulant les quantités devant être produites par chacune des firmes. Comme on a supposé  $\rho_1^S = \rho_2^S = 0$ , l'accord de collusion n'est jamais détecté dans cette configuration et la collusion ne cesse que si l'une des firmes dévie.

### 3.2.1 Choix des quantités

On commence par décrire les accords de collusion passés en fonction de la configuration technologique choisie lors de la première phase du jeu. On a caractérisé, dans la section précédente, l'équilibre de Cournot du jeu non répété. Le sentier de punition est constitué de la répétition à chaque période de cet équilibre. Il reste à décrire le sentier de collusion et les déviations optimales possibles.

**Les deux firmes ont des technologies dédiées :** Si les deux firmes ont des technologies dédiées, on a à chaque période :

	Collusion	Déviaton
Quantités	$q_1^A = q_2^B = \frac{\alpha - c}{2(1+\lambda)}$	$q_i^{dX} = \frac{2+\lambda}{4(1+\lambda)} (\alpha - c)$
Prix	$p^A = p^B = c + \frac{1}{2} (\alpha - c)$	$p^{dX} = c + \frac{2+\lambda}{4(1+\lambda)} (\alpha - c)$
Profit	$\pi^c = \frac{1}{4(1+\lambda)} (\alpha - c)^2$	$\pi^d = \frac{(2+\lambda)^2}{16(1+\lambda)^2} (\alpha - c)^2$

On en déduit que la collusion parfaite est soutenable entre deux firmes équipées de technologies dédiées si et seulement si ( $\pi^{nc}$  est le profit des firmes dans l'équilibre non-coopératif du jeu constituant) :

$$\delta \geq \frac{\pi^d - \pi^c}{\pi^d - \pi^{nc}} = \frac{(2 + \lambda)^2}{\lambda^2 + 8\lambda + 8}$$

Ce seuil limite est une fonction croissante sur l'intervalle  $]0, 1]$ . Il tend vers 0,5 lorsque  $\lambda$  tend vers 0 et il est égal à  $\frac{9}{17}$  lorsque les deux biens sont parfaitement homogènes. La collusion est donc plus facile à soutenir lorsque les biens sont plus différenciés.

**Les deux firmes ont des technologies flexibles :** Si les deux firmes ont des technologies flexibles, on a à chaque période :

	Collusion	Déviaton
Quantités <sup>11</sup>	$q_1^A = q_1^B = q_2^A = q_2^B = \frac{\alpha-c}{4(1+\lambda)}$	$q_i^{dA} = q_i^{dB} = \frac{3(\alpha-c)}{8(1+\lambda)}$
Prix	$p^A = p^B = c + \frac{1}{2}(\alpha - c)$	$p^{dA} = p^{dB} = c + \frac{3}{8}(\alpha - c)$
Profit	$\pi^c = \frac{1}{4(1+\lambda)}(\alpha - c)^2$	$\pi^d = \frac{9}{32(1+\lambda)}(\alpha - c)^2$

On en déduit que la collusion parfaite est soutenable entre deux firmes équipées de technologies flexibles si et seulement si :

$$\delta \geq \frac{\pi^d - \pi^c}{\pi^d - \pi^{nc}} = \frac{9}{17}$$

**Configuration technologique asymétrique :** La caractérisation de l'accord de collusion, lorsque les firmes ont des technologies différentes, est un peu plus complexe. Il existe une infinité d'accords possibles et il faut en sélectionner un. Lorsque les firmes sont symétriques, il semble naturel de sélectionner un équilibre symétrique. Lorsque les firmes sont asymétriques, la règle de sélection d'un équilibre est moins immédiate. On a choisi de retenir la solution du jeu de marchandage de Nash (1950). Cette solution est telle que ( $H$  est l'ensemble des répartitions possibles des profits de monopole entre les deux firmes) :

$$\begin{aligned} (\pi_1^c, \pi_2^c) &\in \arg \max_H (\pi_1 - \pi_1^{nc})(\pi_2 - \pi_2^{nc}) \\ s/c \quad \delta &\geq \frac{\pi_i^d - \pi_i^c}{\pi_i^d - \pi_i^{nc}} \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

Dans un premier temps, on résout le problème sans prendre en compte les contraintes de non déviation. On cherche, ensuite, l'ensemble des facteurs d'actualisation pour lesquels l'équilibre calculé est un équilibre de Nash parfait.

$$(\pi_1^c, \pi_2^c) \in \arg \max_H (\pi_1 - \pi_1^{nc})(\pi_2 - \pi_2^{nc}) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi_1^c = \frac{1}{2}(\pi^m + \pi_1^{nc} - \pi_2^{nc}) \\ \pi_2^c = \frac{1}{2}(\pi^m - \pi_1^{nc} + \pi_2^{nc}) \end{array} \right\}$$

Où  $\pi^m = \frac{(\alpha-c)^2}{2(1+\lambda)}$  est le profit d'un monopole opérant sur les deux marchés. On

<sup>11</sup>Une répartition égalitaire de chacun des deux marchés entre les deux firmes minimise les gains d'une déviation.

suppose que c'est la firme 1 qui est équipée d'une technologie flexible. On obtient :

$$\pi_1^c = \frac{3-\lambda}{8(1+\lambda)} (\alpha - c)^2 \quad \text{et} \quad \pi_2^c = \frac{1}{8} (\alpha - c)^2$$

De la valeur de ces profits, on déduit les quotas de production alloués à chacune des deux firmes<sup>12</sup> :

$$q_1^A = \frac{\alpha - c}{2(1+\lambda)} \quad ; \quad q_1^B = \frac{(1-\lambda)(\alpha - c)}{4(1+\lambda)} \quad ; \quad q_2^A = 0 \quad ; \quad q_2^B = \frac{1}{4} (\alpha - c)$$

En introduisant ces quotas dans les fonctions de meilleure réponse des firmes, on peut calculer la déviation optimale pour chacune des deux firmes.

	Quantités	Prix d'équilibre	Profit de déviation
Firme 1	$q_1^{dA} = \frac{\alpha - c}{2(1+\lambda)}$ $q_1^{dB} = \frac{(3-\lambda)(\alpha - c)}{8(1+\lambda)}$	$p^{dA} = c + \frac{(4-\lambda)(\alpha - c)}{8}$ $p^{dB} = c + \frac{3}{8} (\alpha - c)$	$\pi_1^d = \frac{25-7\lambda}{64(1+\lambda)} (\alpha - c)^2$
Firme 2	$q_2^{dB} = \frac{3}{8} (\alpha - c)$	$p^{dB} = c + \frac{3}{8} (\alpha - c)$	$\pi_2^d = \frac{9}{64} (\alpha - c)^2$

Ne pas dévier est une stratégie d'équilibre pour la firme 1 (équipée de la technologie flexible) si et seulement si :

$$\delta \geq \frac{\pi_1^d - \pi_1^c}{\pi_1^d - \pi_1^{nc}} = \frac{9}{17}$$

Pour la firme 2 (équipée d'une technologie dédiée) ne pas dévier est une stratégie d'équilibre si et seulement si :

$$\delta \geq \frac{\pi_2^d - \pi_2^c}{\pi_2^d - \pi_2^{nc}} = \frac{9}{17}$$

Lorsque le facteur d'actualisation est supérieur à  $\frac{9}{17}$ , les deux contraintes d'incitation à ne pas tricher sont vérifiées. L'accord de collusion décrit ci-dessus est donc un équilibre de Nash parfait. Lorsque le facteur d'actualisation est égal à  $\frac{9}{17}$ , les deux contraintes sont saturées. On ne peut donc pas soutenir un accord de collusion parfaite en dessous de ce facteur d'actualisation. Pour des facteurs d'actualisation plus

<sup>12</sup>La firme 1 réalise un profit égal à  $\frac{(\alpha - c)^2}{4(1+\lambda)}$  sur le marché du bien A. Elle doit donc réaliser un profit égal à  $\frac{(3-\lambda)(\alpha - c)^2}{8(1+\lambda)} - \frac{(\alpha - c)^2}{4(1+\lambda)} = \frac{(1-\lambda)(\alpha - c)^2}{8(1+\lambda)}$  sur le marché du bien B. En divisant ces profits par  $p - c = \frac{1}{2} (\alpha - c)$ , on trouve les quantités devant être stipulées par l'accord de collusion.

faibles, les firmes doivent se contenter d'un accord de collusion partielle en fixant des quantités comprises entre les quantités de monopole et celles de l'équilibre de Cournot. Dans cette étude, on ne caractérise pas ces équilibres et on va se restreindre aux cas où  $\delta$  est suffisamment élevé pour que le prix de monopole soit soutenable.

### 3.2.2 Profits actualisés

On dispose, maintenant, de tous les éléments nécessaires pour construire la matrice des gains des firmes en fonction de leur choix de première période. On suppose  $\delta \geq \frac{9}{17}$  ; on a alors la matrice des gains suivante :

	F	D
F	$\Pi_1^S(F, F) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{(\alpha-c)^2}{4(1+\lambda)} - I_F$ $\Pi_2^S(F, F) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{(\alpha-c)^2}{4(1+\lambda)} - I_F$	$\Pi_1^S(F, D) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{(3-\lambda)(\alpha-c)^2}{8(1+\lambda)} - I_F$ $\Pi_2^S(F, D) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{1}{8} (\alpha - c)^2 - I_D$
D	$\Pi_1^S(D, F) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{1}{8} (\alpha - c)^2 - I_D$ $\Pi_2^S(D, F) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{(3-\lambda)(\alpha-c)^2}{8(1+\lambda)} - I_F$	$\Pi_1^S(D, D) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{(\alpha-c)^2}{4(1+\lambda)} - I_D$ $\Pi_2^S(D, D) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{(\alpha-c)^2}{4(1+\lambda)} - I_D$

## 4 Collusion totale

Dans cette section, on étudie le cas où les firmes peuvent étendre l'accord de collusion aux choix technologiques de la première phase. Les firmes vont essayer de tirer profit de cette extension des accords de collusion pour tenter de limiter les investissements en flexibilité lors de la première phase du jeu. On se place dans le cadre du scénario 2. Les résultats du scénario 1 peuvent se déduire de ceux du scénario 2.

### 4.1 Accords de collusion possibles

On commence par rechercher les zones où chacune des configurations technologiques possibles peut être obtenue dans un accord de collusion soutenable.



### 4.1.1 Les deux firmes ont des technologies dédiées

**Forme de l'accord :** Les profits totaux de l'industrie sont maximaux lorsque les investissements de la première phase sont minimaux. L'accord de collusion totale qui maximise les profits joints des firmes est de la forme suivante. Les deux firmes choisissent une technologie dédiée. A chaque période où l'accord de collusion est en vigueur, les firmes produisent les quantités suivantes,  $q_1^A = q_2^B = \frac{\alpha-c}{2(1+\lambda)}$ ;  $q_2^A = q_1^B = 0$ , et reçoivent un profit égal à  $\frac{(\alpha-c)^2}{4(1+\lambda)}$ . Si l'une des firmes dévie de cet accord ou si l'accord est détecté par l'autorité de la concurrence, les firmes reviennent à l'équilibre de Nash du jeu non répété.

