

La manipulation stratégique des règles de vote : Une étude expérimentale

Virginie Béhue ^{*}, Pierre Favardin [†] et Dominique Lepelley [‡]

Version préliminaire

Mots clés : choix collectif, règles de vote, manipulation, expériences.

JEL Classification : C9, D72

1 Introduction

L'un des résultats les plus connus et les plus fondamentaux de la théorie du choix social est le théorème de Gibbard et Satterthwaite qui énonce que les seules règles de choix collectif non manipulables par les agents sont les règles dictatoriales. Autrement dit, toute règle de choix collectif un tantinet démocratique se heurte à la difficulté suivante : il existe des situations dans lesquelles un agent (ou une coalition d'agent) est incité à exprimer une préférence non sincère de manière à obtenir un résultat collectif qu'il préfère à celui qu'il obtiendrait en votant sincèrement. Les comportements de "vote utile" ou de "free riding" constituent des exemples bien connus de ce type de phénomène.

Ce résultat négatif a suscité une abondante littérature. En théorie du vote, de nombreuses études se sont notamment interrogées sur la fréquence théorique des situations dans lesquelles le vote stratégique est possible. Ce type d'investigations présente un double intérêt. En premier lieu, si l'on peut démontrer que, pour les règles de vote d'usage courant, la fréquence des opportunités de manipulations stratégiques est très généralement faible, alors la portée du théorème de Gibbard-Satterthwaite s'en trouvera considérablement

^{*}CREM. Tel: (33) 2 31 56 58 26. Courriel: behue@econ.unicaen.fr

[†]CREM. Tel: (33) 2 31 56 58 99. Courriel: pierre.favardin@unicaen.fr

[‡]CERESUR. Auteur chargé de la correspondance. Tel: (33) 2 62 93 84 48. Courriel: dominique.lepelley@univ-reunion.fr

réduite. Les résultats (analytiques) obtenus tendent à montrer que cet espoir est vain : par exemple, dans des élections à trois candidats avec un grand nombre d'électeurs, on peut établir que 30% environ des situations de vote possibles sont susceptibles d'être manipulées par une coalition d'agents lorsque la règle utilisée est le vote à la majorité simple (Lepelley et Mbih, 1987). Les calculs de fréquence montrent cependant que la vulnérabilité aux manipulations stratégiques est très variable d'une règle à l'autre : ils sont donc susceptibles -et c'est là leur second intérêt- d'identifier les règles de choix collectif les moins manipulables.

Dans un article récent, Favardin et Lepelley (2004) ont calculé, dans le cadre d'élections à trois candidats et pour des règles variées (une vingtaine de règles au total), le pourcentage exact de situations de vote *instables* dans lesquelles ces règles peuvent être manipulées par un seul électeur (manipulation individuelle) ou par un groupe d'électeurs (manipulation collective). L'un des enseignements majeurs de l'article est le suivant : la performance de certaines règles est très dépendante du concept d'équilibre qui est utilisé pour définir l'instabilité. C'est particulièrement vrai pour la règle de Borda (cette règle consiste à distribuer des points aux candidats et à choisir le candidat qui obtient le plus de points). Si la notion utilisée pour définir l'instabilité est celle d'équilibre de Nash (manipulation individuelle) ou d'équilibre fort (manipulation collective), alors cette règle de vote est l'une des plus vulnérables à la manipulation stratégique. Cependant, si la définition de l'instabilité prend en considération la possibilité de contre-menaces ou de réactions de la part d'un ou de plusieurs électeurs pour contrer une intention de manipuler d'un votant, alors la conclusion inverse est obtenue : la règle de Borda devient l'une des règles les moins vulnérables à la manipulation collective et correspond à la meilleure règle (parmi celles considérées) si l'on se réfère à la manipulation individuelle.

La question subséquente est alors la suivante: quelle est le concept d'équilibre pertinent dans ce type de problème ? Doit-on ignorer les possibilités de réactions et de contre-menaces, comme dans la plupart des travaux analytiques sur la fréquence des opportunités de vote stratégique ? Ne serait-il pas plus réaliste de considérer que la possibilité de réactions ou contre-menaces est susceptible de réduire l'instabilité ? Nous nous proposons d'éclairer ces questions à l'aide d'une approche expérimentale¹. L'objet de la présente contribution est de rendre compte de la première expérience que nous avons réalisée.

