

Structure des coûts d'alimentation en eau potable : une analyse sur un panel d'unités de production ivoiriennes.

Daouda DIAKITÉ*

et

Alban THOMAS†

Janvier 2011

(version préliminaire)

Abstract

Dans cet article, nous analysons la structure des coûts d'alimentation en eau potable des villes de Côte d'Ivoire à partir d'un panel des centres de production. Considérant les services d'eau comme des monopoles multi-produits fournissant conjointement deux biens (volumes d'eau facturés et volumes d'eau perdus), nous estimons une fonction de coût translog multi-produits sur la base de la dualité entre fonctions de production et de coût. Les différentes mesures de rendements calculées révèlent que le service d'eau moyen ivoirien produit dans la zone des rendements constants. Cependant, en classant les services en petits, moyens et grands selon différents critères, il apparaît clairement que l'opérateur a un avantage économique à accroître sa production et les connections dans la plupart des petits et moyens services. Aussi, la présence d'économies de gamme révèle-t-elle que la production conjointe des deux biens considérés dans certaines proportions est plus bénéfique que l'amélioration du rendement du réseau. Enfin, les évaluations des coûts estimés font apparaître un coût marginal moyen supérieur aux prix marginaux des premières tranches de la grille tarifaire.

Mots clés : Service d'eau potable, Fonction de coût translog multi-produits, Rendements d'échelle, Economie de gamme.

*Université de la Réunion, CÉMOI. 15, Av. René Cassin - BP 7151, 97715 Saint-Denis Messag Cedex 9. Email : ddiakite@univ-reunion.fr

†Toulouse School of Economics (LERNA, INRA). Université des Sciences Sociales, 21 Allée de Brienne, 31000 Toulouse. Email : thomas@toulouse.inra.fr

1 Introduction

La conférence internationale sur l'eau et l'environnement - tenue à Dublin (Irlande) en 1992 - a considéré l'accès à l'eau potable comme l'un des principaux droits de l'homme. De même, l'objectif 7-cible 3 des OMD (Objectifs du Millénaire pour le développement) vise à réduire de moitié, d'ici à 2015, le pourcentage de la population qui n'a pas accès de façon durable à un approvisionnement en eau potable et a un système d'assainissement de base. En effet, l'eau est un bien indispensable pour la survie et sa disponibilité en quantité et en qualité détermine les conditions de vie, l'hygiène alimentaire et l'état de santé des populations. Le secteur de l'eau englobe l'utilisation et la consommation directe de la ressource, le drainage et l'irrigation des terres, l'assistance en cas d'inondation, les pêcheries, l'utilisation pour l'industrie ou autres, la protection de l'environnement, l'évacuation et le traitement des eaux usées et des affluents industriels etc. Il s'ensuit que les décisions ayant trait à l'eau mettent en jeu beaucoup de groupes d'intérêts; d'où l'attention particulière accordée à ce secteur.

Ainsi, depuis plusieurs années, la gestion efficiente et équitable du secteur de l'eau est au centre de débats récurrents. Si les uns militent pour le maintien des gestions publiques tandis que d'autres préconisent la privatisation stricto sensu, les spécificités et les contraintes locales d'un pays à l'autre ou d'une région à l'autre dans un même pays imposent cependant des schémas de gestion différents. Néanmoins, tous s'accordent sur la nécessité de la mise en place d'une régulation dans cette industrie caractérisée par l'existence de monopoles naturels locaux. Dans une telle perspective, l'étude complète de la structure des coûts de production de l'eau potable est une étape essentielle pour les agences de régulation qui désirent mettre en place des mécanismes de contrôle tels que le taux de rendement (*Rate of Return*), le prix plafond (*Price-Cap*), la couverture des coûts ajoutée à un taux de profit autorisé (*Cost-Plus*), la concurrence par comparaison (*Yardstick Competition*).

Aussi est-il assez instructif d'analyser certaines caractéristiques de la production et de la distribution de l'eau. D'abord, l'eau potable est obtenue à partir d'une eau brute (eaux de surface ou eaux souterraines) dont l'accès, certes règlementé, n'engendre pas de coût d'acquisition. Le seul coût pour accroître la quantité d'eau dans le réseau est essentiellement le coût marginal en énergie

et en traitement associés à sa production. C'est pourquoi l'eau brute n'est pas traitée comme les autres inputs variables que sont le travail, l'énergie et les produits de traitement. Ensuite, il y a la présence de pertes d'eau sur le réseau en aval de la mise en distribution des volumes destinés aux usagers. Si ces deux biens "eau effectivement distribuée" et "eau perdue" sont complémentaires, c'est-à-dire que leurs volumes sont corrélés positivement, alors l'impact des pertes de réseau sur les usagers peut être pallié par une production accrue en amont. Cela est en particulier vrai si le coût marginal de réparation des fuites (essentiellement le coût du travail) est supérieur au coût marginal de surproduction (essentiellement le coût de l'énergie) nécessaire pour maintenir constante la satisfaction des consommateurs finaux. Enfin, le service d'eau offre la possibilité d'atteindre une plus grande efficacité d'ensemble de différentes manières; soit en augmentant le nombre d'usagers sur le réseau pour un volume d'eau relativement identique, soit en regroupant les communes sous la forme de syndicats afin de partager les coûts fixes et limiter les risques de déficit d'eau en cas de pénuries. Le bénéfice de tels regroupements dépend essentiellement de l'existence d'économies d'échelle et d'envergure.

Les premières études sur les coûts de production analysaient la production d'eau dans le cadre monopole *mono produit*, où le seul bien était le volume vendu aux usagers. Mais très vite, la nécessité d'une approche en termes de *firmer multi-produits* s'est faite sentir pour mieux appréhender les caractéristiques du secteur. Ainsi, Hayes (1987) considère deux marchés (les ventes d'eau en détail et en gros); Kim (1987) et Renzetti (1992) font la distinction entre volume d'eau distribué respectivement aux abonnés résidentiels d'une part, aux commerciaux et industriels (ou non résidentiels) d'autre part; Garcia et Thomas (2003) considère les pertes d'eau dans le réseau comme un bien produit involontairement et conjointement avec l'eau distribuée aux abonnés.

Cependant, aucune des études susmentionnées ne porte sur les Pays en Développement (PED). Nous proposons donc d'élargir aux PED le champ géographique jusque là couvert par ces travaux. Plus spécifiquement, il s'agira d'analyser la structure des coûts de production des centres de production d'eau potable en Côte d'Ivoire. Ainsi, dans ce qui suit, nous présentons d'abord le modèle économique de coût de production d'eau potable. Les données utilisées sont ensuite décrites. Suivent, enfin, la présentation du modèle économétrique à estimer, ses estimations ainsi que l'analyse

des résultats produits. Ce modèle économétrique est en fait un système d'équations composé des équations de parts de coûts et d'une fonction de coût translog multiproduits où les biens considérés sont le volume d'eau facturé et le volume d'eau perdu. L'ensemble de notre exposé s'inspire des travaux de Kim (1987) et Garcia et Thomas (2003) sur l'industrie de l'eau potable respectivement aux Etats Unis et en France.

2 Les coûts d'alimentation en eau potable

Considérons une entreprise particulière de production et de distribution d'eau potable. Elle utilise comme facteurs de production le capital (K), le matériel (M), l'électricité (E) et le travail (L). Si nous désignons par $x \equiv (x_k, x_M, x_E, x_L)'$ le vecteur des facteurs de production utilisés, alors la technologie de production de cette firme peut être représentée par la fonction de transformation suivante :

$$f(y, x) = 0 \quad (1)$$

Où $y \equiv (y_1, \dots, y_n)'$ est le vecteur des quantités maximales d'eau que la firme peut produire en utilisant le vecteur des inputs x^1 . Bien qu'étant la seule et unique entreprise impliquée dans la production et la distribution d'eau potable en Côte d'Ivoire, la SODECI (Société de distribution d'eau de Côte de'Ivoire) fait cependant face à un environnement différent d'un centre de production à l'autre. Ces conditions de production différentes d'une zone à l'autre peuvent être prises en compte par un vecteur de variables Z composé de données relatives à l'environnement ainsi que des caractéristiques techniques du réseau (le nombre d'abonnés, le nombre de communes desservies et la longueur). Nous pouvons ainsi écrire la fonction de production comme suit :

$$f(y, x; Z) = 0 \quad (2)$$

Désignons par $w \equiv (w_k, w_M, w_E, w_L)' \gg 0$, le vecteur des prix positifs des facteurs et supposons que l'entreprise détermine le niveau de ses facteurs de production par minimisation des

¹Les différents produits y_j peuvent être selon le cas , les volumes d'eau par tranche de facturation, les volumes d'eau par type d'usagers (Ménages, Industriels, Administrations), les volumes d'eau facturés et les volumes d'eau perdus (comme dans le cas présent), etc...

coûts de production. Conformément à la dualité en théorie du producteur, la fonction de coût duale à la fonction de production décrite peut être définie comme suit:

$$\begin{aligned} \min_{x \geq 0} \quad & \sum_{i=K,M,E,L} w_i x_i \\ S.C. \quad & | f(y, x; Z) = 0 \end{aligned}$$

Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons au comportement de minimisation des coûts de production de l'entreprise à court terme c'est-à-dire la fonction de coût variable conditionnelle $CV(w_v, y; K, Z)$. Cette fonction possède les propriétés usuelles de non négativité, de non décroissance par rapport aux prix des facteurs w_v et aux niveaux de production y , d'homogénéité de degré 1 par rapport à w_v . Elle est en outre concave et continue par rapport aux prix des facteurs w_v . Le **lemme de Shephard** permet d'obtenir, à partir de la fonction de coût ainsi spécifiée, les fonctions de demandes conditionnelles en facteurs de production. En effet, si $CV(w_v, y; K, Z)$ est différentiable, alors :

$$x_i(w_v, y; K, Z) = \frac{\partial CV(w_v, y; K, Z)}{\partial w_i} \text{ où } i = M, E, L. \quad (3)$$

où $x_i(w_v, y; K, Z)$ est la demande conditionnelle en facteur de production i . Par ailleurs, il est possible de retrouver la fonction de coût total de long terme à partir de la fonction de coût variable si cette dernière est minimisée par rapport au stock de capital :

$$\begin{aligned} C_{LT}(y, w; Z) &= \min_K \{CV(w_v, y; K, Z) + w_K K\} \\ &= CV(w_v, y; K(y, w), Z) + w_K K(y, w) \\ &= C_{CT}(y, w; K(y, w), Z) \end{aligned} \quad (4)$$

Ainsi, comme observé par Cowing et Holtmann (1983), les conditions du premier ordre de la minimisation du coût de long terme sont satisfaites si :

$$\frac{\partial CV(w_v, y; K, Z)}{\partial K_u^*} = -w_{K_u}, \quad (5)$$

où les K_u^* sont les quantités optimales de facteurs quasi-fixes et les w_{K_u} leurs prix.