Les profits actualisés pour chacune des firmes générés par cet accord sont égaux à :

$$\begin{aligned}\Pi_i^T(D, D) &= \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \left\{ (1 - \rho_2^T)^{i-1} \left[ \frac{(\alpha - c)^2}{4(1 + \lambda)} - \left( \frac{\alpha - c}{2 + \lambda} \right)^2 - \rho_2^T F_2^T \right] + \left( \frac{\alpha - c}{2 + \lambda} \right)^2 \right\} - I_D \\ &= \frac{\delta}{1 - \delta(1 - \rho_2^T)} \left[ \frac{\lambda^2 (\alpha - c)^2}{4(1 + \lambda)(2 + \lambda)^2} - \rho_2^T F_2^T \right] + \frac{\delta}{1 - \delta} \left( \frac{\alpha - c}{2 + \lambda} \right)^2 - I_D\end{aligned}$$

**Soutenabilité de l'accord :** Pour être implémentable, cet accord doit être robuste à deux types de déviation. Une firme peut dévier de la politique de production stipulée par l'accord ; elle a aussi la possibilité de dévier lors de la phase de choix technologique en choisissant la technologie flexible.

Le contrat est robuste au premier type de déviation si et seulement si<sup>13</sup> :

$$\delta(1 - \rho_2^T) \geq \frac{\pi^d - \pi^c}{\pi^d - \pi^{nc}} \Leftrightarrow \delta \geq \frac{(2 + \lambda)^2 \lambda^2 + \rho_2^T 16(1 + \lambda)^2 \frac{F_2^T}{(\alpha - c)^2}}{\lambda^2 (1 - \rho_2^T) (8 + 8\lambda + \lambda^2)}$$

Il est robuste au second type de déviation si et seulement si :

$$\Pi_1^T(D, D) \geq \Pi_1^{NC}(F, D) \Leftrightarrow$$

$$f + \delta [Y(\alpha - c)^2 - (2 - \rho_2^T)f - \rho_2^T F_2^T] - \delta^2 [Z(\alpha - c)^2 - (1 - \rho_2^T)f - \rho_2^T F_2^T] \geq 0$$

<sup>13</sup>Le profit de déviation,  $\pi^d$ , est le même que dans le cas de la semi-collusion.

où  $Y = \frac{(-16+4\lambda+16\lambda^2+5\lambda^3)}{36(1+\lambda)(2+\lambda)^2}$  et  $Z = \frac{[9\lambda^2-(1-\rho_2^T)(1-\lambda)(16+12\lambda+5\lambda^2)]}{36(1+\lambda)(2+\lambda)^2}$ .

Ce polynôme du second degré admet deux racines, dont une est toujours supérieure à 1. On note  $\delta_{DD}^{T2}$  l'autre racine.

Cet accord n'est pas toujours implémentable, même lorsque le facteur d'actualisation est proche de 1. En effet, lorsque les produits sont très différenciés, l'une des firmes peut avoir intérêt à dévier de l'accord en choisissant une technologie flexible et en se comportant de manière non coopérative. La technologie flexible permet à la firme qui a dévié de produire sur les deux marchés. L'autre firme rompt l'accord de collusion. Mais, comme les biens sont très différenciés, et qu'elle ne peut en produire qu'un seul, ses possibilités de rétorsion sont très limitées. En fait, lorsque les biens sont très différenciés, la firme équipée d'une technologie dédiée produit plus sur le sentier de collusion que sur le sentier de punition lorsque l'autre firme a dévié et choisi une technologie flexible. La menace de rompre l'accord de collusion n'est dissuasive que si une firme dédiée peut réellement faire chuter le prix de l'autre bien en augmentant sa production donc uniquement si les biens ne sont pas trop différenciés.

#### 4.1.2 Les deux firmes ont des technologies flexibles

**Forme de l'accord :** Les deux firmes choisissent des technologies flexibles et produisent, à chaque période, les quantités suivantes :  $q_1^A = q_1^B = q_2^A = q_2^B = \frac{\alpha-c}{4(1+\lambda)}$ .

Les profits actualisés pour chacune des firmes sont égaux à :

$$\Pi_i^T(F, F) = \frac{\delta}{1 - \delta(1 - \rho_2^T)} \left[ \frac{(\alpha - c)^2}{36(1 + \lambda)} - \rho_2^T F_2^T \right] + \frac{\delta}{1 - \delta} \frac{2(\alpha - c)^2}{9(1 + \lambda)} - I_F$$

**Soutenabilité de l'accord :** L'accord doit être robuste à une déviation de la politique de production prévue aussi bien que des technologies stipulées. Il est robuste au premier type de déviation si et seulement si :

$$\delta \geq \frac{9}{17(1 - \rho_2^T)} \left[ 1 + 32\rho_2^T \frac{(1 + \lambda) F_2^T}{(\alpha - c)^2} \right]$$

Il est robuste au second type de déviation si et seulement si :

$$\Pi_1^T(F, F) \geq \Pi_1^{NC}(D, F) \Leftrightarrow$$

$$0 \geq f - \delta \left[ \frac{5 - 4\lambda}{\frac{36(1+\lambda)}{(\alpha-c)^2}} - \rho_2^T F_2^T + (2 - \rho_2^T) f \right] + \delta^2 \left[ \frac{5 - 4\lambda - 4\rho_2^T(1-\lambda)}{\frac{36(1+\lambda)}{(\alpha-c)^2}} - \rho_2^T F_2^T + (1 - \rho_2^T) f \right]$$

Ce polynôme admet deux racines. L'une de ces racines est toujours supérieure à 1. On note  $\delta_{FF}^{T2}$  l'autre racine. On a toujours  $\delta_{FF}^{T2} \leq \delta_{DD}^{T2}$ . Ce qui implique que si une firme a intérêt à dévier d'une configuration technologique  $(F, F)$ , lors de l'étape du choix technologique, alors elle n'a pas intérêt à dévier d'une configuration  $(D, D)$ . De même, si les firmes ont intérêt à dévier de  $(D, D)$  alors elles n'ont pas intérêt à dévier de  $(F, F)$ . Il existe une zone intermédiaire où les deux configurations peuvent être soutenues. Soutenir  $(F, F)$  n'est problématique que lorsque  $f$  est élevé et la différenciation des deux produits faibles, mais dans ce cas  $(D, D)$  peut être soutenu et  $(D, D)$  est préféré par les firmes à  $(F, F)$ .

### 4.1.3 Configuration technologique mixte

**Forme de l'accord :** Comme pour les accords de semi-collusion, il faut choisir une règle pour allouer les parts de marché entre les deux firmes lorsqu'elles choisissent des technologies différentes. Dans le cas des accords de semi-collusion, les firmes étaient asymétriques au moment du début de la négociation (les choix technologiques ont déjà été faits et ils sont irréversibles). Dans le cas des accords de collusion totale, les firmes sont symétriques au moment de la négociation de l'accord (les choix technologiques n'ont pas encore été faits). Dans l'esprit de la règle de marchandage précédente, il semble logique de rechercher un accord donnant les mêmes profits actualisés aux deux firmes :  $\Pi_1^T(F, D) = \Pi_2^T(F, D)$ .

Les firmes n'ont, cependant, intérêt à choisir une configuration  $(F, D)$  que si la configuration  $(D, D)$  n'est pas implémentable. Or, si une configuration  $(D, D)$  n'est pas implémentable alors une configuration  $(F, D)$  respectant  $\Pi_1^T(F, D) = \Pi_2^T(F, D)$  n'est pas non plus implémentable. En effet, on a  $\Pi_1^T(F, D) + \Pi_2^T(F, D) < \Pi_1^T(D, D) + \Pi_2^T(D, D)$ . Cette inégalité et l'égalité  $\Pi_1^T(F, D) = \Pi_2^T(F, D)$  entraînent  $\Pi_1^T(F, D) < \Pi_1^T(D, D)$ . Dans la zone où la configuration  $(D, D)$  n'est pas implémentable, on a  $\Pi_1^T(D, D) < \Pi_1^{NC}(F, D)$ . Dans cette zone, on a donc  $\Pi_1^T(F, D) < \Pi_1^{NC}(F, D)$ . Ce qui signifie que, si on choisit une répartition des parts de marché telle que  $\Pi_1^T(F, D) = \Pi_2^T(F, D)$ , la firme équipée de la technologie flexible a intérêt à dévier de la politique

de production stipulée par l'accord. Cela implique que, si les firmes choisissent une configuration  $(F, D)$ , la répartition des parts de marché est telle que les profits actualisés de la firme équipée de la technologie F sont plus élevés que ceux de la firme équipée de la technologie D. La répartition des parts de marché est donc telle que l'une des contraintes de non déviation de la firme équipée d'une technologie F est saturée.

Cependant, dans la zone où  $(D, D)$  n'est pas implémentable, la firme flexible n'a pas intérêt à changer de technologie. Ce changement lui permet de réduire ses coûts fixes, mais il entraîne une diminution de ses profits qui est supérieure aux économies réalisées. En effet, pour qu'un changement de technologie ne soit pas rentable, on doit avoir  $\Pi_1^T(F, D) \geq \Pi_1^{NC}(D, D)$ . Or cette condition est nécessairement vérifiée si l'accord  $(D, D)$  n'est pas implémentable. Car, si  $(D, D)$  n'est pas implémentable, on a alors  $\Pi_1^{NC}(F, D) > \Pi_1^T(D, D)$ . Or  $\Pi_1^T(F, D) \geq \Pi_1^{NC}(F, D)$  et  $\Pi_1^T(D, D) \geq \Pi_1^{NC}(D, D)$ . On a donc nécessairement :  $\Pi_1^T(F, D) \geq \Pi_1^{NC}(D, D)$ .