¹L'intérêt d'une telle approche pour l'analyse du vote stratégique et la comparaison des règles de vote a été clairement mis en évidence par de nombreux travaux, notamment ceux de Forsythe *et alii* (1993, 1996). Pour une vue d'ensemble, nous renvoyons le lecteur à la revue de la littérature proposée dans la thèse de V. Béhue (2004).

2 Situations et règles de vote étudiées

Nous nous sommes restreints dans cette première expérience à l'étude de la manipulation individuelle, qui suppose un contexte électoral dénué de communication, ainsi qu'un nombre limité de votants. Nous étudions des élections à trois candidats dans un environnement en information parfaite, conformément aux hypothèses habituellement émises pour étudier les comportements de vote stratégique individuels. Nous considérons des candidats fictifs², que nous représentons par une lettre de l'alphabet: A, B et C. Nous nous sommes intéressés à trois règles de choix collectif : la règle de Borda, la règle de Copeland et le vote à la majorité simple (ou règle de la pluralité).

La règle de Borda est une règle de classement par points d'un usage courant (notamment dans certaines commissions de spécialistes) : dans une élection à trois candidats, l'électeur donnera -s'il vote sincèrement- deux points au candidat qu'il préfère, un point au candidat intermédiaire et zéro point à celui qu'il aime le moins. Une idée communément admise en théorie du vote est que la règle de Borda est particulièrement vulnérable aux comportement stratégiques. Notre intérêt pour cette règle est directement lié à l'observation faite dans Favardin et Lepelley (2004): l'évaluation de sa manipulabilité dépend en fait de la notion d'équilibre que l'on considère. Afin de pouvoir comparer la performance de la règle de Borda à celles de règles alternatives, deux autres mécanismes de choix collectif ont été analysés. La règle de Copeland (souvent confrontée à la règle de Borda en théorie du vote) consiste à opposer les candidats dans des duels à la majorité des voix ; avec trois candidats, trois duels sont ainsi organisés (AB, AC, BC) ; le candidat qui remporte le plus de duels est alors le vainqueur de l'élection. Avec le vote à la majorité simple, on donne un point à un candidat et zéro aux autres ; le candidat qui a obtenu le plus grand nombre de points (de voix) est élu. En cas d'*ex aequo*, nous considérons pour chacune des règles que les candidats qui obtiennent le même score sont départagés en fonction de l'ordre alphabétique.

Quant aux situations électorales étudiées, nous distinguerons (lorsque c'est possible) trois cas de figure: une situation de "menace sans possibilité de réaction", une situation de "menace avec réaction possible" et une dernière situation de "menace avec contre-menace possible". La première situation correspond au cas où l'un des votants a intérêt à voter stratégiquement (on dit alors qu'il existe une *menace*) sans que les autres votants puissent contrer cette menace, de quelque manière que ce soit. L'existence d'une *réaction* suggère que si un électeur est en position de manipuler (existence d'une menace), un autre électeur peut l'anticiper et réagir en restaurant le résultat sincère. Enfin, une *contre-menace* suppose qu'un autre électeur peut contrer la menace d'un électeur en faisant élire le candidat que ce dernier aime le

²Cela signifie qu'aucun sujet n'endosse le rôle de candidat.

moins, le dissuadant ainsi de voter stratégiquement³.

Les situations étudiées pour la règle de Borda seront ainsi les suivantes (Table 1).

Cas d'une menace sans réaction (I)			Cas d'une menace avec une réaction (II)				Cas d'une menace avec une contre-menace (III)	
A	B	C	A	A	B	B	A	B
B	C	A	B	C	A	C	B	C
C	A	B	C	B	C	A	C	A

Table 1: Préférences considérées pour la règle de Borda

Le cas I (trois premières colonnes du tableau) correspond à une situation de menace sans réaction. Les colonnes nous indiquent que, dans ce cas, l'électorat est constitué de trois votants, qu'un électeur (première colonne) préfère le candidat A au candidat B, et le candidat B au candidat C, qu'un autre électeur (deuxième colonne) préfère B à C, et C à A et que le dernier électeur (troisième colonne) préfère C à A, et A à B. Les autres situations électorales peuvent être lues de manière similaire.

Dans la situation I, la règle de Borda donne le même nombre de points (trois) à chacun des candidats si les électeurs votent sincèrement : compte tenu de la règle de départage des *ex aequo*, c'est donc A qui est le "vainqueur sincère". Ce candidat est celui que le deuxième électeur classe en dernière position ; cet électeur a intérêt à permuter B et C dans l'expression de sa préférence lors du vote : c'est alors l'option C qui l'emporte et l'on peut vérifier que le premier électeur (celui qui préfère A) ne peut rien faire pour contrer cette menace, dont on peut donc penser qu'elle sera mise à exécution.