La fonction de coût ainsi spécifiée permet de dériver différentes mesures de rendement que sont les économies de densité de production, les économies de densité d'usagers, les économies d'échelle et les économies d'envergure (voir l'annexe 1 pour la définition de ces mesures dans le contexte de cette étude).

Il existe différentes formes fonctionnelles pour estimer les fonctions de coûts et elles peuvent être regroupées en deux catégories : les formes fonctionnelles paramétriques simples (Cobb-Douglas, Léontief, CES,...) et les formes fonctionnelles flexibles (Translog, Léontieff généralisée, McFadden Généralisée, Barnett Généralisée, etc...). De nos jours, ces dernières sont les plus utilisées dans la littérature et en particulier la fonction de coût Translog introduite par Christensen, Jorgensen et Lau (1973). En effet, cette dernière présente de nombreux avantages théoriques et pratiques. D'une part, elle est basée sur un modèle économique; ce qui permet d'introduire de manière explicite la théorie économique dans la modélisation. D'autre part, elle impose peu de restrictions a priori sur les caractéristiques de la technologie de production et satisfait l'hypothèse d'homogénéité en prix à travers un ensemble de restrictions linéaires sur les paramètres. Cependant, la fonction Translog présente deux faiblesses majeures. La plupart des travaux empiriques sur les coûts relèvent que la fonction ne satisfait pas aux conditions de concavité² d'une part et qu'elle reste indéfinie pour un niveau de production nul d'autre part. Nonobstant ses limites, la fonction Translog demeure la plus utilisée. Elle est en outre bien adaptée au cas multi-produits, et les équations de parts de coût dérivées sont linéaires dans les paramètres et peuvent être estimées conjointement à la fonction de coût. Nous retenons donc cette fonction pour notre étude.

La forme Translog, qui est une approximation de second ordre de toute fonction deux fois

²Elle peut cependant être imposée (Diewert et Wales, 1987)

différentiable, inconnue a priori, s'écrit :

$$\begin{aligned}
\ln(CV_{ht}) = & A_0 + \sum_i A_i \ln w_{iht} + \sum_j B_j \ln y_{jht} + \sum_u C_u \ln K_{uht} + \sum_r D_r \ln Z_{rht} \\
& + \frac{1}{2} \sum_i \sum_q A_{iq} \ln w_{iht} \ln w_{qht} + \frac{1}{2} \sum_j \sum_k B_{jk} \ln y_{jht} \ln y_{kht} \\
& + \frac{1}{2} \sum_u \sum_v C_{uv} \ln K_{uht} \ln K_{vht} + \frac{1}{2} \sum_r \sum_s D_{rs} \ln Z_{rht} \ln Z_{sht} \\
& + \sum_i \sum_j E_{ij} \ln w_{iht} \ln y_{jht} + \sum_i \sum_u E_{iu} \ln w_{iht} \ln K_{uht} + \sum_i \sum_r E_{ir} \ln w_{iht} \ln Z_{rht} \\
& + \sum_j \sum_u F_{ju} \ln y_{jht} \ln K_{uht} + \sum_j \sum_r F_{jr} \ln y_{jht} \ln Z_{rht} \\
& + \sum_u \sum_r G_{ur} \ln K_{uht} \ln Z_{rht}, \tag{6}
\end{aligned}$$

où $h = 1, \dots, H$ représente le service d'eau d'une ville donnée et $t = 1, \dots, T$ l'année étudiée. Les indices j et k correspondent aux produits, i et q aux inputs, u et v aux variables du capital, r et s aux variables techniques. Les paramètres à estimer sont : $A_0, A_i, B_j, C_u, D_r, A_{iq}, B_{jk}, C_{uv}, D_{rs}, E_{ij}, E_{ir}, E_{iu}, F_{ju}, F_{jr}, G_{ur}$.

La théorie économique impose que la fonction de coût soit deux fois continûment différentiable. Cela implique que sa matrice hessienne doit satisfaire les restrictions de symétrie suivantes :

$$A_{iq} = A_{qi}, B_{jk} = B_{kj}, C_{uv} = C_{vu}, D_{rs} = D_{sr}$$

La propriété d'homogénéité³ de degré 1 par rapport aux prix des inputs est assurée par l'ensemble des restrictions linéaires suivantes sur les coefficients à estimer :

$$\begin{aligned}
\sum_i A_i &= 1, \\
\sum_i A_{iq} &= \sum_q A_{qi} = 0, \\
\sum_i E_{ij} &= \sum_i E_{iu} = \sum_i E_{ir} = 0
\end{aligned} \tag{7}$$

³L'homogénéité peut également être imposée en divisant le coût variable et les prix des facteurs par le prix d'un des facteurs pris arbitrairement.

Une autre propriété, indispensable pour que la fonction soit une fonction de coût, est la concavité. Une condition nécessaire et suffisante de cette concavité dans les prix est la négativité du hessien de la fonction de coût (Diewert and Wales (1987)). En effet, en désignant par A la matrice symétrique (3×3) des coefficients A_{iq} , S le vecteur des parts de coûts et C la matrice diagonale (3×3) qui a S sur sa diagonale principale, le hessien de la fonction de coût (6) est semi-défini négatif si et seulement si $SS' + A - C$ est semi-définie négative. Puisque $SS' - C$ est semi-définie négative dès lors que les parts de coût sont non négatives, une condition suffisante assurant la concavité est : A semi-définie négative.

Si on désigne par S_i la part du coût du $i^{\text{ème}}$ facteur dans le coût (variable) de production, par le lemme de Shephard⁴ nous obtenons :

$$S_{iht} = \frac{w_i x_{iht}}{CV_{ht}} = \frac{\partial \ln CV_{ht}}{\partial \ln w_{iht}}$$

Ce qui donne pour la spécification Translog décrite par l'équation (6):

$$S_i(y_{ht}, w_{ht}; K_{ht}, Z_{ht}) = A_i + \sum_q A_{iq} \ln w_{qht} + \sum_j E_{ij} \ln y_{jht} + \sum_u E_{iu} \ln K_{uht} + \sum_r E_{ir} \ln Z_{rht} \text{ où } i = M, E, L.$$

Nous obtenons très facilement les fonctions de demande conditionnelle en facteurs de production à partir des parts ainsi définies :

$$x_i(y_{ht}, w_{ht}; K_{ht}, Z_{ht}) = S_{iht} \frac{CV_{ht}}{w_{iht}} \quad (8)$$

Sur la base de ces fonctions de demande conditionnelle, nous pouvons dériver différentes caractéristiques d'intérêt⁵; notamment les élasticités propres et croisées des demandes en facteurs, les élasticités de coût par rapport au produits y_j (respectivement aux composantes des vecteurs K et Z) ainsi que les différentes mesures de rendements définies dans la section précédente.

L'élasticité-prix propre d'un facteur de production mesure la variation proportionnelle de la quantité de ce facteur suite à une variation de 1% de son prix. Elle s'écrit comme fonction des

⁴Le détail des calculs est donné dans Diakité (2007).

⁵Voir Diakité (2007) pour le détail des calculs.

parts :

$$\varepsilon_{ii} = \frac{\partial \ln x_i}{\partial \ln w_i} = \frac{A_{ii} + S_i(S_i - 1)}{S_i} \quad (9)$$

L'élasticité-prix croisée permet de mesurer le degré de substituabilité entre deux facteurs de production. Elle donne la variation proportionnelle de la quantité du premier facteur suite à une variation de 1% dans le prix du second facteur, le prix des autres inputs restant fixe. En termes de parts, elle s'écrit :

$$\varepsilon_{iq} = \frac{\partial \ln x_i}{\partial \ln w_q} = \frac{A_{iq} + S_i S_q}{S_i}, \quad i \neq q \quad (10)$$

Les élasticités de substitution d'Allen (σ_{iq}) donnent le changement d'utilisation du facteur de production i suite à une variation de 1% dans l'utilisation du facteur q , la production et le prix des autres facteurs demeurant aux mêmes niveaux. Ces élasticités sont intimement liées aux élasticités-prix des demandes de facteurs :

$$\sigma_{ii} = \frac{\varepsilon_{ii}}{S_i}, \quad (11)$$

$$\sigma_{iq} = \frac{\varepsilon_{iq}}{S_q}, \quad i \neq q. \quad (12)$$

Ainsi, lorsque $\sigma_{iq} > 0$, les facteurs i et q sont substituables. La substituabilité est d'autant meilleure que $\sigma_{iq} = \frac{\varepsilon_{iq}}{S_q}$ est grand en valeur absolue. Une entreprise, afin de maintenir son niveau de production, peut compenser la baisse d'utilisation du premier facteur par un recours plus important au deuxième facteur. Inversement, lorsque $\sigma_{iq} < 0$, les deux facteurs de production sont des compléments. Dans ce cas, une hausse de la production n'est possible que dans la mesure où les quantités de facteurs augmentent simultanément.

Les élasticités de substitution de Morishima (δ_{iq}).

$$\delta_{iq} = \varepsilon_{iq} - \varepsilon_{ii}, \quad i \neq q \quad (13)$$

Tout comme les élasticités d'Allen, elles mesurent le degré de substituabilité entre deux inputs. Cependant, elles sont préférées aux premières pour deux raisons. Celles d'Allen, obtenues en divisant les élasticités-prix croisées par les parts, n'apportent pas plus d'informations que ces dernières (Chambers 1988). Par ailleurs, Blackorby et Russell (1989) montrent que les élasticités

de Morishima sont une meilleure mesure de la substituabilité dès lors que nous avons plus de deux facteurs de production.