Donc, si les firmes choisissent une configuration  $(F, D)$ , la répartition des parts de marché est telle que la contrainte de non déviation de la firme flexible de la politique de production prévue est saturée. Ce qui donne les quotas de production et les profits de collusion suivants (voir annexe) :

$q_1^A = \frac{1}{2(1+\lambda)} (\alpha - c)$	$q_1^B = \frac{x}{1+\lambda} (\alpha - c)$	$\pi_1^c = \frac{1+2x}{4(1+\lambda)} (\alpha - c)^2 - \rho_2^T F_2^T$
$q_2^A = 0$	$q_2^B = \frac{1-2x}{2(1+\lambda)} (\alpha - c)$	$\pi_2^c = \frac{1-2x}{4(1+\lambda)} (\alpha - c)^2 - \rho_2^T F_2^T$

où :

$$x = \frac{1 + \delta (1 - \rho_2^T) (1 + 2\lambda) - \sqrt{[1 + \delta (1 - \rho_2^T) (1 + 2\lambda)]^2 - X}}{2 [1 - \delta (1 - \rho_2^T)]}$$

$$X = [1 - \delta (1 - \rho_2^T)] \left\{ \frac{\delta (1 - \rho_2^T) (7 - 4\lambda - 20\lambda^2) + 9}{9} + \frac{16 (1 + \lambda)^2 \rho_2^T F_2^T}{(\alpha - c)^2} \right\}$$

Les profits actualisés des deux firmes sont égaux à :

$$\Pi_1^T(F, D) = \frac{\delta}{1 - \delta (1 - \rho_2^T)} (\pi_1^c - \pi_1^{nc}) + \frac{\delta}{1 - \delta} \pi_1^{nc} - I_F$$

$$\Pi_2^T(F, D) = \frac{\delta}{1 - \delta (1 - \rho_2^T)} (\pi_2^c - \pi_2^{nc}) + \frac{\delta}{1 - \delta} \pi_2^{nc} - I_D$$

**Soutenabilité de l'accord :** Par construction, la firme 1 n'a pas intérêt à dévier de l'accord. Il reste à déterminer si les deux conditions de non déviation de l'accord par la firme 2 sont vérifiées. La firme 2 ne doit pas avoir intérêt à choisir la technologie F. On doit donc avoir :

$$\Pi_2^T(F, D) \geq \Pi_2^{NC}(F, F) \Leftrightarrow \delta^2 [18x - 1 - 4(1 - \lambda)\rho_2^T + K(2 - \rho_2^T)] + \delta \left[ 1 - 18x - K \left[ \frac{\rho_2^T F_2^T}{f} + (2 - \rho_2^T) \right] \right] + K \geq 0$$

$$\text{où } K \equiv \frac{36(1+\lambda)}{(\alpha-c)^2} f.$$

Cette condition ressemble à un polynôme du second degré, comme dans les cas où les firmes choisissent la même technologie. Mais, elle n'en est pas un, car  $\delta$  intervient dans l'expression de  $x$ . Il n'est pas possible de déterminer analytiquement la valeur de  $\delta$  à partir de laquelle cette condition est vérifiée. Il faut donc recourir à des simulations numériques.

La firme 2 ne doit pas non plus avoir intérêt à produire plus que le quota que l'accord lui attribue. Pour caractériser cette condition, il faut préalablement déterminer le profit de déviation de la firme 2. Si la firme 2 dévie, on a :

$$q_2^{dB} = \frac{1}{2} \left( 1 - x + \frac{\lambda}{2} \right) \left( \frac{\alpha - c}{1 + \lambda} \right), \quad p^{dB} = c + \frac{1}{2} \left( 1 - x + \frac{\lambda}{2} \right) \left( \frac{\alpha - c}{1 + \lambda} \right)$$

et  $\pi_2^d = \frac{1}{4} \left( 1 - x + \frac{\lambda}{2} \right)^2 \left( \frac{\alpha - c}{1 + \lambda} \right)^2$

La condition de non déviation de la firme 2 de la politique de production prévue est donc la suivante :

$$\delta (1 - \rho_2^T) \geq \frac{\pi_2^d - \pi_2^c}{\pi_2^d - \pi_2^{nc}} \Leftrightarrow \delta (1 - \rho_2^T) \geq \frac{9 \left( x + \frac{\lambda}{2} \right)^2 + 36 \rho_2^T \frac{(1+\lambda)^2 F_2^T}{(\alpha-c)^2}}{5 + 9x(x - 2 - \lambda) + \lambda - \frac{7}{4}\lambda^2}$$

$\delta$  apparaissant dans  $x$ , il n'est pas possible de résoudre analytiquement cette inégalité. Mais, sa résolution numérique est possible.

## 5 Etendue exogène

On commence par étudier l'impact de l'étendue des accords de collusion sur la configuration technologique d'équilibre. On suppose donc que l'étendue de l'accord de collusion est exogène. On suppose aussi, dans cette section, qu'il n'y a pas d'autorité de la concurrence ; ce qui revient à poser  $\rho_2^T = 0$ . On se limite au cas  $\delta \geq 9/17$ . Ce qui assure que les firmes mettent en place un accord de collusion parfaite dans tous les cas.

### 5.1 Choix technologiques en l'absence de collusion

Les fonctions de meilleure réponse technologique des firmes s'obtiennent facilement à partir des profits actualisés :

$$\begin{aligned} \Pi_1^{NC}(F, F) \geq \Pi_1^{NC}(D, F) &\Leftrightarrow \frac{\delta}{1-\delta} \frac{1-\lambda}{9(1+\lambda)} \geq \frac{f}{(\alpha-c)^2} \\ \Pi_1^{NC}(F, D) \geq \Pi_1^{NC}(D, D) &\Leftrightarrow \frac{\delta}{1-\delta} \frac{(1-\lambda)(16+12\lambda+5\lambda^2)}{36(1+\lambda)(2+\lambda)^2} \geq \frac{f}{(\alpha-c)^2} \end{aligned}$$

Les deux firmes choisissent la technologie flexible si et seulement si  $\Pi_1^{NC}(F, F) \geq \Pi_1^{NC}(D, F)$  et  $\Pi_1^{NC}(F, D) \geq \Pi_1^{NC}(D, D)$ . Les deux firmes choisissent des technologies dédiées si et seulement si  $\Pi_1^{NC}(F, F) \leq \Pi_1^{NC}(D, F)$  et  $\Pi_1^{NC}(F, D) \leq \Pi_1^{NC}(D, D)$ . Il existe deux équilibres technologiques en stratégies pures lorsque  $\Pi_1^{NC}(F, F) \geq \Pi_1^{NC}(D, F)$  et  $\Pi_1^{NC}(F, D) \leq \Pi_1^{NC}(D, D)$ . Dans cette zone, soit les deux firmes choisissent la technologie flexible, soit les deux firmes choisissent une technologie dédiée. Les firmes réalisent des profits plus élevés lorsqu'elles choisissent toutes les deux des technologies dédiées. Il n'existe pas de zone où l'une des firmes choisit une technologie flexible tandis que l'autre firme choisit une technologie dédiée<sup>14</sup>.

### 5.2 Choix technologiques avec semi-collusion

En explicitant les fonctions de meilleure réponse des firmes, lorsque l'accord est un accord de semi-collusion, on remarque que les conditions  $\Pi_1^S(F, F) \geq \Pi_1^S(D, F)$  et

<sup>14</sup>Pour plus de détails sur ce cas, voir Röller et Tombak (1990) et Kim, Röller et Tombak (1992).

$\Pi_1^S(F, D) \geq \Pi_1^S(D, D)$  sont équivalentes.

$$\Pi_1^S(F, F) \geq \Pi_1^S(D, F) \Leftrightarrow \Pi_1^S(F, D) \geq \Pi_1^S(D, D) \Leftrightarrow \frac{\delta}{1-\delta} \frac{1-\lambda}{8(1+\lambda)} \geq \frac{f}{(\alpha-c)^2}$$

La raison de cette équivalence est assez intuitive. La configuration technologique n'affecte pas les profits de l'industrie (hors coûts fixes) mais uniquement leur répartition. En partant d'une configuration  $(D, D)$ , si une firme a intérêt à payer un coût fixe supplémentaire  $f$  pour obtenir une part plus importante des profits, alors l'autre firme a aussi intérêt à payer ce coût fixe additionnel pour revenir au partage initial.

Les configurations technologiques d'équilibre se réduisent donc à deux zones. Les deux firmes choisissent la technologie flexible si et seulement si  $\Pi_1^S(F, F) \geq \Pi_1^S(D, F)$ . Les deux firmes choisissent des technologies dédiées si et seulement si  $\Pi_1^S(F, F) \leq \Pi_1^S(D, F)$ . La configuration technologique  $(F, D)$  n'apparaît pas à l'équilibre, sauf éventuellement sur la frontière délimitant les deux zones.

### 5.3 Choix technologiques avec collusion totale

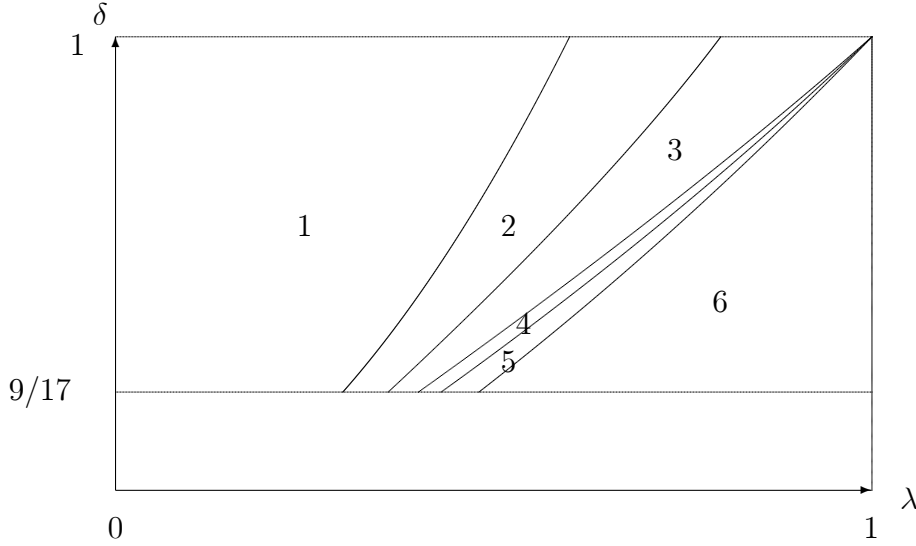
L'accord  $(D, D)$  est celui qui maximise les profits joints de l'industrie. Les firmes vont donc choisir cet accord s'il est implémentable. L'accord  $(F, D)$  génère des profits joints plus élevés que l'accord  $(F, F)$ , mais ces profits ne sont pas répartis également entre les deux firmes. Si les firmes étaient averses au risque ou aux inégalités, elles pourraient préférer l'accord  $(F, F)$ . Cependant, si les firmes sont neutres au risque, les firmes préfèrent choisir l'accord  $(F, D)$  et déterminer aléatoirement leur rôle respectif. La configuration  $(F, D)$  sera donc choisie lorsqu'elle est implémentable et l'accord  $(D, D)$  ne l'est pas. Dans les autres cas, les firmes se résignent à un accord  $(F, F)$ .