Analysons maintenant la situation II. Dans un vote sincère à la Borda, les candidats A, B et C obtiennent respectivement cinq, cinq et deux points : c'est donc A qui l'emporte. Le troisième électeur peut être tenté d'exhiber un ordre de préférence non sincère dans lequel le candidat A est classé dernier : si les autres électeurs votent sincèrement, c'est alors B qui est élu par la règle de Borda. Le premier électeur peut cependant réagir à cette menace en classant B en dernière position, ce qui assure la victoire de A. **Nous nous attendons**

³Les notions de menace, réaction et contre-menace sont standards en théorie du vote (voir Favardin et Lepelley, 2004, pour une définition précise et une discussion).

à ce que, dans une situation de ce type, le vainqueur sincère ait plus de chances d'être effectivement élu que dans une situation de type I.

Dans la situation III, le vainqueur sincère est B ; le premier électeur peut alors classer B en dernière position de manière à faire élire A. Dans ces conditions, le second électeur ne peut rétablir le vainqueur sincère (B) mais il peut faire élire le candidat C en en le classant en première position, "punissant" ainsi le premier électeur puisque C est le candidat qu'il aime le moins. **Cette contre-menace peut dissuader le premier électeur de "tricher"**.

Pour le vote à la majorité simple et la règle de Copeland, nous n'avons étudié que deux types de situation : menace sans réaction et menace avec réaction (cf Tables 2 et 3). La notion de contre-menace ne peut en effet s'appliquer pour ces règles (on ne peut "punir" un électeur qui "menace" sans se punir soi-même). Pour chacune des règles, la situation avec menace et sans réaction est la même que celle que nous avons considérée pour la règle de Borda (cas I), **ce qui nous permettra de comparer les trois règles pour ce cas de figure**. On notera que cette situation correspond au célèbre paradoxe de Condorcet : deux électeurs sur trois préfèrent A à B, deux électeurs sur trois préfèrent B à C et deux électeurs sur trois préfèrent C à A. Pour le vote à la majorité simple comme pour la règle de Copeland, et compte tenu de la règle utilisée pour départager les *ex aequo*, l'expression sincère des préférences amène ici le même vainqueur que la règle de Borda, à savoir le candidat A. Le deuxième électeur peut alors faire élire C, sans qu'il y ait de réaction possible de la part des deux autres. Si l'on utilise le vote à la majorité simple, il lui suffit de voter C ; si la règle de Copeland est la règle qui prévaut, il obtient la victoire de C en votant stratégiquement C dans le duel opposant B et C.

Cas d'une menace sans réaction			Cas d'une menace avec une réaction				
A	B	C	A	B	B	C	C
B	C	A	B	A	C	A	B
C	A	B	C	C	A	B	A

Table 2: Préférences considérées pour le vote à la majorité simple

Dans la situation correspondant à une menace avec réaction pour la règle de la majorité simple, le vainqueur sincère est le candidat B (qui obtient - dans un vote sincère- deux voix, contre deux à C et une à A). Le quatrième

Cas d'une menace sans réaction			Cas d'une menace avec une réaction		
A	B	C	A	B	C
B	C	A	B	A	B
C	A	B	C	C	A

Table 3: Préférences considérées pour la règle de Copeland

électeur, qui classe B dernier, peut envisager de voter A, ce qui assurerait la victoire de ce candidat. Il existe cependant une réaction à cette menace : le cinquième électeur, en votant B (qu'il préfère à A) rétablit la victoire du vainqueur sincère.

La situation avec menace et réaction pour la règle de Copeland met en jeu trois électeurs. C'est l'option B qui l'emporte si le vote est sincère (B est ici le "vainqueur de Condorcet" : il bat à la majorité chacun des autres candidats). Le premier électeur, partisan de A, peut alors déclarer qu'il préfère C à B dans le duel opposant ces deux candidats : on obtient ainsi un cycle majoritaire, chaque candidat remporte une victoire et subit une défaite ; c'est une situation d'*ex aequo* et c'est donc A qui l'emporte. A cette menace, le troisième électeur (qui préfère B à A) peut réagir en votant stratégiquement pour B dans le duel qui l'oppose à C, contrant ainsi la manipulation du premier électeur : la règle de Copeland donne à nouveau B comme vainqueur.