L'élasticité de coût par rapport au produit j (respectivement à la composante u du vecteur K ou r du vecteur Z) donne la variation proportionnelle de coût qui résulte d'une variation marginale du niveau de production de ce produit (respectivement du niveau de cette composante). Ces élasticités utilisées pour le calcul des rendements précédemment définis, s'expriment comme suit :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln CV(w, y; K, Z)}{\partial \ln y_i} &= B_j + \sum_k B_{jk} \ln y_k + \sum_i E_{ij} \ln w_i + \sum_u F_{ju} \ln K_u + \sum_r F_{jr} \ln Z_r \\ \frac{\partial \ln CV(w, y; K, Z)}{\partial \ln K_u} &= C_u + \sum_j F_{ju} \ln y_j + \sum_i E_{iu} \ln w_i + \sum_v C_{uv} \ln K_v + \sum_r G_{ur} \ln Z_r \\ \frac{\partial \ln CV(w, y; K, Z)}{\partial \ln Z_r} &= D_r + \sum_j F_{jr} \ln y_j + \sum_i E_{ir} \ln w_i + \sum_u G_{ur} \ln K_u + \sum_s D_{rs} \ln Z_s\end{aligned}$$

3 Données sur les coûts d'exploitation

En Côte d'Ivoire, la production de l'eau potable, à l'instar de sa distribution dans les zones urbaines, est assurée par un même et unique opérateur, la SODECI. Il n'y a cependant pas un réseau unique d'eau potable car chaque grande localité du pays dispose et de son centre de production et de son réseau de distribution. Mieux, ces différents centres de production sont indépendants les uns des autres car l'eau produite dans un centre de production donné est distribuée dans une ou des localités bien précises.

La comptabilité analytique de la SODECI fait apparaître différents postes de dépenses dont la sommation donne les charges totales d'exploitation. Pour les besoins de notre analyse, nous regroupons ces lignes de dépenses en trois postes, à savoir les dépenses en électricité, les dépenses en main-d'oeuvre et les dépenses en matériel (les autres dépenses). Nous disposons des données sur la période 1998-2002 pour l'ensemble des centres de production du pays. Sur l'ensemble, nous avons retenu dans notre échantillon les 145 localités ayant un réseau de production et de distribution d'eau potable avant le début de la période d'étude (1998). Ceci nous donne un échantillon en panel cylindré de 725 observations.

La différence entre volumes produits et volumes facturés donne les volumes d'eau perdus tandis

Table 1: Statistiques Descriptives

Variables	Unités	Obs	Moy	Ecart type	Min	Max
vprod	m^3	725	933 320	2 801 644	4731	$2,38 \cdot 10^7$
vf	m^3	725	763 700	2 118 272	4021	$1,62 \cdot 10^7$
vp	m^3	725	169 620	779 548	56	9 122 616
rendt	%	780	0,87	0,12	0,36	0,91
abon		725	2 977	6 417	35	41 437
long	km	725	67	180	4	2 012
prod	m^3/j	725	185	524	3	4 410
stoc	m^3	725	1107	2 860	1	20 000
com		725	2	4	1	34
cv	$KF CFA$	725	$8,82 \cdot 10^4$	$1,80 \cdot 10^5$	850	$1,28 \cdot 10^6$
se		725	0,22	0,09	0,01	0,58
sl		725	0,21	0,09	0,04	0,54
sm		725	0,57	0,10	0,29	0,98
we	F/Kwh	725	63,61	26,65	22	367,48
wl	F/m^3	725	65,93	95,75	1,98	1443,32
wm	F/m^3	725	177,91	277,46	12,47	3161,65

Notes. Obs est le nombre d'observations (T=5 et N=145)

c'est à dire 145 communes observées sur 5 ans.

V_{prod} , V_f et V_p désignent respectivement les volumes produits, facturés et perdus.

1 $KF CFA = 1000 F CFA$

que leur rapport (volumes facturés/volumes produits) donne le rendement du réseau. Les différents volumes sont exprimés en m^3 . Les volumes produits vont de 4700 m^3 à 24 millions de m^3 et les volumes facturés y représentent en moyenne 82% contre 18% pour les volumes perdus. Certaines localités présentent des rendements assez élevés car elles ont un petit réseau, relativement neuf et les volumes en circulation y sont assez faibles.

Le coût variable d'exploitation (CV) pour chaque service de l'échantillon est donc la somme des dépenses en main-d'oeuvre (L), des dépenses en électricité (E) et de toutes les autres dépenses que nous regroupons sous le nom de matériel (M). Nous n'avons pas pu obtenir les données relatives aux coûts fixes véritables de l'entreprise. Ainsi les quelques lignes de nos données qui y font référence (amortissements mat-mob de bureau, compteurs etc.) sont donnés par centre et par année. Nous les avons donc assimilés à des coûts variables et ajoutés aux dépenses en matériel. Les données ainsi utilisées sont toutes des données annuelles.

Le prix de l'électricité (w_e) est obtenu en divisant les dépenses totales en énergie par sa consommation totale pour chaque service. Il est exprimé en $F\ CFA/Kwh^6$. Pour le prix du travail (w_l), nous n'avons malheureusement pas le nombre exact de travailleurs pour chaque service, encore moins le nombre d'heures travaillées. Ainsi pour le prix du travail ainsi que celui du matériel (w_m), nous avons simplement divisé les dépenses totales respectives par le volume d'eau total correspondant produit par service. Ces deux prix sont donc exprimés en $F\ CFA/m^3$.

Les variables techniques de l'étude sont le nombre d'abonnés ($Abon$) et le nombre de localités desservies (com). Les variables représentant le capital existant sont la longueur du réseau ($Long$), la capacité de stockage ($Stoc$) et la capacité de production ($Prod$). Les statistiques descriptives relatives à l'ensemble de ces variables utilisées dans l'étude sont données dans le tableau (1).

⁶1 euro = 656 F CFA

4 Modèle économétrique et estimations

Le système d'équations à estimer comprend la fonction de coût définie en (6) et les équations de parts définies en (??) amputées d'une équation prise arbitrairement⁷. En supprimant l'équation de part relative au travail, nous aurons à estimer le système empilé de 3 équations suivant :

$$\begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 & 0 & 0 \\ 0 & X_1 & 0 \\ 0 & 0 & X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

où Y_0 est le vecteur ($HT \times 1$) du logarithme du coût variable, X_0 est la matrice ($HT \times k_0$) des variables explicatives du coût, β_0 le vecteur ($k_0 \times 1$) des paramètres associés aux variables explicatives et u_0 le vecteur ($HT \times 1$) des erreurs.

$Y_j, j = (1, 2) = (s_E, s_M)$, est le vecteur ($HT \times 1$) de la $j^{\text{ème}}$ part de coût, X_j la matrice ($HT \times k_j$) des variables explicatives associées, β_j le vecteur ($k_j \times 1$) des paramètres associés aux variables explicatives et u_j le vecteur ($HT \times 1$) des erreurs. Le modèle empilé peut encore être écrit sous la forme plus compacte suivante :

$$Y = X\beta + u \quad (15)$$

où Y est le vecteur ($3HT \times 1$) des variables à expliquer, X la matrice bloc-diagonale ($3HT \times g$) des variables explicatives, où $g = k_0 + \sum_{j=1,2} k_j$, β le vecteur ($3HT \times g$) des paramètres associés aux variables explicatives et u le vecteur ($3HT \times 1$) des erreurs. Par convention, $m = (0, 1, 2) = (cv, s_E, s_M)$ est l'indice la $m^{\text{ième}}$ équation de l'équation définie en (??). Ainsi - comme il est de coutume dans les travaux sur données de panel (confère chapitre 2) - l'erreur pour l'observation ht de la $m^{\text{ième}}$ équation se décompose de la manière suivante :

$$u_{m,ht} = \alpha_{mh} + \epsilon_{m,ht}, \quad m = (cv, s_E, s_M) \quad (16)$$

où α_{mh} est l'effet individuel spécifique au service d'eau potable h , et $\epsilon_{m,ht}$ le terme d'erreurs i.i.d. $N(0, \sigma_{\epsilon_m}^2)$. Nous supposons que $E(\alpha_{mh}\epsilon_{m',h't}) = 0, \forall m, m', h, h', t$. Aucune autre contrainte

⁷Comme la somme des parts de coûts est égale à 1, on se doit de supprimer une des équations de parts pour éviter le problème de multicollinéarité qui rendrait les paramètres non identifiables.

n'est imposée à la matrice des variances-covariances, ce qui permet aux effets individuels ainsi qu'aux termes d'erreurs d'être corrélés entre chaque équation⁸. En outre, nous autorisons nos termes d'erreur à ne pas être homoscedastiques.

La forme fonctionnelle retenue sera estimée selon les deux méthodes d'estimation suivantes : la méthode de régression des équations apparemment sans liens (Seemingly Unrelated Regression Equations, SURE) de Zellner (1962) et une variante de la méthode des moments généralisés (Generalized Method of Moments, GMM) proposée par Cornwell, Schmidt, et Wyhowsky (1992). Les détails de l'application de ces méthodes dans le cas présent sont donnés en annexes.

Pour estimer une fonction de coût translog, il est indispensable de choisir un point de référence autour duquel se fait l'approximation. Différents points d'approximation sont proposés dans la littérature notamment l'origine du repère. Mais comme Garcia-Thomas (2002), nous prendrons comme point d'approximation la moyenne du logarithme des variables explicatives. Le logarithme du coût variable étant une fonction des variables transformées logarithmiquement, cela revient à diviser toutes nos variables explicatives par leur moyenne géométrique respective. Le choix d'un tel point permet de minimiser les erreurs d'estimations des élasticités évaluées à la moyenne géométrique des variables.

La fonction de coût doit vérifier certaines conditions de régularité afin de correspondre à une structure de production "*well-behaved*". Avant toute estimation, nous imposons la condition de symétrie de la matrice hessienne ainsi que celle d'homogénéité de degré 1 dans le prix des facteurs (en divisant le coût variable et le prix des autres inputs par le prix du travail). Nous vérifierons les autres conditions (monotonie et concavité) *ex post*.

Avec la procédure Within-Sure⁹, l'effet direct des variables explicatives invariant dans le temps (*Long, Prod, Stoc et Com*) disparaît. Cependant, en éliminant ces effets fixes, l'inconvénient devient un avantage car on résout tout problème d'endogénéité des variables explicatives. Pour la méthode GMM avec la matrice des instruments de Hausman et Taylor (1981), il est indispensable de faire des hypothèses sur les conditions d'exogénéité afin de construire les conditions

⁸En particulier si nous rajoutons l'hypothèse $\forall m, m', h, t$, et $\forall m \neq m', Cov(u_{m,ht}, u_{m',ht}|X) = 0$, il n'y aurait alors plus de lien entre les m équations et donc plus aucun intérêt à les estimer simultanément.

⁹Nous utilisons la procédure itérative de Zellner qui permet d'accroître l'efficacité de l'estimateur Within-SURE.

d'orthogonalité pour le critère GMM correspondant. Nous supposons que les volumes d'eau facturés, les volumes d'eau perdus ainsi que le prix du matériel (de par sa construction) sont endogènes ($X_2^v = [y_f, y_l, w_m]$). Ainsi, les matrices des instruments dans les différentes équations du système sont les suivantes.