### 5.4 Comparaison des équilibres technologiques

Une représentation graphique des conditions précédentes permet de visualiser l'effet de l'étendue des accords de collusion sur la configuration technologique (on a fixé  $\frac{f}{(\alpha-c)^2} = 0,05$ )<sup>15</sup> :

<sup>15</sup>En allant de la gauche vers la droite, la première courbe correspond à la limite de la zone  $(F, D)$  dans la collusion totale ; la deuxième à la limite de la zone  $(D, D)$  dans la

Figure 1 : Configurations technologiques



Il apparaît six zones. Le tableau ci-dessous donne les équilibres technologiques pour chacune de ces zones en fonction de l'étendue de l'accord de collusion.

	Pas de collusion	Semi-collusion	Collusion totale
Zone 1	$(F, F)$	$(F, F)$	$(F, F)$
Zone 2	$(F, F)$	$(F, F)$	$(F, D)$
Zone 3	$(F, F)$	$(F, F)$	$(D, D)$
Zone 4	$(F, F)$ ou $(D, D)$	$(F, F)$	$(D, D)$
Zone 5	$(D, D)$	$(F, F)$	$(D, D)$
Zone 6	$(D, D)$	$(D, D)$	$(D, D)$

La comparaison des équilibres technologiques fait clairement apparaître que :

**Proposition 1** *La semi-collusion encourage l'adoption de technologies flexibles tandis que la collusion totale réduit, au contraire, les investissements des firmes dans la technologie flexible.*

Dans le jeu de semi-collusion, l'adoption de la technologie flexible permet aux firmes d'augmenter leur pouvoir de négociation lors du partage des profits de la collusion en quantités. Comme la collusion en quantités augmente les profits, les incitations

collusion totale ; la troisième à la condition  $\Pi_1^{NC}(F, D) \geq \Pi_1^{NC}(D, D)$  ; la quatrième à la condition  $\Pi_1^{NC}(F, F) \geq \Pi_1^{NC}(D, F)$  et la cinquième à la condition  $\Pi_1^S(F, F) \geq \Pi_1^S(D, F)$ .



des firmes à investir dans la technologie flexible pour augmenter leur part de marché sont plus fortes que dans le jeu sans collusion. Cet effet explique pourquoi la zone où l'équilibre technologique est  $(F, F)$  est plus large dans le jeu de semi-collusion que dans le jeu sans collusion.

Le jeu sans collusion a une structure de dilemme de prisonnier dans les zones 1, 2 et 3. Les profits des deux firmes sont plus élevés dans la configuration  $(D, D)$  que dans la configuration  $(F, F)$ , mais le choix de la technologie flexible est une stratégie dominante pour les deux firmes. Dans le jeu de collusion totale, les firmes peuvent étendre l'accord de collusion aux choix technologiques. Elles peuvent donc introduire un système de récompense et punition pour essayer d'influencer leurs choix technologiques respectifs. Récompenser le choix d'une technologie dédiée par un accord de collusion sur les quantités et punir le choix d'une technologie flexible par une concurrence en quantités permet aux firmes de sortir de la structure de dilemme du prisonnier dans la zone 3 et d'implémenter une configuration technologique  $(D, D)$ . Dans la zone 2, l'extension des accords de collusion aux choix technologiques ne permet que partiellement de sortir du dilemme du prisonnier et seulement de réduire les investissements de l'une des firmes. Dans la zone 1, la possibilité d'étendre les accords de collusion aux choix technologiques ne modifie pas la structure du jeu. Dans cette zone, les possibilités de rétorsion d'une firme dotée d'une technologie dédiée sont trop faibles pour dissuader la firme concurrente d'adopter une technologie flexible et la seule configuration technologique implémentable est  $(F, F)$ . La collusion totale, à l'opposé de la semi-collusion, permet d'élargir la zone où  $(D, D)$  est la configuration technologique d'équilibre par rapport au jeu sans collusion.

Enfin, on peut noter que la collusion totale est le seul jeu où une configuration  $(F, D)$  peut apparaître à l'équilibre.

## 5.5 Comparaison des profits

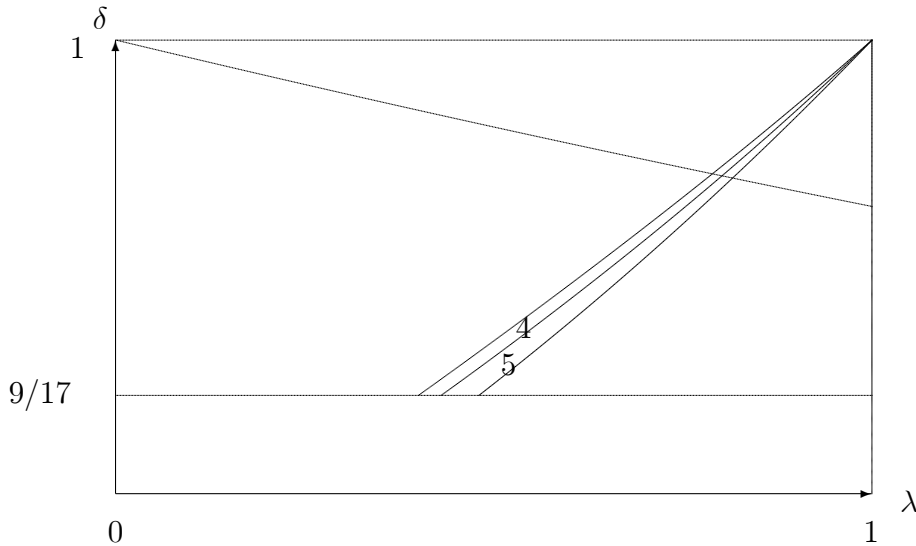
Il est aussi intéressant de comparer les profits obtenus par les firmes avec les différentes étendues possibles. Dans les zones 1 et 6, les configurations technologiques sont les mêmes dans les trois situations. Les profits de la collusion totale et de la semi-collusion sont identiques et supérieurs à ceux obtenus en l'absence de collusion. Dans

les zones 2 et 3, la collusion totale permet une réduction des coûts fixes. Les profits de l'industrie sont donc plus élevés avec la collusion totale et plus faibles en l'absence de collusion. Dans les zones 4 et 5, la collusion totale et l'absence de collusion conduisent à une configuration technologique<sup>16</sup>  $(D, D)$  tandis que la semi-collusion conduit à une configuration technologique  $(F, F)$ . Les profits sont plus élevés dans le cas de la collusion totale. En revanche, la comparaison des profits de semi-collusion et en l'absence de collusion est ambiguë. La semi-collusion permet des prix plus élevés mais elle génère aussi de coûts fixes plus élevés. La semi-collusion génère des profits plus faibles que ceux obtenus en l'absence de collusion si et seulement si :

$$\Pi_1^{NC}(D, D) \geq \Pi_1^S(F, F) \Leftrightarrow \frac{f}{(\alpha - c)^2} \geq \frac{\delta}{1 - \delta} \frac{\lambda^2}{4(1 + \lambda)(2 + \lambda)^2}$$

En représentant cette condition et les frontières de zones 4 et 5 sur un graphique, on fait apparaître une zone (située au-dessous de la nouvelle condition) où les profits des firmes sont plus élevés en l'absence de collusion que dans le cas de la semi-collusion.

Figure 2 : Semi-collusion désavantageuse



Le résultat que les profits des firmes peuvent être inférieurs dans un modèle de semi-collusion à ceux obtenus en l'absence de collusion n'est pas propre à ce modèle.

<sup>16</sup>On suppose qu'en l'absence de collusion les firmes sont capables de se coordonner sur l'équilibre  $(D, D)$  dans la zone 4.

Il a aussi été obtenu par Fershtman et Gandal (1994) dans un modèle où les firmes choisissent des capacités ou des dépenses publicitaires non coopérativement avant de s'entendre sur les prix, par Brod et Shivakumar (1999) dans un modèle où les firmes choisissent des efforts de R&D avant de s'entendre sur les quantités, et par Jacques (2006) dans un modèle similaire à celui analysé dans cette étude mais dans lequel les firmes se livrent une concurrence en prix.

## 6 Etendue endogène (scénario 2)

On va, maintenant, rendre endogène l'étendue des accords de collusion. On suppose que les firmes ont la possibilité de se rencontrer avant d'effectuer leur choix technologique pour passer un accord de collusion totale. Si elles choisissent de ne pas le faire, elles ont la possibilité de se rencontrer après avoir effectué leur choix technologique pour passer un accord de semi-collusion. Dans cette section, on se place dans le cadre du scénario 2.

### 6.1 Conditions par zone

Dans les zones 1 et 6, la configuration technologique est la même pour les trois situations possibles. L'étendue de l'accord n'a donc pas d'impact sur les coûts fixes de l'industrie. Le choix de l'étendue de l'accord va donc uniquement dépendre de deux éléments : le niveau des prix et les risques de détection par les autorités de la concurrence. L'hypothèse  $\rho_2^S = 0$  implique que la semi-collusion domine la concurrence. La semi-collusion permet d'augmenter les prix sans risque de détection. L'hypothèse  $\rho_2^T > 0$  implique que la semi-collusion domine aussi la collusion totale. Car la seconde provoque une augmentation du risque de détection sans apporter d'avantage. Dans ces deux zones, les firmes choisissent de passer un accord de semi-collusion.

Dans les zones 2 à 5, l'étendue de l'accord de collusion a un impact sur le niveau des coûts fixes de l'industrie. Dans les zones 4 et 5, les firmes pourraient préférer l'absence de collusion et une configuration  $(D, D)$  à un accord de semi-collusion entraînant une configuration  $(F, F)$ . On a, cependant, fait l'hypothèse que les firmes étaient incapables de s'engager avant de choisir leur technologie à ne pas passer d'accord de semi-

collusion ensuite. Cette hypothèse, jointe à l'hypothèse  $\rho_2^S = 0$ , assure que l'absence de collusion ne peut pas apparaître à l'équilibre. La détermination de l'étendue de l'accord de collusion dans les zones 2 à 5 se réduit donc à comparer les profits actualisés d'un accord de semi-collusion à ceux d'un accord de collusion totale. La collusion totale permet de réduire les coûts fixes de l'industrie mais elle a plus de chances d'être détectée par l'autorité de la concurrence.

Dans les zones 3, 4 et 5, la collusion totale est préférée à la semi-collusion si et seulement si :

$$\begin{aligned} & \Pi_1^T(D, D) \geq \Pi_1^S(F, F) \\ \Leftrightarrow & \delta^2 \left[ (1 - \rho_2^T) f + \rho_2^T F_2^T - \rho_2^T \frac{\lambda^2 (\alpha - c)^2}{4(1 + \lambda)(2 + \lambda)^2} \right] - \delta [(2 - \rho_2^T) f + \rho_2^T F_2^T] + f \geq 0 \end{aligned}$$

Ce polynôme du second degré admet deux racines, dont une est toujours supérieure à 1.