3 Protocole expérimental

Nous avons réalisé trois sessions expérimentales : une pour chacune des règles de vote étudiées. Pour chacune de ces sessions, à leur arrivée, nous faisons asseoir les participants dans une salle de classe et nous leur distribuons une pochette contenant les instructions, un numéro d'identification⁴, des bulletins de vote, les schémas de paiement et des fiches d'enregistrement des paiements⁵. Nous leur donnons environ cinq minutes pour lire les instructions, après quoi nous leur expliquons la procédure, et nous répondons publiquement à leurs

⁴Nous attribuons à chaque sujet un numéro d'identification qu'il conservera pendant toute l'expérience. Ce numéro nous permettra d'observer les votes qu'il aura soumis au cours de toutes les élections auxquelles il aura participé.

⁵Les instructions relatives à la règle de Borda sont disponibles en annexe.

questions. Deux élections “blanches” sont alors réalisées. Une fois ces deux essais effectués et les dernières questions posées, nous leur expliquons qu’ils n’ont plus le droit de communiquer pendant toute la durée de l’expérience.

Dans chaque session, les participants forment trois ou quatre groupes de vote, chacun correspondant à l’une des situations électorales étudiées. Ces trois ou quatre groupes de vote vont simultanément participer à des élections distincte, mais exactement dans les mêmes conditions et dans la même salle. Chaque groupe de votants participe à plusieurs élections successives dont le nombre varie de quatre à six. Le nombre de répétitions est choisi de manière délibérée par les expérimentateurs et est fonction du degré de concentration et de fatigue des sujets. Une fois cette série d’élections effectuée, les sujets sont attribués à un nouveau groupe, avec lequel ils participent à nouveau à plusieurs élections répétées. Cette opération est finalement réitérée une dernière fois. Dans chacune des trois sessions, nous nous sommes arrangés, dans la mesure du possible, pour que chaque sujet ne participe pas deux fois à la même situation électorale. Si tel n’était pas le cas, le sujet ne participait pas à deux séries d’élections successives correspondant à la même situation électorale, et il se voyait de toute façon attribuer un rôle différent. Cette opération nous permet de maximiser le nombre d’observations tout en minimisant les effets de jeux répétés.

Dans la session avec la règle de Borda, nous considérons trois groupes d’électeurs respectivement constitués de trois, quatre et deux membres. Chaque groupe correspond à l’une des situations électorales I, II ou III (cf Table 1).

Dans cette session, une première série d’élections prend place pour chacune de ces trois situations électorales, puis une deuxième et finalement une troisième. Dans leur pochette, les sujets trouvent les trois schémas de paiement définissant la configuration des préférences des groupes de vote auxquels ils vont appartenir. Pour simplifier l’information donnée aux sujets, nous avons différencié ces trois groupes en utilisant des feuilles de couleur différente: les schémas de paiements (les bulletins de vote et la fiche d’enregistrement) du premier groupe auquel ils vont appartenir sont représentés par la couleur blanche, ceux du deuxième par la couleur verte et ceux du dernier par la couleur rose. Dans chaque groupe, nous avons (re)nommé les candidats par des lettres différentes et les électeurs par des prénoms différents, ce qui nous permet d’éviter toute interférence entre les différents groupes et les diverses élections. Par ailleurs, nous avons permuté les lignes des schémas de paiement de chaque sujet, ce qui rendait difficile un éventuel échange d’informations⁶. La Table 4 représente un exemple de schéma de paiement distribué aux participants. Il s’agit de la situation électorale correspondant à une menace sans réaction.

⁶Un table séparait chaque sujet.

	Candidat A	Candidat B	Candidat C
Vous	1 euro	0 euro	2 euros
Romane	0 euro	2 euros	1 euro
Mathilde	2 euros	1 euro	0 euro

Table 4: Schéma de paiement d'un électeur
Cas d'une menace sans réaction

Ce schéma de paiement informe le sujet qu'il devra voter dans une élection à trois candidats A, B et C, qu'il existe deux autres électeurs dans son groupe: Romane et Mathilde. Ce schéma lui indique aussi que si le candidat A est élu, il recevra 1 euro ; si c'est B, il ne gagnera rien et si c'est C, son gain sera de 2 euros. Le sujet sait aussi quelles sont les paiements et donc les préférences des deux autres membres de son groupe. En résumé, chacun possède une information parfaite sur l'électorat (nombre de votants, paiements de chacun). Dans la salle, l'anonymat reste cependant préservé: les sujets ne savent pas qui est de tel groupe, ni qui est tel électeur. Les paiements considérés dans les autres situations et pour tous les groupes sont du même ordre de grandeur que ceux que l'on a utilisés pour ce cas de figure.