Pour l'équation de coût variable, la matrice des instruments est constituée d'abord de l'ensemble de tous les régresseurs du modèle variants dans le temps et transformés par l'opérateur Within (QX_{cv}^v). Ensuite, elle contient les variables explicatives exogènes qui varient dans le temps (X_{1cv}^v). Il s'agit du prix de l'électricité (w_e), du nombre d'abonnés ($Abon$) ainsi que de leurs termes quadratiques et croisés avec toutes les variables du modèle supposées exogènes. Enfin, on y trouve les variables explicatives exogènes invariant dans le temps (X_{1cv}^{inv}). Il s'agit de l'autre variable technique (Com), des variables représentant le capital ($Stoc$, $Prod$ et $Long$), de leurs termes quadratiques ainsi que de leurs termes croisés entre eux.

Pour les équations de parts, nous avons un nombre réduit d'instruments car ces parts ne sont définies que par des termes de premier ordre ($S_{iht} = \frac{w_i x_{iht}}{CV_{ht}} = \frac{\partial \ln CV_{ht}}{\partial \ln w_{iht}}$). Aussi, avec nos hypothèses d'exogénéité, les deux équations de parts ont les mêmes ensembles d'instruments. Ainsi, pour chaque part, la matrice des instruments est constituée d'abord de l'ensemble de tous les régresseurs de l'équation considérée variant dans le temps et transformés par l'opérateur Within (QX_s^v). Ce sont les prix des facteurs (w_e et w_m), le nombre d'abonnés ($Abon$) et les produits (y_f et y_p). Ensuite, elle contient les variables explicatives exogènes variant dans le temps (X_{1s}^v). Il s'agit du prix de l'électricité (w_e) et du nombre d'abonnés ($Abon$). Enfin, on y trouve les variables explicatives exogènes invariant dans le temps (X_{1s}^{inv}). Il s'agit de l'autre variable technique (Com) et des variables représentant le capital ($Stoc$, $Prod$ et $Long$). Par ailleurs, avec les matrices ainsi définies, on constate qu'il n'existe aucune variable endogène invariant dans le temps ($X_2^{inv} = 0$).

4.1 La fonction de coût

Le système d'équations composé de l'équation de coût variable et des équations de parts de coût de l'énergie et du matériel (l'équation de part du travail a été supprimée du système pour éviter le problème de singularité) a été estimé selon les deux méthodes retenues et les résultats sont donnés

dans les tableaux (2) et (3).

Au total, nous avons 55 paramètres à estimer avec 90 instruments soit 35 restrictions suridentifiantes. Nous vérifions la validité des conditions de moment avec la statistique du test de Hansen construite à partir du critère GMM. Cette statistique donne 44.38 avec 35 degrés de liberté. La p-value est de 0.87, ce qui indique que notre spécification est correcte. L'hypothèse d'homothétie de la fonction de coût étant cruciale pour la dérivation des rendements de long terme, il est intéressant de tester cette propriété. Pour ce faire, il suffit d'imposer la contrainte suivante : les 4 paramètres correspondant aux termes croisés entre prix et produits sont tous nuls. Avec l'estimation Within, la statistique du test de ratio des vraisemblances (LR) est égale à 49.34 avec 4 degrés de liberté. Le seuil de significativité étant de 1%, on rejette ici donc la propriété d'homothétie de la fonction de coût. Dans le cas de l'estimation HT-TSLS, la statistique du test LR qui est la différence des critères GMM des modèles non contraint et contraint, est égale à 7.10 avec 4 degrés de liberté. La p-value étant de 0.88, on ne rejette pas la propriété d'homothétie de la technologie de production. La prise en compte des variables techniques ainsi que l'endogénéité de la production nous permettent d'avoir une fonction de production homothétique. Enfin, nous vérifions que la fonction estimée est monotone dans les prix des facteurs. En effet, les parts des coûts estimées - mêmes si elles ne sont pas positives pour 7 des 725 observations que compte l'échantillon - sont positives pour l'échantillon moyen (les 145 centres de production). Par ailleurs, la matrice symétrique (3×3) des coefficients associés aux prix des facteurs (A_{iq}) obtenue à partir des estimations est semi-définie négative; ce qui nous permet de dire que la fonction de coût estimée est globalement concave.

La procédure d'estimation par les GMM donne des estimateurs efficaces et convergents et permet d'identifier tous les paramètres de la fonction translog. En outre, la fonction estimée par cette méthode à partir de nos données est homothétique; ce qui permet de calculer des rendements de long terme. Pour ces raisons, nous utiliserons les paramètres estimés par cette méthode pour évaluer les différentes mesures d'efficacité.

Grâce à la normalisation des données autour de la moyenne, les paramètres de premier ordre du tableau ci-dessus peuvent être directement interprétés comme des élasticités de coût (évaluées

Table 2: Paramètres Estimés de la Fonction Translog

Variables	Within-SURE	t	HT - 3SLS	t-Student
const	—	—	8,8181(***)	400,7
yl	0,1965(***)	12,75	0,1725(***)	15,35
yf	1,2541(***)	13,12	0,7771(***)	16,07
we	- 0,00005	0,04	0,1468(***)	10,04
wm	0,0005	0,41	0,6081(***)	148,2
long	—	—	0,0002	0,001
prod	—	—	0,0363	1,16
stoc	—	—	0,0309(***)	2,61
com	—	—	0,0217	1,17
yl*yl	0,0847(***)	10,61	0,0739(***)	10,97
yf*yf	0,0825	1,26	- 0,0165	0,25
yl*yf	- 0,1327(***)	8,69	- 0,0977(***)	7,25
we*we	0,08135(***)	20,40	0,0813(***)	20,2
wm*wm	0,1746(***)	45,38	0,1747(***)	19,31
we*wm	- 0,0800(***)	18,90	- 0,0668(***)	15,97
long*long	—	—	0,0015	0,15
prod*prod	—	—	- 0,1943(***)	3,52
stoc*stoc	—	—	0,0135(***)	4,08
com*com	—	—	- 0,0503(**)	2,14
long*prod	—	—	0,0473(*)	1,96
long*stoc	—	—	0,0027	0,33
long*com	—	—	0,0330(***)	2,33
prod*stoc	—	—	- 0,0091(**)	1,83
prod*com	—	—	- 0,0042	0,16
stoc*com	—	—	- 0,0167(***)	3,17
yl*long	- 0,0301(***)	2,46	- 0,0034	0,43

t : valeur absolue de la statistique de student

Table 3: Suite de la Table 2

Variables	Within-SURE	t-student	HT - 3SLS	t-Student
yl*prod	0,0424(***)	3,38	0,0280(***)	2,79
yl*stoc	- 0,004	0,90	0,0011	0,38
yl*com	0,0325(***)	2,97	- 0,0040	0,40
yf*long	- 0,0759	1,45	- 0,0488(***)	1,81
yf*prod	0,1705(***)	2,36	0,1646(***)	2,88
yf*stoc	0,0322	0,96	0,0149	1,42
yf*com	0,0451	1,34	0,0417	1,56
we*long	0,0964(***)	3,25	0,0171(***)	3,15
we*prod	- 0,0651(***)	3,21	- 0,0445(***)	6,75
we*stoc	0,0156	1,28	- 0,0064(***)	3,27
we*com	- 0,0788(***)	6,66	- 0,0195(***)	3,27
wm*long	0,1286(***)	4,19	0,0024	0,72
wm*prod	—	—	0,0032	1,05
wm*stoc	- 0,0424(***)	3,44	- 0,0030(***)	2,69
wm*com	- 0,0722(**)	2,00	0,0018	0,47
abon	- 0,1984(***)	3,06	0,0031	0,08
abon*abon	- 0,18(***)	2,58	0,0319	0,87
yl*abon	0,0368(***)	2,97	0,0022	0,22
yf*abon	0,0519	1,04	0,0027	0,06
we*abon	- 0,0482(***)	2,33	0,0289(***)	7,58
wm*abon	- 0,0352(*)	1,60	- 0,0035	1,13
abon*long	0,01323	0,24	- 0,0083	0,46
abon*prod	- 0,2117(***)	9,31	- 0,0422	1,25
abon*stoc	- 0,006	0,28	- 0,0175(*)	1,75
abon*com	- 0,1260(***)	2,66	- 0,0346	1,21
R ²	0,88		0,99	

*** = Significativité à 1%, ** = Significativité à 5%, * = Significativité à 10%

à la moyenne géométrique de l'échantillon). Ainsi, les coefficients du volume d'eau facturé (yf) et du volume d'eau perdu (yl) peuvent s'interpréter comme suit : un accroissement de 1% du volume d'eau facturé et du volume d'eau perdu entraîne une augmentation du coût variable respectivement de 0,78% et 0,17%, toute chose égale par ailleurs. Ces deux élasticités de coût sont significatives avec un niveau de confiance de 1%. Elles indiquent clairement que produire un volume supplémentaire d'eau perdu est moins coûteux qu'un volume supplémentaire d'eau facturé.

De même, le coefficient de la capacité de stockage *stoc* est significatif au seuil de 1%. En outre son signe positif nous permet de dire que le service moyen d'eau est caractérisé par des capacités de stockage excessives et donc que les réservoirs jouent pleinement leur rôle de régulation de la demande selon les pics de consommation. Par contre, les élasticités de coût par rapport à la capacité de production (*prod*) et à la longueur du réseau (*long*) ne sont pas significatives. Il est à souligner que les coefficients de ces facteurs quasi fixes (*stoc*, *long* et *prod*) sont positifs. Du coup, ils ne vérifient pas a priori la condition de minimisation de coût de long terme¹⁰ définie par l'équation (5). Si cette condition était vérifiée, il aurait fallu spécifier une fonction de coût de long terme et non une de court terme comme nous l'avions fait.

Outre les paramètres de premier ordre, la fonction translog permet d'évaluer les élasticités de substitution entre facteurs, les rendements de densité, les économies d'échelle ainsi que les élasticités de coûts marginaux.

4.2 Les élasticités-prix, élasticités de substitution et rendements

Les mesures de différentes élasticités sont résumées dans le tableau 4.

Au niveau des élasticités-prix directs consignées dans la partie gauche du tableau 4, on remarque qu'elles sont toutes négatives et significatives au seuil de 1%. Cela indique que pour chaque facteur de production, lorsque son prix augmente, l'opérateur baisse sa consommation de cet input. Le facteur le plus sensible à son prix est l'électricité pour laquelle une hausse de 1% de son prix entraîne une baisse de 0,41% de sa consommation contre respectivement 0,20% et 0,12% pour le travail et le matériel.

¹⁰Il est cependant pas possible d'effectuer un test car certains des coefficients ne sont pas significatifs.