Dans la zone 2, la collusion totale est préférée à la semi-collusion si et seulement si :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \Pi_1^T(F, D) + \frac{1}{2} \Pi_1^T(D, F) \geq \Pi_1^S(F, F) \Leftrightarrow \\ & \delta^2 \left[ (1 - \rho_2^T) f + 2\rho_2^T F_2^T - \rho_2^T \frac{(\alpha - c)^2}{36} \right] - \delta [(2 - \rho_2^T) f + 2\rho_2^T F_2^T] + f \geq 0 \end{aligned}$$

Ce polynôme du second degré admet deux racines, dont une est toujours supérieure à 1.

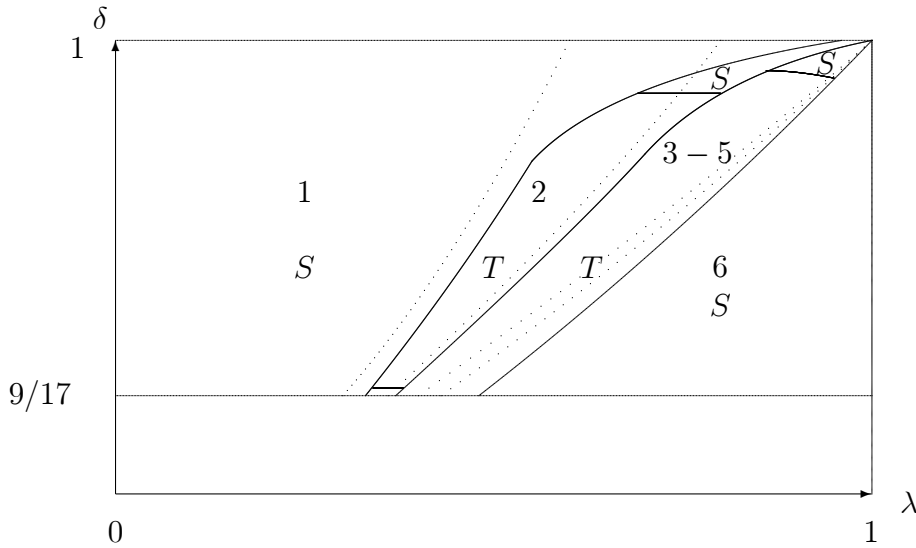
## 6.2 Effets de la politique de la concurrence

Une représentation graphique permet de visualiser les frontières des conditions précédentes et les résultats obtenus. On va tenter de distinguer les effets de la probabilité de détection de ceux de l'amende en introduisant ces deux éléments successivement. Pour faciliter la comparaison avec les résultats obtenus en l'absence de politique de la concurrence, les frontières de la figure 1 sont conservées, mais tracées en pointillés, sur les figures suivantes.

**Effets de la probabilité de détection :** On commence par introduire une probabilité de détection strictement positive et par supposer que l’amende est nulle. La détection d’un accord de collusion met fin à cet accord mais n’entraîne pas d’amende.

Les valeurs des paramètres retenues sont<sup>17</sup> :  $f = 5$ ,  $\alpha - c = 10$ ,  $\rho_2^T = 0,01$ <sup>18</sup>,  $F_2^T = 0$ .

Figure 3 : Etendue endogène - détection



Les frontières délimitant les différents accords technologiques possibles en cas de collusion totale se déplacent vers la droite et s’incurvent vers le bas.

**Proposition 2** *L’introduction d’une autorité de la concurrence agrandit la zone où la configuration  $(F, F)$  est choisie et réduit celle où  $(D, D)$  est choisie dans un accord de collusion totale.*

<sup>17</sup>Les frontières en pointillées correspondent aux frontières de la figure 1. Les frontières en traits pleins correspondent, de gauche à droite, aux frontières des zones  $(F, D)$  et  $(D, D)$  dans la collusion totale et à la frontières de la zone  $(D, D)$  dans la semi-collusion. Les frontières presque horizontales dans le haut du graphique correspondent à la séparation entre collusion totale et semi-collusion. La frontière presque horizontale dans le bas de la zone 2 à la valeur minimale de  $\delta$  pour que le prix de monopole soit soutenable dans un accord de collusion totale.

<sup>18</sup>Si on suppose que la durée des périodes est d’un mois, une probabilité de détection de 1% correspond a peu près à l’estimation de Bryant et Eckard (1991).

Lorsque les firmes passent un accord de collusion totale, elles s'efforcent de réduire leurs dépenses d'investissement en stipulant dans l'accord, lorsque c'est possible, qu'elles doivent choisir des technologies dédiées. Si les firmes respectent les choix technologiques prévus, elles sont "récompensées" en obtenant les profits de collusion lors des étapes suivantes. Si les firmes choisissent une technologie plus chère, elles sont "punies" par la fin de l'accord de collusion. Lorsqu'on introduit une probabilité que l'accord de collusion cesse à cause de sa détection par les autorités de la concurrence, les incitations des firmes à respecter les choix technologiques prévus par un accord de collusion totale deviennent plus faibles. En respectant l'accord, elles obtiennent les profits de collusion, mais seulement temporairement ; car, après un certain nombre de périodes, l'accord sera découvert et dissous. Les frontières des différents équilibres technologiques obtenus avec la collusion totale se déplacent donc vers la droite. Elles s'incurvent, en outre, vers le bas. Car les firmes sont plus sensibles à la fin quasi-inéluctable des accords de collusion totale lorsqu'elles valorisent plus le futur ; donc lorsque  $\delta$  se rapproche de 1.

Dans les zones 2, 3, 4 et 5, les firmes optent pour un accord de collusion totale lorsque  $\delta$  est faible (zones marquées par un T) et pour un accord de semi-collusion lorsque  $\delta$  est élevé (zones marquées par un S).

**Proposition 3** *Pour les valeurs intermédiaires du paramètre de différenciation des produits, les firmes choisissent un accord de semi-collusion lorsqu'elles sont très patientes ( $\delta$  proche de 1) et un accord de collusion totale lorsqu'elles le sont moins.*

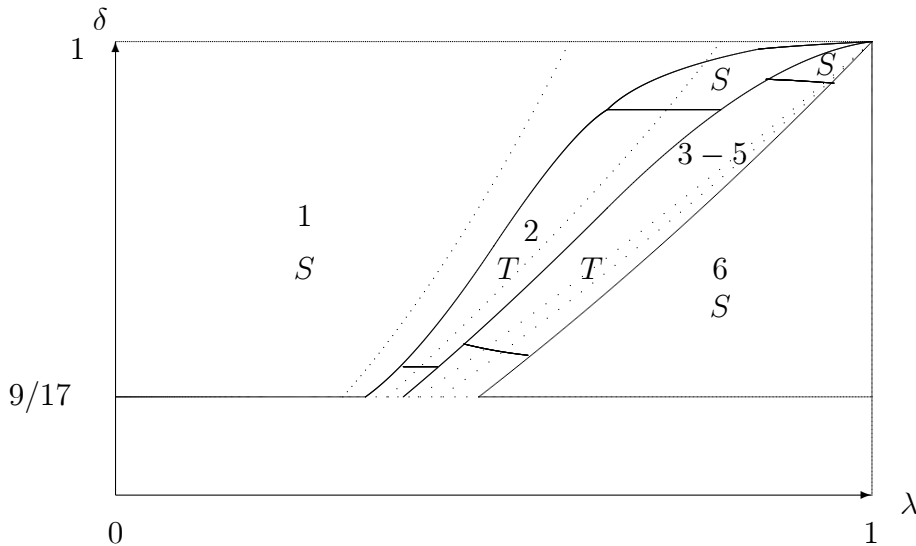
Un accord de semi-collusion entraîne des investissements initiaux plus élevés mais il garantit que l'accord de collusion ne sera pas détecté et pourra être maintenu indéfiniment. La réduction de l'accord de collusion aux seuls choix des quantités a le même effet que si les firmes avaient la possibilité d'investir dans une technologie permettant de se protéger des autorités de la concurrence. Le coût de cette réduction de l'étendue de l'accord est payé dès le début du jeu. Tandis que les gains ne sont obtenus, en moyenne, qu'après plusieurs dizaines de périodes ; c'est-à-dire lorsque la collusion continue alors qu'elle aurait probablement pris fin avec un accord de collusion totale. Un accord de semi-collusion fonctionnant comme un investissement, il est intuitif qu'il soit choisi lorsque  $\delta$  est élevé mais pas lorsque  $\delta$  est faible.

Le dernier effet de l'introduction d'une probabilité de détection strictement positive est de rendre les accords de collusion totale plus difficiles à soutenir, en réduisant la punition en cas de déviation des quantités stipulées par l'accord. Les firmes respectent les quantités prévues par crainte d'un retour à l'équilibre de Nash du jeu non répété. Mais, si les autorités de la concurrence peuvent détecter l'accord et y mettre fin, ce retour à l'équilibre non-coopératif va se produire dans le futur. Les incitations à respecter les quantités stipulées sont donc plus faibles lorsque  $\rho_2^T$  augmente. Sur le graphique, il faut que  $\delta$  soit strictement supérieur à  $9/17$  pour que la collusion totale reste soutenable dans la zone 2. Dans les zones 3 à 5, la valeur minimale de  $\delta$  permettant de soutenir la collusion totale augmente mais reste inférieure à  $9/17$ .

**Effets de l'amende :** Après avoir étudié les effets du risque d'une fin prématurée de l'accord de collusion due à une intervention des autorités de la concurrence, on s'intéresse aux effets additionnels du risque d'amende.

Les valeurs des paramètres retenues sont :  $f = 5$ ,  $\alpha - c = 10$ ,  $\rho_2^T = 0,01$ ,  $F_2^T = 10$ .

Figure 4 : Etendue endogène - amende



Le risque d'amende amplifie les effets du risque d'intervention des autorités de la concurrence pour mettre fin à l'accord de collusion. Les frontières délimitant les configurations technologiques en cas de collusion totale se déplacent un peu plus

vers la droite. Les frontières séparant les zones où la semi-collusion est préférée à la collusion totale se déplacent vers le bas dans les zones 2 à 5. Et la valeur minimale de  $\delta$  nécessaire pour que les quantités stipulées par un accord de collusion totale soient respectées augmente.

**Proposition 4** *Une augmentation du niveau de l'amende infligée par les autorités de la concurrence favorise les accords de semi-collusion au détriment des accords de collusion totale et augmente les investissements dans les technologies flexibles de l'industrie.*

## 7 Résultats dans le scénario 1

Dans cette section, on se place dans le cadre du scénario 1.