En ce qui concerne le déroulement d'une session, les sujets utilisent d'abord le schéma de paiement (ainsi que les bulletins de vote) correspondant au premier groupe auquel ils appartiennent (feuille blanche). Nous leur laissons ensuite le temps qu'ils veulent pour remplir le bulletin de vote. Avec la règle de Borda, ils doivent donner deux points à un candidat, un point à un autre et zéro point au troisième en inscrivant chacun des ces trois chiffres dans la case correspondant au candidat de leur choix. Le candidat ayant obtenu le plus de points est alors élu. Dans le cas où il y a une égalité entre deux ou trois candidats, celui correspondant à la lettre qui arrive en premier dans l'ordre alphabétique est élu. Une fois les bulletins remplis, nous les collectons et annonçons publiquement le résultat de l'élection des trois groupes, et notons les scores des trois candidats pour chacun des trois groupes sur un tableau. L'opération est ensuite répétée un certain nombre de fois, pour chacune desquelles nous notons à nouveau les résultats sur le tableau, les résultats antérieurs n'étant pas effacés.

Dans la session avec le vote à la majorité simple, nous ne considérons que deux types de situations électorales (menace sans réaction et menace avec réaction possible, cf Table 2). Dans cette session, nous envisageons quatre élections simultanées: deux groupes représentant le cas d’une menace sans réaction et les deux autres le second cas, ce qui implique un total de 16 sujets. Le déroulement de cette session, ainsi que les paiements associés aux préférences des électeurs, sont identiques à ceux de la session avec la règle de Borda, à l’exception que, pour remplir leur bulletin, il suffit désormais aux sujets de rapporter le chiffre un (*i.e.* un point) dans la case correspondant au candidat de leur choix.

La session avec la règle de Copeland est quasiment identique à celle qui concerne le vote à la majorité simple: seuls les deux cas d’une menace sans et avec réaction sont envisagés (Table 3), et nous considérons deux paires de groupes représentant chacune de ces deux situations. Cette session est donc composée d’un ensemble de 12 participants. Par ailleurs, la situation correspondant à une menace sans réaction est la même que celle que nous avons utilisée dans les deux sessions précédentes. Dans cette session, sur les bulletins de vote sont représentées les trois paires possibles de candidats. Pour chacune de ces paires, les sujets doivent entourer le candidat auquel ils donnent un point. Le candidat victorieux est alors celui qui remporte le plus grand nombre de duels. Sur le tableau, les expérimentateurs notent les scores obtenus par les candidats dans chaque paire de duels, ainsi que le résultat final. Par ailleurs, nous associons aussi les mêmes paiements aux préférences que dans les deux sessions précédemment exposées.

Outre ces trois sessions expérimentales, nous avons réalisé une quatrième session. Cette session va nous permettre de déterminer si le montant des paiements associés aux préférences, donc la cardinalité des préférences, influence le comportement des électeurs. Deux schémas de paiement, différents de ceux que l’on a utilisés dans les premières sessions, sont introduits ; ils sont représentés dans les Tables 5 et 6⁷. Le premier de ces schémas est appliqué aux préférences de la situation I (comme indiqué dans la Table 5) pour chacune des règles ; le second schéma est appliqué aux préférences de la situation III pour la seule règle de Borda (Table 6). Ainsi, seuls les paiements associés à ces deux types de situations sont modifiés, l’ordre des préférences restant le même.

Comme dans les sessions avec le vote à la majorité simple et la règle de Copeland, dans cette session, quatre élections simultanées ont lieu. Chaque paire de groupes représente respectivement chacun des deux profils de préférences. Un total de 10 sujets compose cette session.

Une fois la session expérimentale terminée, les sujets calculent leurs gains.

⁷Les chiffres entre parenthèses correspondent aux paiements utilisés dans les trois premières sessions.