Table 4: Élasticités-prix directs et de substitution de Morishima des facteurs

	Elast-prix			Elast. subst.		
	<i>Travail</i>	<i>Electricité</i>	<i>Matériel</i>	<i>Travail</i>	<i>Electricité</i>	<i>Matériel</i>
<i>Travail</i>	- 0,2059 (6,86)	0,1499 (7,73)	0,0560 (1,70)	0	0,5597 (17,33)	0,1790 (3,77)
<i>Electricité</i>	0,1432 (7,74)	- 0,4098 (22,27)	0,2666 (14,03)	0,3558 (9,24)	0	0,3896 (12,14)
<i>Matériel</i>	0,0206 (1,72)	0,1024 (14,03)	- 0,1230 (7,78)	0,2620 (4,38)	0,6765 (20,81)	0

Notes. Les nombres entre parenthèses sont les t de student en valeur absolue.

La partie droite du tableau donne les élasticités de substitution de Morishima. Ces coefficients sont tous positifs et significatifs indiquant que nos différents facteurs de production sont significativement des substituts les uns des autres. Cependant, la magnitude de ces élasticités indique des degrés de substituabilité moyens dans l'ensemble. Ainsi, lorsque le prix du travail augmente, l'opérateur peut assez facilement substituer de l'électricité au travail car l'élasticité de substitution σ_{LE}^M est assez élevée (0,56). La substitution inverse est cependant moins aisée car l'élasticité est plus faible ($\sigma_{EL}^M = 0,35$). Ainsi, pour satisfaire une hausse de la demande d'eau de ses abonnés, il est plus aisé pour la SODECI d'accroître sa production d'eau (augmentation de la consommation d'énergie) plutôt que de réparer les fuites sur son réseau (utilisation accrue du facteur travail).

La substituabilité entre matériel et électricité est la plus forte de l'ensemble ($\sigma_{ME}^M = 0,68$). Les dépenses en produits de traitement, lorsqu'elles existent pour un service, constituent le plus gros poste des dépenses en matériel. Dans notre échantillon, il y a des services qui utilisent les deux types d'eau brute (surface et souterraine) et nous avons en tout 69 usines de traitement et 473 forages. Ainsi, lorsque le prix du matériel augmente, σ_{ME}^M indique que la SODECI peut substituer de l'électricité au matériel et donc accroître, en cas de hausse de la demande, sa production d'eau à partir des eaux souterraines (consommatrice de beaucoup d'énergie) et baisser celle qui provient des eaux de surfaces (intensive en produits de traitement). La substitution inverse est beaucoup

moins aisée car σ_{EM}^M est plus faible 0,35. A l’opposé, la substituabilité entre travail et matériel est la plus faible de l’ensemble. Cela est assez logique dans la mesure où les différents postes compris dans les dépenses en matériel sont très peu demandeuses de main-d’oeuvre. En effet, le poste "location main-d’oeuvre" dans la comptabilité de l’opérateur est assez négligeable dans les dépenses en matériel.

Le tableau 5 résume les estimations des différentes mesures de rendement. Tous les coefficients sont significatifs au seuil de 1%.

Table 5: Les Rendements de Réseau pour le Service Moyen

Elasticités	EDPCT	EDPLT	EDUCT	EDULT	EECT	EELT
Estimations	1,0531	1,0181	1,0497	0,9791	1,0263	0,9572
	(18,44)	(27,82)	(32,70)	(55,63)	(27,81)	(52,6)
Rendements⁺	0,0531	0,0181	0,0497	- 0,0209	0,0263	- 0,0428
	(0,93)	(0,49)	(1,55)	(1,19)	(0,71)	(2,35)

Notes. Les nombres entre parenthèses sont les T de Student.

⁺ Le signe négatif indique la présence de rendements décroissants.

Pour analyser l’existence ou non des économies de densité et des économies d’échelle, il nous faut faire les tests suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{rendements} = 1 \text{ (rendements constants)} \\ \text{contre } H_1 : \left\{ \begin{array}{l} \text{rendements} < 1 \text{ (rendements décroissants ou déséconomies d'échelle)} \\ \text{ou} \\ \text{rendements} > 1 \text{ (rendements croissants ou économies d'échelle)} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

La dernière ligne du tableau 5 donne les t de student des différents tests. L’hypothèse nulle n’est pas rejetée sauf pour les rendements d’échelle de long terme. Ces tests indiquent, pour le service moyen, des rendements de densité de production et d’usagers constants à court et long terme. Ils révèlent également des rendements d’échelle constants à court terme et de très faibles mais très significatives déséconomies d’échelle à long terme ($EELT = - 0.0428$) pour ce service moyen.

L'échantillon étant composé de services assez hétérogènes, il est judicieux de les trier selon différents critères pour mieux appréhender et interpréter ces mesures d'efficacité¹¹. Sur la base des différents critères retenus (volume d'eau produit par abonné, le nombre d'abonnés connectés par kilomètre du réseau et le nombre de localités desservies), les différentes mesures de rendements calculées semble révéler des gains d'efficacité non exploités pour les petits services (rendements de densité croissants) tandis que les grands services semblent au mieux de leurs capacités de production et connexion (rendements de densité constants) dans certains cas et même au delà de leurs capacités dans d'autres cas (rendements de densité décroissants). Cependant, au niveau de la taille des installations (regroupement des centres de production), il ressort clairement que les petits services et la plupart des moyens services sont sous exploités (rendements d'échelle de long terme décroissants) tandis que les grands services semblent avoir le niveau optimal (rendements d'échelle de long terme constants).

4.3 Évaluation des coûts marginaux et moyens

La connaissance du coût marginal de production d'un bien est le préalable indispensable à la mise en oeuvre de toute politique de tarification efficiente pour ce bien. Ainsi, pour l'eau potable, à partir de la fonction de coût translog spécifiée au paragraphe 2.3, nous avons calculé le coût marginal des volumes d'eau facturé et perdu ainsi que celui de l'abonnement. Avec la forme fonctionnelle utilisée, le coût marginal estimé par rapport à une composante de la fonction de coût est donné par l'expression suivante¹² :

$$Cm_i(Q_i, w_v, K, Z_{-Abon}) = \frac{CV}{Q_i} \varepsilon_{Q_i}, \quad Q_i = \{V_f, V_p, Abon\} \quad (17)$$

où Cm_i est le coût marginal de la composante Q_i , CV le coût variable de production du service eau et $\varepsilon_{Q_i} = \frac{\partial \ln CV(Q_i, w_v, K, Z_{-Abon})}{\partial \ln Q_i}$ est l'élasticité de coût par rapport à la quantité de la composante Q_i .

¹¹Ces résultats ne sont reportés ici vu la longueur de l'article mais sont toutefois disponibles sur demande auprès des auteurs.

¹²Voir détails dans Diakité (2007).

Nos estimations économétriques font apparaître un coût marginal du service moyen estimé à 264 *F CFA* (0,40 euro). Cette estimation est très significative car le *t - student* est de 46,82. En d'autres termes, chaque m^3 d'eau supplémentaire facturé par la SODECI à ses usagers entraîne en moyenne une hausse des coûts variables de production de 264 *F CFA*. Il est fait de même pour le coût moyen de production. Il est estimé à 338 *F CFA* (0,51 euro). En d'autres termes, chaque m^3 d'eau facturé par la SODECI à ses usagers lui coûte en moyenne 338 *F CFA*. Nous avons également calculé le coût marginal par rapport au volume perdu. Il est en moyenne estimé à 172 *F CFA* (0,26 euro) et est également significatif ($t = 3,42$). Par ailleurs, l'évaluation du coût marginal de l'abonnement nous donne une estimation significative de 1797 *F CFA* (2,74 euro) avec $t = 2,65$. Ce qui signifie que chaque connexion supplémentaire, hors frais fixes, entraîne une hausse des coûts variables de 1797 *F CFA*.

Il est instructif de comparer ces coûts marginaux et moyens au prix de vente du m^3 par la SODECI (voir grille tarifaire en annexe du chapitre 1). Ce système tarifaire est le même pour les 145 communes de notre échantillon du fait de la politique de péréquation des prix en vigueur dans le pays.

Pour l'opérateur du service eau potable, on constate que quelle que soit la tranche de facturation, sa rémunération dans le prix du m^3 ($Pubase = 228$ *F CFA* ou 0,35 euro) est inférieure au coût marginal moyen estimé. De prime abord, nous pourrions dire que la tarification au coût marginal n'est pas la règle utilisée et que l'opérateur produirait alors à perte. Cependant, vu l'hétérogénéité des coûts marginaux (de 63 à 440 *F CFA*), il est logique de pondérer ces coûts par les volumes produits pour avoir une autre approximation du coût marginal moyen à l'échelle du pays. En pondérant le coût marginal de chaque centre de production par le volume d'eau qui y est produit, le coût marginal pondéré qui en résulte est de 132 *F CFA* (0,20 euro) avec un seuil de confiance de 1%. Contrairement au coût marginal moyen, le coût marginal pondéré est quant à lui inférieur à la rémunération de l'opérateur dans les différents blocs. Par ailleurs, on constate que le coût marginal de l'abonnement est assez faible (1797 *F CFA* soit 2,74 euros) comparé aux frais de connexion (30 euros et 288 euros) respectivement pour les abonnements subventionnés et ceux non subventionnés). On pourrait dire que l'opérateur fait des marges nettes pour les différentes

connexions. Mais ces frais étant payés une fois pour toute, il est clair que ces gains ne peuvent pas compenser indéfiniment les pertes éventuelles par m^3 facturés.

Au niveau des ménages, hormis les volumes d'eau facturés dans les deux premières tranches (forfait et sociale), tous les autres m^3 d'eau sont facturés à un prix marginal supérieur au coût marginal moyen estimé. Selon Diakité et Thomas (2004), seuls 34% des ménages de Côte d'Ivoire se situe dans ces deux tranches. Mais tous les consommateurs bénéficient de ces deux tranches dans la facturation. Ainsi, sur la base de cette étude, nous pouvons dire que la grande majorité des ménages ivoiriens (66%) paie une partie de leur facture d'eau (consommation supérieure à 18 m^3) à un prix marginal supérieur au coût marginal de production. En prenant en compte le coût marginal pondéré, c'est l'ensemble des ménages ivoiriens qui paie un prix marginal supérieur au coût marginal évalué.

Ces différentes mesures de coût ont été évaluées sur tout l'échantillon (l'ensemble du pays). Cependant, les estimations de coût font apparaître de très grandes disparités selon les centres de production. Le tableau 6 résume les évaluations du coût marginal et du coût moyen au niveau des Directions Régionales (DR) ou ensemble de centres de production.