### 7.1 Profits actualisés

Les profits actualisés en l'absence de collusion sont les mêmes dans les scénarios 1 et 2. Il en est de même pour les profits actualisés de semi-collusion, car on a supposé  $\rho_2^S = 0$  et  $\rho_1^S = 0$ . Pour obtenir les profits actualisés des accords  $(D, D)$  et  $(F, F)$  lorsque la collusion est totale, il suffit de reprendre les formules calculées dans le scénario 2, d'égaliser  $\rho_2^T$  à 0 et de retrancher l'espérance de l'amende. On obtient ainsi :

$$\begin{aligned}\Pi_i^T(D, D) &= \frac{\delta}{1 - \delta} \frac{(\alpha - c)^2}{4(1 + \lambda)} - I_D - \frac{\rho_1^T F_1^T}{1 - \delta(1 - \rho_1^T)g} \\ \Pi_i^T(F, F) &= \frac{\delta}{1 - \delta} \frac{(\alpha - c)^2}{4(1 + \lambda)} - I_F - \frac{\rho_1^T F_1^T}{1 - \delta(1 - \rho_1^T)g}\end{aligned}$$

Il reste à déterminer les profits actualisés lorsque les firmes choisissent une configuration technologique mixte. Dans la zone où un accord  $(D, D)$  n'est pas implémentable, on ne peut pas implémenter un accord  $(F, D)$  vérifiant  $\Pi_1^T(F, D) = \Pi_2^T(F, D)$  pour les mêmes raisons que dans le scénario 2. De même, dans la zone où  $(D, D)$  n'est pas implémentable, si un accord  $(F, D)$  est passé, la firme F n'a jamais intérêt à changer de technologie et la contrainte d'incitation de la firme F à ne pas



dévier des quantités stipulées par l'accord est saturée :  $\pi_1^c = (1 - \delta) \pi_1^d + \delta \pi_1^{nc}$ . On retrouve la même formule qu'en posant  $\rho_2^T = 0$  dans le scénario 2. On obtient donc :

$$\begin{aligned}\Pi_1^T(F, D) &= \frac{\delta}{1 - \delta} \left( \frac{1 + \delta\lambda}{2(1 + \lambda)} - \frac{\sqrt{\delta(5 + 4\delta)}}{6} \right) \frac{(\alpha - c)^2}{1 - \delta} - I_F - \frac{\rho_1^T F_1^T}{1 - \delta(1 - \rho_1^T)g} \\ \Pi_2^T(F, D) &= \frac{\delta}{1 - \delta} \left( \frac{\sqrt{\delta(5 + 4\delta)}}{6} - \frac{\delta}{2} \right) \frac{(\alpha - c)^2}{1 - \delta} - I_D - \frac{\rho_1^T F_1^T}{1 - \delta(1 - \rho_1^T)g}\end{aligned}$$

## 7.2 Etendue exogène

Sous les hypothèses du scénario 1, l'existence des autorités de la concurrence se traduit par un coût fixe,  $\frac{\rho_1^T F_1^T}{1 - \delta(1 - \rho_1^T)g}$ , que les firmes doivent supporter si elles passent un accord de collusion totale. Ce coût étant indépendant de la configuration technologique choisie, la configuration technologique choisie lorsque les firmes passent un accord de collusion totale est la même que celle obtenue dans le scénario 2 lorsque  $\rho_2^T = 0$ . Les configurations technologiques d'équilibre dans le scénario 1 sont donc celles représentées sur la figure 1 de la section 5.

## 7.3 Etendue endogène

Pour déterminer l'étendue des accords de collusion lorsque celle-ci est endogène, il suffit de comparer les profits actualisés de la collusion totale et de la semi-collusion dans les zones 2 à 5. Comme dans le scénario précédent, la semi-collusion domine toujours l'absence de collusion sous les hypothèses du scénario 1 lorsque  $\rho_1^S = 0$ . Dans les zones 1 et 6, la configuration technologique est indépendante de l'étendue de l'accord de collusion, les firmes préfèrent alors la semi-collusion à la collusion totale.

Dans la zone 2, la collusion totale est préférée à la semi-collusion si et seulement si :

$$\frac{1}{2}\Pi_1^T(F, D) + \frac{1}{2}\Pi_1^T(D, F) \geq \Pi_1^S(F, F) \Leftrightarrow \frac{\frac{f}{2} - \rho_1^T F_1^T}{(1 - \rho_1^T)g \frac{f}{2}} \geq \delta$$

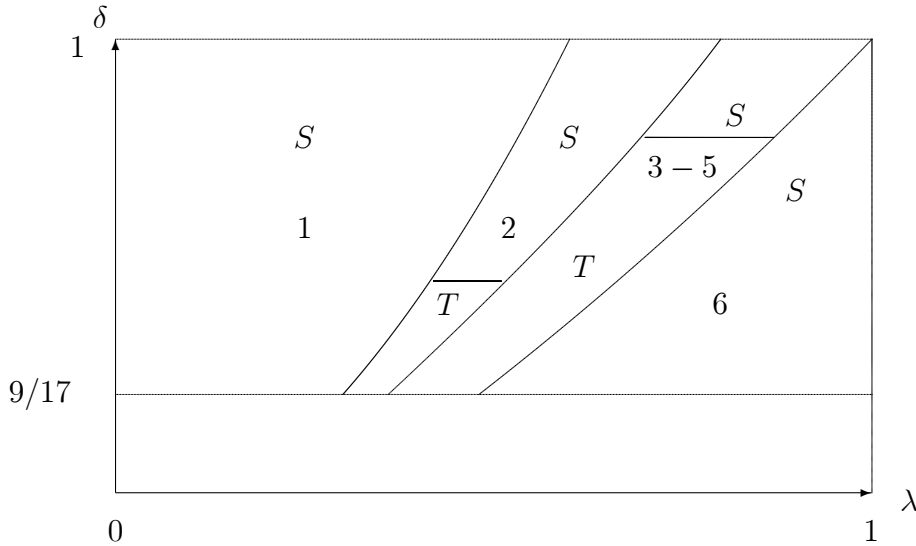
Dans les zones 3, 4 et 5, la collusion totale est préférée à la semi-collusion si et

seulement si :

$$\Pi_1^T(D, D) \geq \Pi_1^S(F, F) \Leftrightarrow \frac{f - \rho_1^T F_1^T}{(1 - \rho_1^T) g f} \geq \delta$$

On obtient la représentation graphique suivante<sup>19</sup> (on a fixé  $f = 5$ ,  $\alpha - c = 10$ ,  $\rho_1^T = 0,05$ ,  $F_1^T = 18$  et  $g = 0,99$ ) :

Figure 5 : Etendue endogène - scénario 1



Dans la zone 1 et dans les parties des zones 2 à 5 marquées par un S, les firmes passent un accord de semi-collusion et choisissent une configuration  $(F, F)$ . Dans la partie de la zone 2 marquée par un T, les firmes passent un accord de collusion totale stipulant une configuration  $(F, D)$ . Dans la partie des zones 3 à 5 marquée par un T, les firmes passent un accord de collusion totale stipulant une configuration  $(D, D)$ . Enfin, dans la zone 6, les firmes passent un accord de semi-collusion et choisissent une configuration  $(D, D)$ .

Les seuils au-dessous desquels les firmes préfèrent un accord de collusion totale à un accord de semi-collusion, dans les zones 2 à 5, augmentent si  $\rho_1^T$  diminue, si  $F_1^T$  diminue, si  $g$  diminue ou si  $f$  augmente.

<sup>19</sup>Les courbes correspondent, de gauche à droite, aux limites des zones  $(F, D)$  et  $(D, D)$  dans la collusion totale et à celle de la zone  $(D, D)$  avec semi-collusion. Les deux frontières horizontales indiquent la séparation entre semi-collusion et collusion totale.

Dans le scénario 1, les firmes doivent comparer deux coûts fixes pour choisir l'étendue de leur accord de collusion. Si elles choisissent un accord de semi-collusion, elles subissent un coût d'investissement plus élevé. Si elles choisissent un accord de collusion totale, elles subissent un coût fixe égal à l'espérance de l'amende qu'elles doivent potentiellement acquitter à l'autorité de la concurrence. Le coût de l'investissement additionnel est indépendant de  $\delta$ . En revanche, le risque d'amende est étalé dans le temps. L'espérance de l'amende est donc une fonction croissante de  $\delta$ . On retrouve donc des résultats qualitativement similaires à celui obtenus dans le scénario 2. Pour les valeurs intermédiaires de  $\lambda$ , les firmes optent pour un accord de semi-collusion si elles sont très patientes et pour un accord de collusion totale si elles le sont moins. Les résultats de la section précédente semblent donc robustes à des modifications importantes de la modélisation de l'autorité de la concurrence.

## 8 Programmes de clémence

On a supposé, jusqu'à maintenant, que l'autorité de la concurrence n'avait pas mis en place de programme de clémence. Cet instrument constitue, cependant, un outil important de la lutte contre la collusion en Europe et aux USA<sup>20</sup>. Il semble donc intéressant d'étudier son effet sur le choix entre semi-collusion et collusion totale. On va se placer dans le cadre du scénario 1<sup>21</sup>. On suppose donc qu'il existe un programme de clémence, qui stipule que, si une firme dénonce à l'autorité de la concurrence un accord de collusion qui n'a pas encore été détecté<sup>22</sup>, elle est amnistiée et ne reçoit aucune amende. Seule la première firme à dénoncer l'accord est amnistiée. L'autre firme se voit infliger l'amende prévue. Si deux firmes dénoncent simultanément l'accord, la

---

<sup>20</sup>Rey (2003) et Spagnolo (2008) passent en revue la littérature sur les programmes de clémence. Brenner (2009) et Miller (2009) estiment leurs effets.

<sup>21</sup>L'hypothèse, faite dans le scénario 2, qu'une déviation met fin au risque de poursuites, rend ce scénario peut adapté pour l'étude des programmes de clémence.

<sup>22</sup>Les programmes de clémence peuvent aussi être utilisés, lorsque les cartels ont déjà été repérés, pour inciter les firmes à livrer des informations et réduire la durée et les coûts des enquêtes (Motta et Polo, 2003). Mais, dans le modèle étudié ici, on a supposé que toutes les enquêtes ouvertes aboutissaient à une condamnation et on n'a pas introduit de coût administratif. Cet effet n'est donc pas présent.

firme considérée comme la première à l'avoir fait est déterminée aléatoirement<sup>23</sup>.

On conserve l'hypothèse  $\rho_1^S = 0$ . L'introduction d'un programme de clémence n'a donc pas d'impact sur la forme des accords de semi-collusion<sup>24</sup>. En revanche, le programme de clémence rend les accords de collusion totale plus difficiles à soutenir. En effet, une déviation, lors du choix technologique ou lors du choix de production, s'accompagne d'une dénonciation de l'accord à l'autorité de la concurrence et permet ainsi de supprimer le risque d'amende. Une déviation d'un accord de collusion totale devient donc plus attractive lorsqu'un programme de clémence existe.