	Candidat A	Candidat B	Candidat C
Vous	1 (1)	0 (0)	4 (2)
Romane	0 (0)	4 (2)	1 (1)
Mathilde	4 (2)	1 (1)	0 (0)

Table 5: Schéma de paiement modifié
Cas d'une menace sans réaction

	Candidat A	Candidat B	Candidat C
Vous	2 (2)	0 (1)	-2 (0)
Romane	-2 (0)	2 (2)	0 (1)

Table 6: Schéma de paiement modifié
Cas d'une menace avec contre-menace

Pour faciliter ce calcul, ils possèdent une fiche d'enregistrement pour chacun des trois groupes de vote auxquels ils appartiennent. Après chaque élection, ils doivent reporter le vainqueur de l'élection ainsi que le gain obtenu. Une fois la série d'élections avec un groupe effectuée, ils doivent calculer le sous-total des gains obtenus. A la fin de la session, ils additionnent finalement les trois sous-totaux ainsi obtenus. Les paiements qu'ils reçoivent sont alors proportionnels à leurs gains accumulés et à notre budget. Les sujets en sont informés au début de la session.

Nous avons réalisé cette expérience à l'université de Caen auprès d'étudiant(e)s de première année de DEUG de Sciences Economiques. Chaque session a duré en moyenne une heure. Le gain moyen d'un sujet était environ de neuf euros.

4 Résultats

Nous présentons dans cette section une première analyse (succinte) des résultats que nous avons obtenus⁸.

La question qui nous intéresse au premier chef est la suivante : la présence d'une réaction ou d'une contre-menace dans une situation ou l'un des votants a intérêt à exprimer une préférence non sincère a-t-elle ou non une influence sur l'élection du vainqueur sincère ? Pour répondre à cette question, nous avons calculé la fréquence d'élection du vainqueur sincère avec et sans réaction (ou contre-menace). Les résultats sont présentés dans les Tables 7, 8 et 9. Trois traitements ont été réalisés. Dans la Table 7, nous prenons en considération dans le calcul de fréquence la totalité des élections que nous avons organisées (soit 214 élections, tous types de situations et toutes règles confondues). Dans le second traitement (raffinement 1, Table 8), nous ne considérons, pour chaque groupe d'électeurs, que les quatre premières élections. En effet, selon les groupes, une même élection était répétée quatre, cinq ou six fois, au choix de l'expérimentateur. D'une manière générale, nous avons eu tendance à arrêter au bout de quatre répétitions lorsque les résultats semblaient conformes à ce que nous pouvions attendre et à poursuivre les répétitions dans le cas contraire. Il en résulte une déformation des résultats, que l'on peut éviter en ne considérant que les quatre premières répétitions : le nombre total d'élections pris en compte est alors de 176. Enfin, le dernier traitement (raffinement 2, Table 9) reprend le raffinement 1 en ignorant, en outre, les élections dans lesquelles un électeur adopte de manière systématique une stratégie dominée (par exemple, un électeur qui, dans un vote à la majorité simple, donne un point à l'option classée dernière dans son ordre de préférence) ; 14 élections supplémentaires ont ainsi été ignorées.

L'examen des deux premières lignes de chacune de ces tables montre, de manière claire, que la présence d'une réaction se traduit par une augmentation significative de l'élection du vainqueur sincère et ce résultat est valide pour chacune des trois règles étudiées. En moyenne (*i.e.* sur l'ensemble des trois règles), la fréquence d'élection du vainqueur sincère est multipliée par un facteur supérieur à deux lorsque l'on passe d'une situation sans réaction à une situation avec réaction ; dans le cas où l'on ne considère que les quatre premières élections de chaque groupe et où l'on ignore les comportements irrationnels (Table 9), l'augmentation de cette fréquence moyenne est encore plus considérable puisqu'elle passe de 31,58% à 90%. Ce résultat accrédite l'idée que les situations de menace avec réaction peuvent être considérées comme *quasi stables* : bien que des comportements stratégiques soient mis en oeuvre, le résultat de l'élection est *in fine* identique à celui que l'on aurait obtenu si

⁸Des tests statistiques et une étude typologique des comportements stratégiques seront proposés dans une version ultérieure de ce papier.

les électeurs avaient voté sincèrement.