En termes de coût marginal, on part de 63F pour la DR11 (Abidjan Sud) à 440F pour la DR 05 (Bouaké). En d'autres termes, la production d'un m^3 supplémentaire d'eau est la plus coûteuse dans la région de Bouaké et la moins coûteuse dans la région d'Abidjan. Au niveau des coûts moyens, l'on part de 75F pour encore la DR11 (Abidjan Sud) à 549F pour la DR 05 (Bouaké). Il ressort clairement que la production d'eau à Abidjan (DR10 et DR11) est nettement moins coûteuse que dans le reste du pays tandis que Bouaké a les coûts de production les plus élevés. En effet, les conditions hydrogéologiques dans la région d'Abidjan sont très avantageuses de sorte que la production d'eau y est relativement peu coûteuse comparée au reste du pays. Du coup, l'essentiel de la production d'eau est assuré par les forages et les stations de traitement simple (chloration). A l'opposé, la production d'eau dans la région de Bouaké est faite à partir des eaux de surface qui demandent un traitement complet notamment la filtration. Ainsi, la politique de péréquation des prix profite beaucoup plus aux ménages de Bouaké (coûts de production les plus élevés) tandis que ceux d'Abidjan sont les plus lésés (coûts de production les plus bas).

Table 6: Coût marginal et coût moyen par DR en F CFA

Régions	Coûts marg.	Coûts moyens
Sud Ouest	205	273
Korhogo	220	283
Daloa	165	212
Bouaké	440	549
Basse Cote	338	451
Abengourou	298	385
Yamoussoukro	272	338
Man	266	346
Abidjan Nord	80	91
Abidjan Sud	63	75
Total (pays)	264	338
T-Student	(46,32)	(151,76)

Toutefois, il importe de souligner que ces coûts marginaux et moyens sont évalués hors taxes et qu'ils ne prennent pas en compte explicitement les frais de siège des Directions Régionales. En outre, pour les centres de production d'Abidjan, il nous a été impossible de prendre en compte une part non négligeable des coûts de production. Ces coûts sont communs à l'ensemble des centres de productions de cette ville. Faute de ne pouvoir les dispatcher entre ces centres, nous ne les avons pas considérés dans les calculs. Ainsi, les coûts marginaux et moyens des DR10 et DR11 du tableau 6 sont sous évalués et par ricochet ces mesures à l'échelle du pays eu égard au poids de la ville d'Abidjan dans l'activité *Eau* de la SODECI (confère chapitre 1). Des études ultérieures avec l'appui de comptables et techniciens de la SODECI seront intéressantes à conduire afin de mieux prendre en compte la totalité des postes de dépenses dans l'estimation des coûts de production.

Enfin, il est intéressant d'analyser l'effet de la variation des quantités des différents produits (volumes facturés et perdus) ainsi que des variables d'exploitation (notamment le nombre d'abonnés) sur les différents coûts marginaux afin d'avoir des informations sur les effets de substitution et de complémentarité de coût (Kim, 1987 ainsi que Garcia et Thomas, 2001). Pour la fonction translog, nous avons les relations suivantes¹³ :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln C m_i(Q_i, w_v, K, Z)}{\partial \ln Q_i} &= \frac{B_{ii}}{\varepsilon_{Q_i}} + \varepsilon_{Q_i} - 1, & Q_i &= \{V_f, V_p\} \\ \frac{\partial \ln C m_i(Q_i, w_v, K, Z)}{\partial \ln Q_j} &= \frac{B_{ij}}{\varepsilon_{Q_i}} + \varepsilon_{Q_j}, & Q_i &= \{V_f, V_p\} \\ \frac{\partial \ln C m_i(Q_i, w_v, K, Z)}{\partial \ln Abon} &= \frac{F_{ir}}{\varepsilon_{Q_i}} + \frac{\partial \ln CV(Q_i, w_v, K, Z)}{\partial \ln Abon},\end{aligned}$$

où B_{ij} est le coefficient associé au terme carré des produits si $i = j$ (au terme croisé si $i \neq j$) et F_{ir} le terme croisé entre les différents produits et le nombre d'abonnés. Il est reporté dans le tableau 7 les élasticités de coût marginal évaluées à la moyenne de l'échantillon pour le service moyen. Chaque variable ligne du tableau donne la variation en pourcentage du coût marginal en réponse à une variation de 1% de la variable en colonne.

Ainsi, pour les élasticités propres, on constate qu'elles sont toutes positives (0.18 et 2.21) mais non significatives pour les volumes perdus ($t = 0.63$). De même, les élasticités croisées entre

¹³Voir Diakité, 2007.

Table 7: Les Elasticités de Coût Marginal

Coût marg	Vp	Vf	Abon
Vp	0,1824 (0,63)	- 0,3096 (1,64)	1,8102 (2,61)
Vf	- 0,2004 (2,82)	2,2129 (12,42)	1,8075 (2,28)

Notes. Les nombres entre parenthèses sont les T de Student.

volumes et nombre d'abonnés sont positives et significatives. Cela révèle qu'il est de plus en plus coûteux pour le service d'accroître sa production pour faire face à une hausse de la demande d'eau d'un côté et du nombre d'usagers de l'autre. Par contre les élasticités croisées entre volumes produits et perdus sont négatives et significatives. Cela révèle que l'augmentation des volumes facturés entraîne une baisse du coût marginal des volumes perdus et vice versa. Cette baisse est beaucoup plus forte pour le coût marginal des volumes perdus (0.31%) mais ce résultat a un seuil de confiance de seulement 10%. Il y a donc une complémentarité de coût entre ces deux produits et l'opérateur a un avantage économique à les produire conjointement. La complémentarité de coût étant une condition suffisante de l'existence d'économies d'envergure, ce résultat suggère la présence de ces dernières. La mesure des économies d'envergure dans l'échantillon donne 25.72 avec un seuil de confiance de 1%. Comme les opérateurs du service eau potable, pour satisfaire une hausse de la demande des usagers, font l'arbitrage entre les deux alternatives suivantes - soit augmenter la production en laissant le réseau en l'état (production conjointe); soit accroître l'efficacité de leur réseau par des travaux plus fréquents de réparation des fuites et de maintenance avec une production d'eau constante (production non jointe) - il apparaît clairement que la stratégie optimale de production de la SODECI afin de bénéficier de ces économies d'envergure consistera à choisir la première alternative.

5 Conclusion

Ce travail est une étude assez complète d'une fonction de coût des services d'eau potable de Côte d'Ivoire. Le cadre d'analyse adopté est l'approche *entreprise multi-produits* développée par Baumol, Panzar et Willig (1982) et ses applications faites sur l'industrie de l'eau potable par Kim (1987) et Garcia et Thomas (2003). Ainsi, les services d'eau des centres de production ivoiriens sont pris comme des entreprises multi-produits produisant deux biens à savoir un volume d'eau destiné à être vendu et un volume d'eau perdu (bien produit sans vraiment le désirer). L'estimation du système constitué de la fonction de coût translog et des équations de parts de coût permet de dériver des estimations convergentes ainsi que de calculer différentes mesures de rendements d'échelle, de densité et d'économie de gamme. Globalement, ces mesures montrent que le service moyen se situe dans la zone des rendements constants. Mais étant donné l'hétérogénéité des services en question, une analyse plus poussée a été faite en classant les services en petits services, services moyens et grands services selon trois critères (volume produit par abonné, nombre d'abonnés par km de réseau, nombre de localités rattachées). Sur la base de ces critères, il ressort que les rendements de densité de production et ceux de densité d'abonnés sont croissants pour tous les petits services et la plupart des services moyens d'une part et sont constants pour les grands services d'autre part. Quant aux rendements d'échelle évalués à long terme, ils sont significativement décroissants pour les petits services, constants pour les services moyens et croissants mais pas significativement pour les grands services. Ces résultats montrent clairement qu'il y a une sous exploitation des unités de production et du réseau de distribution dans les petits et moyens services où la SODECI a un avantage à accroître et la densité de production et la densité d'utilisateurs ainsi que le nombre de localités rattachées en laissant en l'état la taille des installations. Par contre, un redimensionnement du réseau et des capacités de production est nécessaire dans la plupart des grands services en laissant en l'état la densité de production, la densité d'utilisateurs et le nombre de localités rattachées à ces services. Par ailleurs, la présence de significatives économies d'envergure et la complémentarité de coût entre les deux biens considérés que cela sous-entend indiquent qu'il y a des gains potentiels à s'autoriser des pertes d'eau dans des proportions mesurées lors de la distribution de l'eau potable.

Enfin l'étude montre que la plupart des petits consommateurs (moins de 18 m^3 d'eau par période de facturation) paient un prix marginal en dessous du coût marginal de production tandis que les autres usagers paient un prix supérieur. Ce dernier résultat ainsi que la connaissance de la technologie de production ouvrent la voie à d'autres analyses dans l'industrie de l'eau; notamment celles relatives à la tarification en vigueur. En effet, du fait de sa particularité et de son importance dans l'activité humaine de tous les jours, il apparaît opportun de réfléchir aux voies et moyens de fournir de l'eau potable à tous, à un prix accessible tout en s'assurant de sa préservation et de la rentabilité des opérateurs chargés de cette fourniture.

Annexes.

Les différentes mesures de rendement

Les calculs relatifs à la dérivation de ces mesures de rendement sont données dans (Diakité, 2007).

Économies de densité de production.

Elles se définissent comme la variation proportionnelle de la production suite à une variation proportionnelle de tous les facteurs de production à prix de facteurs ainsi que des caractéristiques techniques du réseau inchangés. C'est l'équivalent de l'inverse de l'élasticité du coût total de production par rapport à la production. Dans le cas multi-produits, l'élasticité de densité de production de court terme (EDP_{CT}) s'écrit :

$$EDP_{CT} = \frac{1}{\sum_j \frac{\partial \ln CV(w, y; K, Z)}{\partial \ln y_j}}$$

Les rendements de densité de production sont dits croissants (économies de densité de production), constants (absence d'économies de densité de production) et décroissants (déséconomies de densité de production) lorsque EDP_{CT} est respectivement supérieure, égale ou inférieure à l'unité.

Sur une période plus longue, il peut être nécessaire d'ajuster la capacité de production. Si nous désignons par $Prod$ la capacité de production, une des composantes de la variable capital K , alors l'élasticité de densité de production en termes de coûts variables peut être définie comme suit :

$$EDP = \frac{1 - \frac{\partial \ln CV(w, y; K, Z)}{\partial \ln Prod}}{\sum_j \frac{\partial \ln CV(w, y; K, Z)}{\partial \ln y_j}}$$

L'élasticité ainsi définie ne peut être qualifiée de long terme que si la technologie est homothétique¹⁴ ou bien si le stock de capital est optimal (Garcia et Thomas, 2001).