Les conditions de non déviation d'un accord de collusion totale  $(D, D)$  deviennent :

$$\sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{(\alpha - c)^2}{4(1 + \lambda)} - I_D - \frac{\rho_1^T F_1^T}{1 - \delta(1 - \rho_1^T)g} \geq \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \frac{(13 - 5\lambda)(\alpha - c)^2}{36(1 + \lambda)} - I_F$$

et

$$\frac{1}{1 - \delta} \frac{(\alpha - c)^2}{4(1 + \lambda)} - \frac{\rho_1^T F_1^T}{1 - \delta(1 - \rho_1^T)g} \geq \frac{(2 + \lambda)^2 (\alpha - c)^2}{16(1 + \lambda)^2} + \frac{\delta}{1 - \delta} \left( \frac{\alpha - c}{2 + \lambda} \right)^2$$

Elles sont plus difficiles à remplir qu'en l'absence de programme de clémence, car l'espérance de l'amende n'apparaît plus que du côté gauche des deux inégalités.

Pour obtenir les conditions de non déviation d'un accord de collusion totale  $(F, T)$ , il faut commencer par caractériser la répartition des quotas de production, obtenue en saturant la contrainte de non déviation lors de la phase de production de la firme ayant une technologie  $F$  :  $\frac{1}{1-\delta}\pi_1^c - E(F_1^T) = \pi_1^d + \frac{\delta}{1-\delta}\pi_1^{nc}$ . On peut ensuite recourir à une simulation numérique pour obtenir le tracé des contraintes de non déviation de la firme équipée d'une technologie  $D$ .

L'introduction des programmes de clémence ne modifie pas les frontières délimitant le choix entre semi-collusion et collusion totale à l'intérieur de la zone 2 et des zones 3 à 5. Cette absence d'impact des programmes de clémence sur ces frontières

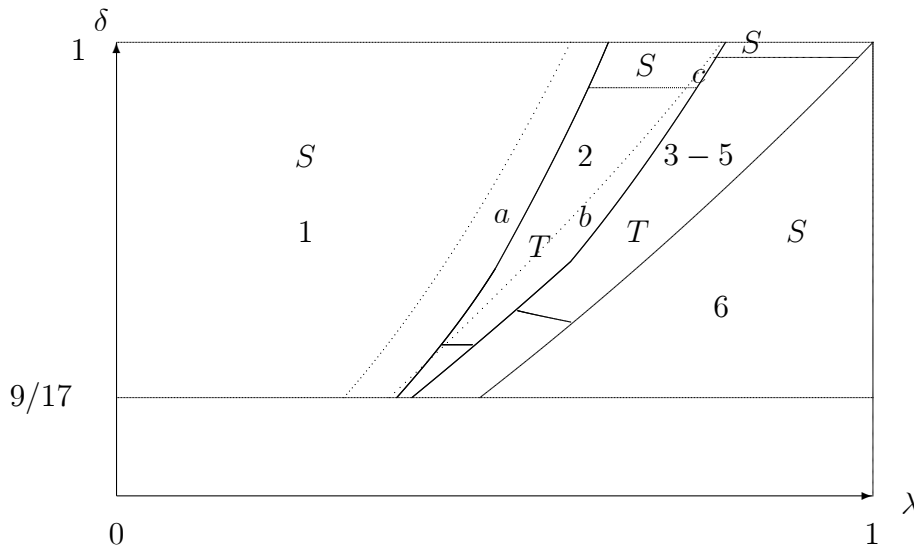
<sup>23</sup>Une amnistie complète de la première firme et aucune mesure de clémence pour les autres firmes constitue souvent la politique optimale pour l'autorité de la concurrence (Harrington, 2008).

<sup>24</sup>Elle pourrait avoir un impact si on supposait que l'autorité de la concurrence peut verser des primes aux firmes ou aux employés dénonçant un accord comme dans Aubert, Rey et Kovacic (2006).

est due au fait que les programmes de clémence ne sont jamais utilisés sur le sentier d'équilibre<sup>25</sup>.

On obtient la représentation graphique suivante (on a fixé  $f = 5$ ,  $\alpha - c = 10$ ,  $\rho_1^T = 0,02$ ,  $F_1^T = 10$  et  $g = 1$ ) :

Figure 6 : Programmes de clémence



Les programmes de clémence ont clairement un effet déstabilisateur sur les accords de collusion totale. Ils rendent plus difficile le respect des choix technologiques prévus. Ce qui se traduit par un déplacement vers la droite des frontières des zones où les accords  $(D, D)$  et  $(F, D)$  peuvent être soutenus. Ces programmes rendent aussi plus difficile le respect des quantités prévues par l'accord. Ce qui se traduit par un déplacement vers le haut des frontières au-dessous desquelles la quantité de monopole ne peut plus être soutenue avec un accord de collusion totale.

L'introduction d'un programme de clémence a donc pour effet de faire basculer une zone (a) d'un accord de collusion totale  $(F, D)$  vers un accord de semi-collusion  $(F, F)$ , une autre zone (b) d'un accord de collusion totale  $(D, D)$  vers un accord de collusion totale  $(F, D)$  et une troisième zone (c) d'un accord de collusion totale  $(D, D)$  vers un accord de semi-collusion  $(F, F)$ .

<sup>25</sup>Pour que les programmes de clémence soient utilisés sur le sentier d'équilibre, il faut introduire des éléments non-stationnaires dans le modèle. Voir, par exemple, Harrington (2008) où la probabilité de détection change dans le temps.

**Proposition 5** *L'introduction d'un programme de clémence favorise les accords de semi-collusion au détriment des accords de collusion totale et augmente les investissements en flexibilité des firmes.*

## 9 Conclusion

La contribution de cet article est double. Premièrement, on a étudié l'impact de l'étendue (exogène) des accords de collusion sur les choix de flexibilité des firmes. On a montré que les accords de semi-collusion incitent les firmes à augmenter leurs investissements pour accroître leur gamme de production et être en position de force lors des négociations sur le partage des parts de marché. À l'opposé, l'extension des accords de collusion à la phase d'investissement initiale permet de réduire les investissements des firmes. Les firmes utilisent la menace de rompre l'accord de collusion sur les quantités pour faire respecter la décision commune de réduire les investissements initiaux. Ces résultats ont été obtenus avec des formes fonctionnelles spécifiques, mais l'intuition économique semble robuste et on retrouverait des résultats semblables avec d'autres fonctions de coût ou de demande.

Après avoir montré que l'impact de la collusion sur les choix de flexibilité dépendait de l'étendue des accords de collusion, une seconde question émerge naturellement : quels facteurs influencent l'étendue des accords ? La deuxième contribution de cet article, probablement la plus importante, est de proposer une explication endogène à l'étendue des accords de collusion. L'étendue des accords de collusion peut dépendre de plusieurs facteurs : les possibilités d'observer les actions des autres firmes, la capacité d'engagement des firmes et la politique de la concurrence. Dans cet article, on s'est focalisé sur le troisième facteur en supposant que plus l'étendue des accords de collusion est importante et plus le risque de détection de l'accord par l'autorité de la concurrence est élevé. Dans ce contexte, les firmes doivent arbitrer entre la possibilité de réduire leurs investissements en passant des accords de collusion étendus et la probabilité accrue de sanction. Les firmes choisissent des accords étendus lorsque le degré de substituabilité entre les deux biens prend une valeur intermédiaire et lorsque le facteur d'actualisation des firmes n'est pas trop élevé. Une augmentation de la probabilité de détection des accords de collusion totale, une augmentation du

montant de l'amende et l'introduction d'un programme de clémence ont les mêmes effets qualitatifs. Ils réduisent la zone où les firmes choisissent des accords de collusion étendus et ils augmentent les incitations des firmes à investir dans des technologies flexibles.

Il paraît prématuré de tenter de tirer des recommandations précises de ces résultats pour guider la mise en oeuvre de la politique de la concurrence. Premièrement, parce qu'on s'est focalisé sur un seul déterminant du choix de l'étendue des accords de collusion : le risque de détection par les autorités de la concurrence. Pour bien comprendre ce choix, il semble nécessaire d'étudier, dans d'autres travaux, la facilité pour les firmes d'observer les choix de leurs concurrentes et les possibilités pour les firmes de s'engager lorsqu'elles négocient un accord de collusion totale à ne pas renégocier un accord de semi-collusion en cas de déviation lors des choix technologiques. Deuxièmement, on s'est focalisé sur le choix entre collusion totale et semi-collusion (essentiellement pour des raisons de longueur de l'article). Il semble important d'introduire le troisième choix - l'absence de collusion - avant de pouvoir déterminer la politique de la concurrence optimale. Troisièmement, comme on l'a indiqué dans la section 2.2, les hypothèses que l'on a retenues dans ce modèle neutralisent plusieurs autres effets de la politique de la concurrence, qui doivent être réintroduits avant une mise en application concrète. Malgré ces réserves importantes, il est possible de dégager quelques enseignements. Le message central est qu'il existe différents degrés de collusion. La littérature théorique sur la détermination de la politique optimale de lutte contre les cartels s'est focalisée sur l'effet de la collusion sur les prix. Dans ce modèle, la collusion peut porter sur d'autres dimensions que les prix. Or, si la collusion sur les prix est généralement nuisible pour la société, la collusion sur d'autres variables ne l'est pas nécessairement. Dans ce modèle, les accords de collusion totale sont socialement préférables aux accords de semi-collusion pour deux raisons. Premièrement, ils permettent de réduire les coûts d'investissement des firmes sans provoquer de réduction de la gamme de produits offerte par l'industrie. Deuxièmement, leur probabilité de détection est plus élevée. Ce qui implique que, dans le scénario 2, les accords de collusion totale durent moins longtemps que les accords de semi-collusion (qui pour simplifier le modèle durent indéfiniment). Or, dans ce modèle, un renforcement de la politique de la concurrence conduit, dans certaines zones, à passer d'un accord de collusion totale à un accord de semi-collusion. La politique de la concurrence pourrait

donc, dans certains cas, avoir des effets pervers en augmentant les coûts des firmes<sup>26</sup> et en allongeant la durée de vie des cartels. Evidemment, dans d'autres zones, un renforcement de la politique de la concurrence a des effets bénéfiques. Il provoque une réduction de la durée de vie des cartels, si l'étendue de l'accord de collusion demeure la même, et il peut provoquer un basculement de la collusion vers la concurrence lorsque  $\delta$  a une valeur intermédiaire (cet effet apparaît si on suppose que les accords de semi-collusion ont une probabilité non nulle d'être détectés). Pour arbitrer entre ces effets bénéfiques et ces effets pervers, il faut bien comprendre l'impact potentiel de la politique de la concurrence sur l'étendue des accords de collusion. Cet article est un premier pas vers cette compréhension.