	Borda	Majorité simple	Copeland
(2,1,0) sans réaction	0,4117 (7/17)	0,5 (10/20)	0,3 (6/20)
avec réaction	0,7058 (12/17)	0,95 (19/20)	0,85 (17/20)
avec contre-menace	0,3529 (6/17)		
(4,1,0) sans réaction	0,3913 (9/23)	0,3 (6/20)	0,375 (6/16)
(2,0,-2) avec contre-menace	0,4583 (11/24)		

Table 7: Fréquence d'occurrence du résultat sincère (données brutes)

	Borda	Majorité simple	Copeland
(2,1,0) sans réaction	0,3333 (4/12)	0,4375 (7/16)	0,3125 (5/16)
avec réaction	0,75 (9/12)	0,9375 (15/16)	0,875 (14/16)
avec contre-menace	0,1667 (2/12)		
(4,1,0) sans réaction	0,375 (6/16)	0,3 (6/20)	0,375 (6/16)
(2,0,-2) avec contre-menace	0,4583 (11/24)		

Table 8: Fréquence d'occurrence du résultat sincère (raffinement 1)

	Borda	Majorité simple	Copeland
(2,1,0) sans réaction	0,3333 (4/12)	0,3333 (3/10)	0,3125 (5/16)
avec réaction	0,875 (7/8)	0,9375 (15/16)	0,875 (14/16)
avec contre-menace	0,1667 (2/12)		
(4,1,0) sans réaction	0,25 (3/12)	0,3 (6/20)	0,375 (6/16)
(2,0,-2) avec contre-menace	0,4583 (11/24)		

Table 9: Fréquence d'occurrence du résultat sincère (raffinement 2)

Concernant la notion de contre-menace, les résultats sont en revanche beaucoup moins clairs (rappelons que la question ne concerne ici que la règle de Borda). Avec un schéma de paiement $(2, 1, 0)$, si l'on compare la situation avec contre-menace à la situation de référence sans réaction ni contre-menace, on enregistre une diminution de la fréquence des victoires du vainqueur sincère en présence d'une contre-menace, ce qui est contraire à ce que l'on pouvait attendre. Avec un schéma de paiement $(2, 0, -2)$, on constate au contraire une augmentation (limitée) de la fréquence du résultat sincère. L'analyse des comportements stratégiques individuels (que nous n'avons pas encore menée à son terme) nous permettra vraisemblablement de mieux comprendre les raisons de ces constats, dont la significativité reste à établir. Il semble que l'électeur en position de "punir" le votant qui manipule hésite à mettre en oeuvre sa contre-menace. Ce comportement n'est pas absurde, car contrairement à la stratégie de réaction, qui garantit l'élection du vainqueur sincère, la stratégie de "punition" comporte un risque : si l'autre électeur vote sincèrement, alors cette stratégie est inefficace puisque c'est le candidat A qui est élu (voir Table 1, situation III). Par ailleurs, il semble bien que l'électeur qui menace ne soit pas toujours conscient de la contre-menace qui pèse sur lui.

Les résultats des Tables 7, 8 et 9 montrent par ailleurs que les trois règles étudiées obtiennent des performances très comparables. Les chiffres de la Table 9 sont même étonnamment proches : pour ces trois règles et un schéma de paiement $(2, 1, 0)$, la fréquence de victoire du vainqueur sincère est comprise

entre 31,25% et 33,33% dans la situation sans réaction ni contre-menace, et entre 87,5% et 93,75% dans la situation avec réaction.

Enfin, si l'on s'interroge sur l'influence du schéma de paiement, il apparaît que le passage du schéma (2, 1, 0) au schéma (4, 1, 0) n'altère pas (semble-t-il) les résultats de manière significative. Le passage d'un paiement (2, 1, 0) à un paiement de (2, 0, -2) semble en revanche avoir un impact sur la fréquence d'élection du vainqueur sincère, comme nous l'avons signalé plus haut. Ce résultat ne concerne cependant que la règle de Borda et la situation avec contre-menace.

5 Conclusion

L'analyse expérimentale que nous avons présentée comporte au moins deux enseignements utiles pour la théorie du vote et, particulièrement, pour les études analytiques de la vulnérabilité des règles de vote aux manipulations stratégiques individuelles. Typiquement, ces études s'efforcent de dénombrer, pour une règle donnée, les situations où un électeur est en position de manipuler et évaluent la vulnérabilité de la règle considérée par la proportion de ces situations ; l'objectif de l'étude est de repérer les règles les moins vulnérables. Une critique fréquente de cette approche consiste à faire remarquer qu'elle ne prend pas en compte la difficulté de la manipulation : selon la règle considérée, la détermination de la stratégie permettant la manipulation peut être plus ou moins compliquée. Nos résultats ne permettent pas de valider cette critique : il apparaît au contraire que, sur le profil de préférences étudié, les trois règles que nous avons considérées ont des performances très voisines : le pourcentage d'élections pour lesquelles la manipulation réussit est à peu près le même pour chacune d'entre elles.