¹⁴Une technologie est homothétique si les ratios des facteurs sont constants et indépendants du niveau de production et des facteurs fixes. En d'autres termes, si les paniers d'inputs x et x' produisent le même niveau de produit alors les paniers tx et tx' produisent également le même niveau d'output (Salvenes et Tjotta, 1994).

Économies de densité d'usagers.

On dit qu'une entreprise exploite les économies de densité d'usagers, lorsque à taille de réseau inchangée, celle-ci accroît son efficacité en augmentant sa production pour satisfaire la demande de nouveaux clients. En supposant la quantité demandée par usager constante et en prenant en compte le nombre d'abonnés (*Abon*) au service, une composante du vecteur des variables techniques *Z*, l'élasticité de densité d'usagers multi-produits de court terme s'écrit :

$$EDU_{CT} = \frac{1}{\sum_j \frac{\partial \ln CV(w_v, y; K, Z)}{\partial \ln y_j} + \frac{\partial \ln CV(w_v, y; K, Z)}{\partial \ln Abon}}$$

Les rendements de densité d'usagers sont dits croissants (économies de densité), constants (absence d'économies de densité) et décroissants (déséconomies de densité) lorsque EDU_{CT} est respectivement supérieure à l'unité, égale à l'unité et inférieure à l'unité.

Toutefois, l'une des caractéristiques essentielles des réseaux d'eau étant la pression mise pour faire circuler l'eau, l'entreprise de distribution doit prendre en compte la configuration actuelle du réseau pour connecter de nouveaux usagers. S'il ne se pose, a priori, pas de problèmes majeurs pour raccorder un nombre relativement faible, il en va autrement lorsqu'il s'agit d'accueillir un important groupe de nouveaux usagers. Dans ce cas, la connexion au réseau existant peut nécessiter des travaux d'aménagement entraînant des coûts supplémentaires. De plus, les ajustements de la capacité de production et de celle des réservoirs deviennent aussi indispensables. Si nous désignons par *Stoc* la capacité de stockage, une des composantes du vecteur *K*, l'élasticité de densité d'usagers en termes de coûts variables est :

$$EDU = \frac{1 - \frac{\partial \ln CV(w, y; K, Z)}{\partial \ln Prod} - \frac{\partial \ln CV(w, y; K, Z)}{\partial \ln Stoc}}{\sum_j \frac{\partial \ln CV(w, y; K, Z)}{\partial \ln y_j} + \frac{\partial \ln CV(w, y; K, Z)}{\partial \ln Abon}}$$

Tout comme *EDP*, l'élasticité ainsi définie peut être qualifiée de long terme seulement si la technologie est homothétique ou bien si le stock de capital est optimal.

Économies d'échelle.

Dans le cadre de cette étude, les économies d'échelle sont plus exactement les économies de regroupement de communes (par exemple le syndicat intercommunal d'eau en France). Elles

décrivent le comportement des coûts variables moyens lorsque la production varie avec la taille du réseau et le nombre d'abonnés, mais la quantité demandée par usager et la densité d'usagers restent inchangées. Ainsi, un accroissement de la production accompagné d'un accroissement du nombre d'abonnés et du nombre de communes dans le syndicat, tout ceci impliquant une diminution des coûts variables moyens, nous indiquent la présence d'économies d'échelle. Ce regroupement va de soi avec le cumul des capacités d'infrastructure et donc des variations de stock de capital. En désignant par *Com* et *Long* le nombre de communes desservies par le service et la longueur du réseau d'eau potable respectivement, nous pouvons dériver l'élasticité d'échelle multi-produits :

$$SCE = \frac{1 - \frac{\partial \ln CV(w,y;K,Z)}{\partial \ln Prod} - \frac{\partial \ln CV(w,y;K,Z)}{\partial \ln Stoc} - \frac{\partial \ln CV(w,y;K,Z)}{\partial \ln Long}}{\sum_{y_j} \frac{\partial \ln CV(w,y;K,Z)}{\partial \ln y_j} + \frac{\partial \ln CV(w,y;K,Z)}{\partial \ln Abon} + \frac{\partial \ln CV(w,y;K,Z)}{\partial \ln Com}}$$

Les rendements d'échelle sont dits croissants (économies d'échelle), constants (absence d'économies d'échelle) et décroissants (déséconomies d'échelle) lorsque *SCE* est respectivement supérieure à l'unité, égale à l'unité et inférieure à l'unité.

Économies d'envergure.

Il y a des économies d'envergure si la même entreprise peut produire plusieurs produits à un coût plus faible que ne le feraient des firmes spécialisées dans la production de chaque produit :

$$CV(w, y; K, Z) < CV(w, y_1, 0, \dots, 0; K, Z) + \dots + CV(w, 0, \dots, 0, y_n; K, Z) \quad (18)$$

Une mesure naturelle du degré d'économie d'envergure est alors donnée par :

$$S_c = \frac{CV(w, y_1, 0, \dots, 0; K, Z) + \dots + CV(w, 0, \dots, 0, y_n; K, Z) - CV(w, y; K, Z)}{CV(w, y; K, Z)}$$

Si $S_c > 0$, alors il y a présence des économies d'envergure. Ces dernières sont par ailleurs une condition nécessaire de la sous-additivité des coûts de production; elle même une condition nécessaire et suffisante de l'existence du monopole naturel.

Méthodes d'estimation économétriques

Le modèle SURE

Les hypothèses faites sur notre système permettent d'estimer notre modèle sous l'hypothèse SURE, introduite par Zellner, à savoir que les équations ne sont qu'apparemment sans liens. L'existence d'une même corrélation conditionnelle à X , entre erreur de l'équation m et de l'équation m' , quelle que soit l'observation ht considérée, peut par exemple traduire l'influence simultanée mais pas nécessairement analogue dans les équations m et m' , de variables explicatives omises dans chacune de ces équations. Une estimation des équations réalisée simultanément en tenant compte de cette corrélation est alors forcément plus précise que des estimations séparées de chacune des équations qui ignorent ces liens particuliers. En d'autres termes, nous supposons l'existence de corrélations entre les différentes équations du modèle qui ne soient pas liées aux observations :

$$\forall m, m', h, t, \text{ et } \forall m \neq m', \text{Cov}(u_{m,ht}, u_{m',ht}|X) = \sigma_{mm'} \neq 0 \quad (19)$$

Les effets individuels α_{mh} dans chacune des équations peuvent être fixes ou aléatoires comme largement détaillé dans le chapitre précédent. Ici, nous allons supposer que l'effet individuel est fixe dans toutes les équations du système. Ainsi, le système (??) peut être réécrit comme suit :

$$Y = \alpha + X\beta + \epsilon \quad (20)$$

où $\alpha' = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)'$ est un vecteur de constantes à estimer. La méthode proposée pour estimer le système d'équations se décompose en deux étapes.

Dans la première étape, toutes les variables du modèle sont transformées (centrées) par le biais de l'opérateur Within (W). Ce faisant, les effets fixes sont éliminés mais peuvent être calculés *ex post*. Cette méthode a l'avantage de corriger tout biais d'endogénéité (corrélation entre régresseurs et terme individuel) car elle élimine tous les termes invariants dans le temps, en particulier le terme individuel. En prémultipliant par $(I_3 \otimes W)$ les équations du système, nous obtenons le nouveau système:

$$\tilde{Y} = \tilde{X}\beta + \tilde{\epsilon} \quad (21)$$

où $\tilde{Y} = (I_3 \otimes W)Y$, $\tilde{X} = (I_3 \otimes W)X$ et $\tilde{\epsilon} = (I_3 \otimes W)\epsilon$.

La seconde étape consiste à estimer le système composé des variables transformées (21) selon la procédure SURE. L'estimateur associé sera noté Within-SURE dans la suite. Si la matrice des variances covariances Σ est connue et inversible pour le modèle (21) alors l'estimeur du modèle s'écrit :

$$\widehat{\beta}_{SURE} = [\widetilde{X}'(\Sigma_{\epsilon}^{-1} \otimes I_{HT})\widetilde{X}]^{-1}\widetilde{X}'(\Sigma_{\epsilon}^{-1} \otimes I_{HT})\widetilde{Y}$$

Si la matrice Σ n'est pas connue, alors il faut faire une estimation préliminaire des équations séparément par la méthode des Moindres Carrées Ordinaires (MCO) sur les variables centrées, puis réestimer globalement le modèle par la méthode des Moindres Carrées Généralisées (MCG) en utilisant les résidus Within de la première étape. Ainsi, l'estimateur Within s'écrit :

$$\widehat{\beta}_w = (\widetilde{X}'\widetilde{X})^{-1}\widetilde{X}'\widetilde{Y}$$

et la matrice des variances covariances estimée à partir des résidus Within est :

$$\widehat{\Sigma}_{\epsilon} = \frac{\widehat{\epsilon}_w\widehat{\epsilon}_w'}{H(T-1)}$$

En utilisant cette matrice dans notre système, nous obtenons l'estimateur Within-SURE qui s'écrit :

$$\widehat{\beta}_{WSURE} = [\widetilde{X}'(\widehat{\Sigma}_{\epsilon}^{-1} \otimes I_{HT})\widetilde{X}]^{-1}\widetilde{X}'(\widehat{\Sigma}_{\epsilon}^{-1} \otimes I_{HT})\widetilde{Y}$$

Cependant, en supprimant tous les invariants du modèle, des variables importantes pour l'analyse disparaissent. En outre, l'estimateur Within associé à la procédure effets fixes bien que convergent n'est pas efficace car le conditionnement du modèle originel par les effets fixes diminue considérablement les degrés de liberté.

La Méthode des Moments Généralisés (GMM)

Le système (??) peut également être vu comme un modèle à équations simultanées. Dans ce cas, en plus de la possibilité de l'hypothèse SURE (19), on suppose qu'il y a des variables endogènes dans la partie droite des équations. Dès lors, les MCG classiques ne sont plus convergentes et l'on a recours en général aux techniques d'estimation par variables instrumentales. Ainsi, la seconde méthode d'estimation que nous utiliserons est la méthode des moments généralisés (Generalized Method of Moments, GMM). L'idée de base de cette méthode est de ne spécifier que la

forme paramétrique de certains moments (en général l'espérance), et d'utiliser ces moments pour construire des conditions d'identification. Aucune hypothèse sur la distribution des erreurs n'est nécessaire et l'estimation par GMM est, en ce sens, robuste à la mauvaise spécification du modèle et donne des estimateurs convergents et efficaces. Cet estimateur se base sur les L conditions d'orthogonalité :

$$E[W'u] = 0 \quad (22)$$

où W est la matrice bloc-diagonale ($3HT \times L$) d'instruments valides avec W_m le bloc d'instruments pour l'équation m avec $m = (0, 1, 2) = (cv, s_E, s_M)$ et $u = Y - X\beta$ le terme d'erreurs. Ces conditions sont approchées par leur équivalent empirique :

$$\left(\frac{1}{N} W'u \right)' \Omega^{-1} \left(\frac{1}{N} W'u \right), \quad (23)$$

où, $N = 3HT$, $\Omega = E[W'uu'W]$ est la matrice des variances-covariances $L \times L$ de l'ensemble des conditions d'orthogonalité (22).