## References

- [1] AUBERT C., P. REY et W. KOVACIC (2006). - "The impact of leniency and whistle-blowing programs on cartels", *International Journal of Industrial Organization*, 24, 1241-1266.
- [2] BESANKO D. et D. SPULBER (1989). - "Antitrust enforcement under asymmetric information", *Economic Journal*, 99, 408-425.
- [3] BRENNER S. (2009). - "An empirical study of the European corporate leniency program", *International Journal of Industrial Organization*, 27, 639-645.
- [4] BROD A. et R. SHIVAKUMAR (1999). - "Advantageous semi-collusion", *Journal of Industrial Economics*, 47, 221-230.
- [5] BRYANT P. et W. ECKARD (1991). - "Price fixing : the probability of getting caught", *Review of Economics and Statistics*, 73, 531-536.

---

<sup>26</sup>Sproul (1993) a trouvé que la dissolution de cartels se traduit parfois par une augmentation des prix. Il a avancé que cet effet contre-intuitif pourrait être dû à une organisation moins efficace de la distribution des biens qui augmenterait les coûts des firmes lorsqu'elles ne peuvent plus communiquer librement.



- [6] CHANG M-H. (1992). - "Intertemporal product choice and its effects on collusive firm behavior", *International Economic Review*, 33 (4), 773-793.
- [7] DAVIDSON C. et R. DENECKERE (1990). - "Excess capacity and collusion", *International Economic Review*, 31 (3), 521-541.
- [8] DE ROOS N. (2006). - "Examining models of collusion : the market for lysine", *International Journal of Industrial Organization*, 24, 1083-1107.
- [9] EATON B. et N. SCHMITT (1994). - "Flexible manufacturing and market structure", *American Economic Review*, 84, 875-888.
- [10] FERSHTMAN C. et N. GANDAL (1994). - "Disadvantageous semicollusion", *International Journal of Industrial Organization*, 12, 141-154.
- [11] FRIEDMAN J. (1971). - "A non-cooperative equilibrium for supergames", *Review of Economic Studies*, 38 (1), 1-12.
- [12] FRIEDMAN J. et J-F. THISSE (1993). - "Partial collusion fosters minimum product differentiation", *Rand Journal of Economics*, 24 (4), 631-645.
- [13] GENESOVE D. et W. MULLIN (2001). - "Rules, communication, and collusion : narrative evidence from the Sugar Institute case", *American Economic Review*, 91 (3), 379-398.
- [14] HÄCKNER J. (1995). - "Endogenous product design in an infinitely repeated game", *International Journal of Industrial Organization*, 13, 277-299.
- [15] HARRINGTON J. (2004a). - "Cartel pricing dynamics in the presence of an antitrust authority", *Rand Journal of Economics*, 35 (4), 651-673.
- [16] HARRINGTON J. (2004b). - "Post-cartel pricing during litigation", *Journal of Industrial Economics*, 52 (4), 517-533.
- [17] HARRINGTON J. (2005). - "Optimal cartel pricing in the presence of an antitrust authority", *International Economic Review*, 46 (1), 145-169.

- [18] HARRINGTON J. (2008). - "Optimal corporate leniency programs", *Journal of Industrial Economics*, 56 (2), 215-246.
- [19] HARRINGTON J. et J. CHEN (2006). - "Cartel pricing dynamics with cost variability and endogenous buyer detection", *International Journal of Industrial Organization*, 24, 1185-1212.
- [20] JACQUES A. (2003). - "La flexibilité technologique : un survol de la littérature", *Revue d'économie politique*, 113, 587-624.
- [21] JACQUES A. (2006). - "Technologies flexibles et collusion tacite", *Recherches Économiques de Louvain*, 72 (4), 385-412.
- [22] JACQUES A. (2009). - "Cours d'économie industrielle", mimeo<sup>27</sup>.
- [23] JEHIEL P. (1992). - "Product differentiation and price collusion", *International Journal of Industrial Organization*, 10, 633-641.
- [24] KIM T., L-H. RÖLLER et M. TOMBAK (1992). - "Strategic choice of flexible production technologies and welfare implications : addendum et corrigendum", *Journal of Industrial Economics*, 40, 233-235.
- [25] KNITTEL C. et J. LEPORE (2010). - "Tacit collusion in the presence of cyclical demand and endogenous capacity levels", *International Journal of Industrial Organization*, 28, 131-144.
- [26] MARTIN S. (1995). - "R&D joint ventures and tacit product market collusion", *European Journal of Political Economy*, 11, 733-741.
- [27] MILLER N. (2009). - "Strategic leniency and cartel enforcement", *American Economic Review*, 99 (3), 750-768.
- [28] MOTTA M. et M. POLO (2003). - "Leniency programs and cartel prosecution", *International Journal of Industrial Organization*, 21 (3), 347-379.

---

<sup>27</sup>Disponible sur internet à l'adresse : <http://ceresur.univ-reunion.fr/>. Rubriques : membres titulaires, Armel Jacques, économie industrielle.

- [29] NASH J. (1950). - "The bargaining problem", *Econometrica*, 28, 155-162.
- [30] NORMAN G. et J-F. THISSE (1999). - "Technology choice and market structure: strategic aspects of flexible manufacturing", *Journal of Industrial Economics*, 47, 345-372.
- [31] PÉNARD T. (1997). - "Choix de capacités et comportements stratégiques : une approche par la théorie des jeux répétés", *Annales d'Économie et de Statistique*, 46, 203-224.
- [32] REY P. (2003). - "Toward a theory of competition policy", dans M. Dewatripont, L. P. Hansen et S. Turnovsky (eds), *Advances in economics and econometrics : theory and applications : eighth world congress*, Cambridge University Press.
- [33] RÖLLER L-H. et M. TOMBAK (1990). - "Strategic choice of flexible production technologies and welfare implications", *Journal of Industrial Economics*, 38, 417-431.
- [34] SOUAM S. (2001). - "Optimal antitrust policy under different regimes of fines", *International Journal of Industrial Organization*, 19, 1-26.
- [35] SPAGNOLO G. (2008). - "Leniency and whistleblowers in antitrust", dans P. Buccirossi (ed), *Handbook of antitrust economics*, MIT Press.
- [36] SPROUL M. (1993). - "Antitrust and prices", *Journal of Political Economy*, 101 (4), 741-754.
- [37] WHINSTON M. (2006). - *Lectures on Antitrust Economics*, MIT Press, Cambridge.

## .1 Annexe : Accord de collusion totale mixte

Si les firmes choisissent une configuration  $(F, D)$ , la répartition des parts de marché est telle que la contrainte de non déviation de la firme flexible de la politique de production prévue est saturée. On doit donc avoir :

$$\delta (1 - \rho_2^T) = \frac{\pi_1^d - \pi_1^c}{\pi_1^d - \pi_1^{nc}} \Leftrightarrow \pi_1^c = [1 - \delta (1 - \rho_2^T)] \pi_1^d + \delta (1 - \rho_2^T) \pi_1^{nc}$$

Le profit de collusion et le profit de déviation peuvent s'écrire comme une fonction des quotas de production.

$$\pi_1^c = \frac{1}{4(1 + \lambda)} (\alpha - c)^2 + \frac{1}{2} (\alpha - c) q_1^B - \rho_2^T F_2^T$$

Le quota de production alloué à la firme 2 est égal à :

$$q_2^B = \frac{1}{2(1 + \lambda)} (\alpha - c) - q_1^B$$

On en déduit le profit de la firme 1 en cas de déviation :

$$\pi_1^d = \frac{5 + 4\lambda}{16(1 + \lambda)^2} (\alpha - c)^2 + \frac{1 + 2\lambda}{4(1 + \lambda)} (\alpha - c) q_1^B + \frac{1}{4} (q_1^B)^2$$

En introduisant ces expressions dans la première équation, on obtient :

$$\begin{aligned} \pi_1^c &= [1 - \delta (1 - \rho_2^T)] \pi_1^d + \delta (1 - \rho_2^T) \pi_1^{nc} \\ \Leftrightarrow [1 - \delta (1 - \rho_2^T)] &\frac{(1 + \lambda)^2}{(\alpha - c)^2} (q_1^B)^2 - [1 + \delta (1 - \rho_2^T) (1 + 2\lambda)] \frac{1 + \lambda}{\alpha - c} q_1^B \\ &+ \frac{1}{4} \left[ \delta (1 - \rho_2^T) \frac{7 - 4\lambda - 20\lambda^2}{9} + 1 \right] + 4 \frac{(1 + \lambda)^2}{(\alpha - c)^2} \rho_2^T F_2^T = 0 \end{aligned}$$

On pose :

$$x \equiv \frac{1 + \lambda}{\alpha - c} q_1^B$$

Il vient :

$$[1 - \delta (1 - \rho_2^T)] x^2 - [1 + \delta (1 - \rho_2^T) (1 + 2\lambda)] x + \frac{1}{4} \left[ \delta (1 - \rho_2^T) \frac{7 - 4\lambda - 20\lambda^2}{9} + 1 \right] + 4 \frac{(1 + \lambda)^2}{(\alpha - c)^2} \rho_2^T F_2^T = 0$$

Ce polynôme admet deux racines :

$$x_1 = \frac{1 + \delta (1 - \rho_2^T) (1 + 2\lambda) - \sqrt{[1 + \delta (1 - \rho_2^T) (1 + 2\lambda)]^2 - X}}{2 [1 - \delta (1 - \rho_2^T)]}$$

$$x_2 = \frac{1 + \delta (1 - \rho_2^T) (1 + 2\lambda) + \sqrt{[1 + \delta (1 - \rho_2^T) (1 + 2\lambda)]^2 - X}}{2 [1 - \delta (1 - \rho_2^T)]}$$

$$\text{où } X \equiv [1 - \delta (1 - \rho_2^T)] \left\{ \frac{\delta(1-\rho_2^T)(7-4\lambda-20\lambda^2)+9}{9} + \frac{16(1+\lambda)^2\rho_2^TF_2^T}{(\alpha-c)^2} \right\}$$

$x$  doit être compris entre 0 et  $\frac{1}{2}$ . C'est le cas de  $x_1$  mais pas de  $x_2$ .

On obtient donc :

$$q_1^B = \frac{x_1}{1 + \lambda} (\alpha - c)$$

Il est maintenant possible de calculer les profits des deux firmes lors de chaque période où l'accord de collusion reste en vigueur :

$$\pi_1^c = \frac{1}{4(1 + \lambda)} (\alpha - c)^2 + \frac{1}{2} (\alpha - c) q_1^B - \rho_2^T F_2^T = \frac{1 + 2x_1}{4(1 + \lambda)} (\alpha - c)^2 - \rho_2^T F_2^T$$

$$\begin{aligned} \pi_2^c &= \frac{1}{2} (\alpha - c) q_2^B - \rho_2^T F_2^T = \frac{1}{2} (\alpha - c) \left[ \frac{1}{2(1 + \lambda)} (\alpha - c) - q_1^B \right] - \rho_2^T F_2^T \\ &= \frac{1 - 2x_1}{4(1 + \lambda)} (\alpha - c)^2 - \rho_2^T F_2^T \end{aligned}$$