L'enseignement principal est cependant d'une autre nature : il concerne la notion de *réaction*. Dans l'approche standard de la manipulation, une règle est considérée comme manipulable en une situation donnée à partir du moment où un électeur est en mesure d'obtenir un résultat meilleur de son point de vue en exprimant une préférence non sincère. C'est ainsi que sont calculées les proportions de situations dites "instables". La possibilité d'une réaction d'un électeur lésé par cette manipulation n'est donc pas prise en considération. Les résultats obtenus dans la présente étude montrent clairement qu'une situation avec réaction ne doit pas être comptabilisée comme une situation sans réaction : en présence d'une réaction, le vainqueur sincère l'emporte dans un nombre très élevé de cas et il n'est pas du tout évident qu'il faille considérer cette situation comme instable. Ce constat n'est pas sans importance puisqu'il peut bouleverser considérablement la hiérarchie des règles que l'on cherche à obtenir.

Références bibliographiques

- Béhue, V. (2004), *L'approche expérimentale en théorie du choix social*, thèse de doctorat de l'université de Caen.
- Favardin, P. et D. Lepelley (2004), Some further results on the manipulability of social choice rules, à paraître dans *Social Choice and Welfare*.
- Forsythe, R., R. Myerson, T. Rietz and R. Weber (1993), An experiment on coordination in multi-candidates elections: The importance of polls and election histories, *Social Choice and Welfare* 10, 223-247.
- Forsythe, R., R. Myerson, T. Rietz and R. Weber (1996), An experimental study of voting rules and polls in three-candidate elections, *International Journal of Game Theory* 25, 355-383.
- Lepelley, D. et B. Mbih (1987), The proportion of coalitionally unstable situations under the plurality rule, *Economics Letters* 24, 311-315.

Annexe: les instructions de la session avec la règle de Borda (paiement 2 - 1 - 0)

Généralités

Cette expérience est une étude des procédures de vote.
Au cours de cette expérience, vous devrez choisir entre trois candidats selon la règle de vote définie par la suite.
Vos décisions de vote conditionneront vos gains.
L'expérience devrait durer environ une heure.

Le déroulement d'une élection

A chaque élection, vous devrez choisir entre trois candidats dénommés par une lettre de l'alphabet.

Vous devrez remplir un bulletin de vote selon la règle suivante:

“Vous devez donner deux points à un candidat, un point à un autre et zéro point au troisième. Le candidat qui obtient le plus de points est alors le vainqueur de l'élection. En cas d'égalité entre deux ou trois candidats, celui correspondant à la lettre qui arrive en premier dans l'ordre alphabétique est élu.”

Une fois remplis, les bulletins sont collectés et dépouillés de sorte que vous pourrez déterminer votre gain.

Les schémas de paiement

Plusieurs élections totalement indépendantes se dérouleront au même moment dans la salle.

A chaque élection, tous les membres de votre groupe disposent d'un schéma de paiement qui indique les paiements en euro de chacun.

Supposons par exemple que vous ayez le schéma de paiement qui suit.

	Candidat A	Candidat B	Candidat C
Vous	0 euro	1 euro	2 euros
Gérard	1 euro	2 euros	0 euro
Raymond	2 euros	0 euro	1 euro
Raoul	2 euros	1 euro	0 euro

Ce schéma indique que votre groupe comporte trois électeurs : Raoul, Gérard et vous et que vous allez choisir entre trois candidats A, B et C. Si le candidat B est le vainqueur de l'élection, vous obtenez 1 euro, Gérard obtient 2 euro, Raymond obtient 0 euro et Raoul obtient 1 euro. Chaque élection est répétée jusqu'à 6 fois avec le même schéma de paiement et le même groupe.

Le calcul de votre récompense

Vous disposez aussi d'une feuille d'enregistrement de vos paiements pour chacun des groupes de vote auxquels vous participerez.

Après chaque élection, vous devez y reporter le vainqueur de l'élection ainsi que votre gain de la période.

La récompense que vous obtenez à la fin de l'expérience sera proportionnelle au total de vos gains accumulés.

Si vous avez des questions pendant l'expérience, n'hésitez pas à nous demander.

En dehors de ces questions, vous devez garder le silence jusqu'à ce que l'expérience soit terminée.

Y a-t-il des questions?