Sur la base des travaux portant sur une seule équation, Cornwell, Schmidt, et Wyhowsky (1992) proposent différentes matrices W qui satisfont les conditions d'orthogonalité définies par l'équation (22). On distingue le cas où l'on applique le même ensemble d'instruments pour toutes les équations du cas où différents instruments sont appliqués aux différentes équations. Dans ce dernier cas, il est possible de supposer que certaines variables considérées comme endogènes dans une équation peuvent être exogènes dans les autres et vice versa. Nous utilisons cependant les mêmes variables endogènes pour toutes les équations.

Comme dans le cas d'une seule équation, trois ensembles d'instruments sont disponibles : Hausman et Taylor (1981), Amemiya et MaCurdy (1986), Breusch, Mizon et Schmidt (1989). L'ensemble des variables explicatives du système est subdivisé en variables variant dans le temps X^v et celles invariant X^{inv} . L'on distingue également les variables exogènes X_1 des variables endogènes X_2 . Finalement, nous avons :

$$X = [X^v, X^{inv}] \quad (24)$$

$$X^v = [X_1^v, X_2^v], \quad X^{inv} = [X_1^{inv}, X_2^{inv}] \quad (25)$$

Ainsi, l'ensemble des instruments de Hausman et Taylor (*HT*)¹⁵ pour l'équation m est :

$$W_m = [QX^v, X_{1m}^v, X_{1m}^{ivv}] \quad (26)$$

La procédure d'estimation se déroule en deux étapes. Dans un premier temps, on procède à une estimation par variable instrumentale (IV). L'estimateur IV est défini par :

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{IV} &= \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ u'W(W'W)^{-1}W'u \right\} \\ &= \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ (Y - X\beta)'W(W'W)^{-1}W'(Y - X\beta) \right\} \\ &= (X'W(W'W)^{-1}W'X)^{-1}X'W(W'W)^{-1}W'Y \end{aligned} \quad (27)$$

Dans un second temps, les résidus de cette estimation IV ($\hat{u}_{IV} = Y - X\hat{\beta}_{IV}$) sont récupérés pour calculer l'estimateur GMM :

$$\hat{\beta}_{GMM} = (X'W(W'\hat{u}'_{IV}\hat{u}_{IV}W)^{-1}W'X)^{-1}X'W(W'\hat{u}'_{IV}\hat{u}_{IV}W)^{-1}W'Y$$

Cet estimateur n'est rien d'autre qu'un estimateur Triple Moindres Carrés (*TSL*S, Three Stage Least Squares) qui utilise les instruments *HT*¹⁶. Par ailleurs le critère GMM construit à partir de l'équivalent empirique défini par l'équation (23) peut être directement utilisé pour tester la validité des conditions de moment par le biais du test de spécification de Hansen. Ce critère suit une distribution χ^2 à $(L - K_1)$ degrés de liberté sous l'hypothèse nulle que les conditions de moments définies par l'équation (22) sont valides; où K_1 est le nombre total de paramètres à estimer dans le système (le nombre de paramètres de la fonction de coût 6) et L le nombre d'instruments. Il y a donc $(L - K_1)$ restrictions suridentifiantes qui ne sont pas nécessaires pour identifier les paramètres de coût mais qui apportent une information supplémentaire utilisée pour vérifier la spécification du modèle.

¹⁵Des estimations encore plus efficaces auraient pu être obtenues en utilisant les matrices de variables instrumentales définies par Amemiya et MaCurdy (1986) ou Breusch, Mizon et Schmidt (1989). Mais le nombre de conditions suridentifiantes déjà assez important avec les instruments retenus nous contraint à en rester là au risque de biaiser nos coefficients avec un nombre encore plus élevé d'instruments.

¹⁶Cette méthode n'est pas une procédure GMM standard car la matrice des variances-covariances est contrainte dans un contexte de données de panel. Néanmoins cette méthode en deux étapes avec ces instruments HT est robuste (Cornwell et al. , 1992 puis Garcia et Thomas, 2002).

References

- [1] Amemiya T., et T. E. Macurdy (1986). Instrumental Variable Estimation of an Error-Components Model. *Econometrica*, 54(4), 869-880.
- [2] Bailey, E.E., et A.F. Friedlaender (1982) . Market Structure and Multiproduct Industries. *Journal of Economic Literature*, 20 (3), 1024-1048.
- [3] Baumol, W.J. (1977) . On the Proper Cost Tests for Natural Monopoly in a Multiproduct Industry. *American Economic Journal*, 67(5), 809-822.
- [4] Bhattacharyya, A., T.R. Harris, R. Narayanan et K. Raffiee (1995). Specification and Estimation of the Effect of Ownership on the Economic Efficiency of the Water Utilities. *Regional Science and Urban Economics*, 25, 759-784.
- [5] Breusch T. S., Mizon G. E. et Schmidt P. (1989). Efficient Estimation Using Panel Data. *Econometrica*, 57(3), 695-700.
- [6] Caves, D.W., L.R. Christensen et J.A. Swanson (1981). Productivity Growth, Scale Economies, and Capacity Utilization in U.S. Railroads, 1955-74. *American Economic Review*, 71(5), 994-1002.
- [7] Christensen, L.R., D.W. Jorgenson, et L.J. Lau (1973). Transcendental Logarithmic Production Frontiers. *Review of Economics and Statistics*, 55, 28-45.
- [8] Collignon, B. (2002). Urban Water Supply Innovations in Côte d'Ivoire: How Cross-Subsidies Help the Poor. *Water and Sanitation Program - Africa*, 2002.
- [9] Cornwell, C., P. Schmidt, et D. Wyhowski (1992). Simultaneous Equations and Panel Data. *Journal of Econometrics*, 51, 151-181.
- [10] Cowing, T.G., et A.G. Holtmann (1983). Multiproduct Short-Run Hospital Cost Functions : Empirical Evidence and Policy Implications from Cross-Section Data. *Southern Economic Journal*, 49(1), 637-653.

- [11] Crain, W.M., et A. Zardkoohi (1978). A test of the Property-Rights Theory of the Firm : Water Utilities in the United States. *Journal of Law and Economics*, 21(2), 395-408.
- [12] Diakité, D. et A. Thomas (2005). La Demande d'Eau à Usage Résidentiel en Côte d'Ivoire : Une Analyse Econométrique sur Données de Panel. *Working Paper Gremaq*, Université de Toulouse I - Sciences Sociales.
- [13] Diewert W.E., et T.J. Wales. E. (1986). Flexible Funtional Forms and Global Curvature Con- ditions. *Econometrica*, 55(1), 43-68.
- [14] Ford, J.L., et J.J. Warford (1969). Cost Functions for the Water Industry. *Journal of Industrial Economics*, 18(1), 53-63.
- [15] Garcia, S. (2001). Analyse Economique des Coûts d'Alimentation en Eau Potable. Thèse de Doctorat, Université de Toulouse I - Sciences Sociales.
- [16] Garcia, S. et A. Thomas (2001). The Structure of Municipal Water Supply Costs: Application to a Panel of French Local Communities. *Journal of Productivity Analysis*, 2001, 16, 5-29.
- [17] Garcia, S. et A. Thomas (2003). Regulation of Public Utilities under Asymmetric Information : The Case of Municipal Water Supply in France. *Environmental and Resource Economics*, 26, 145-162, 2003.
- [18] Hausman J. A. et Taylor W. E. (1981). Panel Data and Unobservable Individual Effects. *Econometrica*, 49(6), 1377-1398.
- [19] Hayes, K. (1987). Cost Structure of the Water Utility Industry. *Applied Economics*, 19, 417-425.
- [20] Kim, H.Y. (1987). Economics of Scale in Multiproduct Firms : An Empirical Analysis. *Eco- nomica*, 54 (214), 185-206.
- [21] Nelson, R.A. (1985). Returns to Scale from Variable and Total Cost Functions : Evidence from the Electric Power Industry. *Economic Letters*, 18, 271-276.

- [22] Nemoto, J., Y. Nakanishi, et S. Madono (1993). Scale Economies and Over-Capitalisation in Japanese Electric Utilities. *International Economic Review*, 34(2), 431-440.
- [23] Panzar, J.C., (1989). Technological Determinants of Firm and Industry Structure. Chap.1, dans Schmalensee R. et Willig R.D., Eds., *Handbook of Industrial Organization*, Vol.1, Elsevier Science Publishers B.V.
- [24] Panzar, J.C., et R.D. Willig (1977). Economics of Scale in Multi-Output production. *Quarterly Journal of Economics*, 91(3), 481-493.
- [25] Renzetti, S.J. (1992). Evaluating the Welfare Effects of Reforming Municipal Water Prices. *Journal of Environmental Economics and Management*, 22, 147-163.
- [26] Reynaud, A. (2000). Gestion Durable d'une Ressource Naturelle : Le Cas du Système Aquifère Girondin. Thèse de Doctorat, Université de Toulouse I - Sciences Sociales.
- [27] Roberts, M.J. (1986). Economies of Density and Size in the Production and Delivery of Electric Power. *Land Economics*, 62(4), 378-387.
- [28] Salvanes, K.G., et S. Tjotta (1994). Production Differences in Multiple Output Industries : An Application to Electric Distribution. *Journal of Productivity Analysis*, 5(1), 23-43.
- [29] Schankerman, M. et M.I. Nadiri (1986). A Test of Static Equilibrium Models and Rates of Return to Quasi-Fixed Factors, with an Application to the Bell System. *Journal of Econometrics*, 33, 97-118.
- [30] Schmidt, P. (1990) . Three-Stage Least Squares With Different Instruments for Different Equations. *Journal of Econometrics*, 43, 389-394.
- [31] Teeples, R., et D. Glyer (1987). Production Function for Water Delivery Systems : An Analysis and Estimation Using Dual Cost Function and Implicit Price Specifications. *Water Resources Research*, 23, 765-773.

- [32] Zellner, A. (1962). An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regression and Test for Aggregation Bias. *Journal of the American Statistical Association*, 58, 348-368.